najah213.com · نجاح 213

ثانوية :
المستوى : ثالثة علوم تجريبية

السنة الدّراسية :
الأستاذ:

تقويم تشخيصي

التمرين الأول

الجزء الأول

نعتبر الدّالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x + 4$.

1) احسب $g(-1)$. ماذا تستنتج ؟

2) عيّن الأعداد الحقيقية α ، β و γ حيث: $g(x) = (x+1)(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)$.

3) إستنتج إشارة الدّالة g على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني

نعتبر الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 1}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) بيّن أن الدّالة f تكتب على الشكل : $f(x) = ax + b + \dfrac{cx+d}{x^2+1}$ حيث a ، b ، c و d أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

3) أ) بيّن أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{x.g(x)}{(x^2+1)^2}$.

ب) استنتج إتجاه تغير الدّالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = x + 2$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

5) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

6) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات .

7) انشئ بدقة المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

الجزء الثالث

h الدّالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$.

1) اثبت أن الدّالة h زوجية.

2) إشرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) .. ثم ارسمه في نفس المعلم .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل المسألة

الجزء الأول:

$g(x) = x^3 + 3x + 4$; $D_g = \mathbb{R}$

1) حساب $g(-1)$:

$g(-1) = (-1)^3 + 3(-1) + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$

نستنتج أن (-1) جذر لـ g.

2) تعيين α، β و γ بحيث:

$g(x) = (x+1)(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)$

النشر والمطابقة:

$g(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \alpha x^2 + \beta x + \gamma$

$g(x) = \alpha x^3 + (\beta + \alpha)x^2 + (\gamma + \beta)x + \gamma$

بالمطابقة مع عبارة g الأولى نجد:

$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta + \alpha = 0 \\ \gamma + \beta = 3 \\ \gamma = 4 \end{cases}$ أي $\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -1 \\ \gamma = 4 \end{cases}$

وبالتالي:

$g(x) = (x+1)(x^2 - x + 4)$

3) باستنتاج إشارة دالة g:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	
x^2-x+4		$+$		$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	

$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(4)$; $x^2 - x + 4 = 0$

$\Delta = 1 - 16 = -15 < 0$

لا يوجد حلول.

الجزء الثاني:

$f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 1}$; $D_f = \mathbb{R}$

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3}{x^2}$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3 + 2x^2}{x^2 + 1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3}{x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

2) تبيان أن f تكتب على الشكل:

$f(x) = ax + b + \dfrac{cx + d}{x^2 + 1}$

أ) توحيد المقامات والمطابقة:

$f(x) = \dfrac{(ax+b)(x^2+1)}{x^2+1} + \dfrac{cx+d}{x^2+1}$

$= \dfrac{ax^3 + ax + bx^2 + b + cx + d}{x^2 + 1}$

$= \dfrac{ax^3 + bx^2 + (a+c)x + b + d}{x^2 + 1}$

بالمطابقة مع عبارة f الأولى نجد:

$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ a + c = 0 \\ b + d = 0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -1 \\ d = -2 \end{cases}$

ب) القسمة الإقليدية:

$x^3 + 2x^2$ | $x^2 + 1$

$-x^3 - x$ | $x + 2$

$2x^2 - x$

$-2x^2 - 2$

$-x - 2$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

$f(x) = x+2 + \dfrac{-x-2}{x^2+1}$

$\dfrac{a}{b} = C + \dfrac{d}{b}$ (a/b, d/c)

3) أ- تبيان أن $f'(x) = \dfrac{x\,g(x)}{(x^2+1)^2}$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي:

$$f'(x) = \frac{(3x^2+4x)(x^2+1) - 2x(x^3+2x^2)}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{3x^4+3x^2+4x^3+4x-2x^4-4x^3}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{x^4+3x^2+4x}{(x^2+1)^2} = \frac{x(x^3+3x+4)}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{x\cdot g(x)}{(x^2+1)^2}$$

ب- اتجاه تغير الدالة f:

إشارة f' من إشارة البسط لأن المقام موجب تماما.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$	$+$		0	$-$	0	$+$	

ج) $x \in]-\infty;-1]\cup[0;+\infty[$ الدالة f' موجبة

إذن f متزايدة تماما.

لما $x \in [-1;0]$ الدالة f' سالبة إذن f متناقصة تماما.

جدول التغيرات

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-1)=\frac{1}{2}$	↘	$f(0)=0$	↗	$+\infty$

4) تبيان أن $(\Delta): y = x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)-y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-x-2}{x^2+1}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-x}{x^2} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-1}{x} = 0$$

إذن $(\Delta): y=x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ج) الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$

$$f(x)-y = \frac{-x-2}{x^2+1}$$

الإشارة من إشارة البسط لأن المقام موجب تماما

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$-x-2$		$+$	0	$-$	
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

5) تقاطع (C_f) مع محور الفواصل:

نحل المعادلة $f(x)=0$ أي

$$\frac{x^3+2x^2}{x^2+1} = 0 \quad \text{أي} \quad x^3+2x^2=0$$

www.dzexams.com

najah213.com · نجاح 213

$x^2(x+2)=0$ أي $x^2=0$ أو $x+2=0$ ، منه

أي $x=0$ أو $x=-2$

ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين $O(0,0)$ و $A(-2;0)$

في الرسم.

الجزء الثالث :

$h(x)=f(|x|)$

$D_h=\mathbb{R}$

1) تبيان أن h دالة زوجية

* $D_h=\mathbb{R}$ مجال متناظر بالنسبة للصفر

أي أنه إذا كان $x\in D_h$ فإن $(-x)\in D_h$

* $h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)$

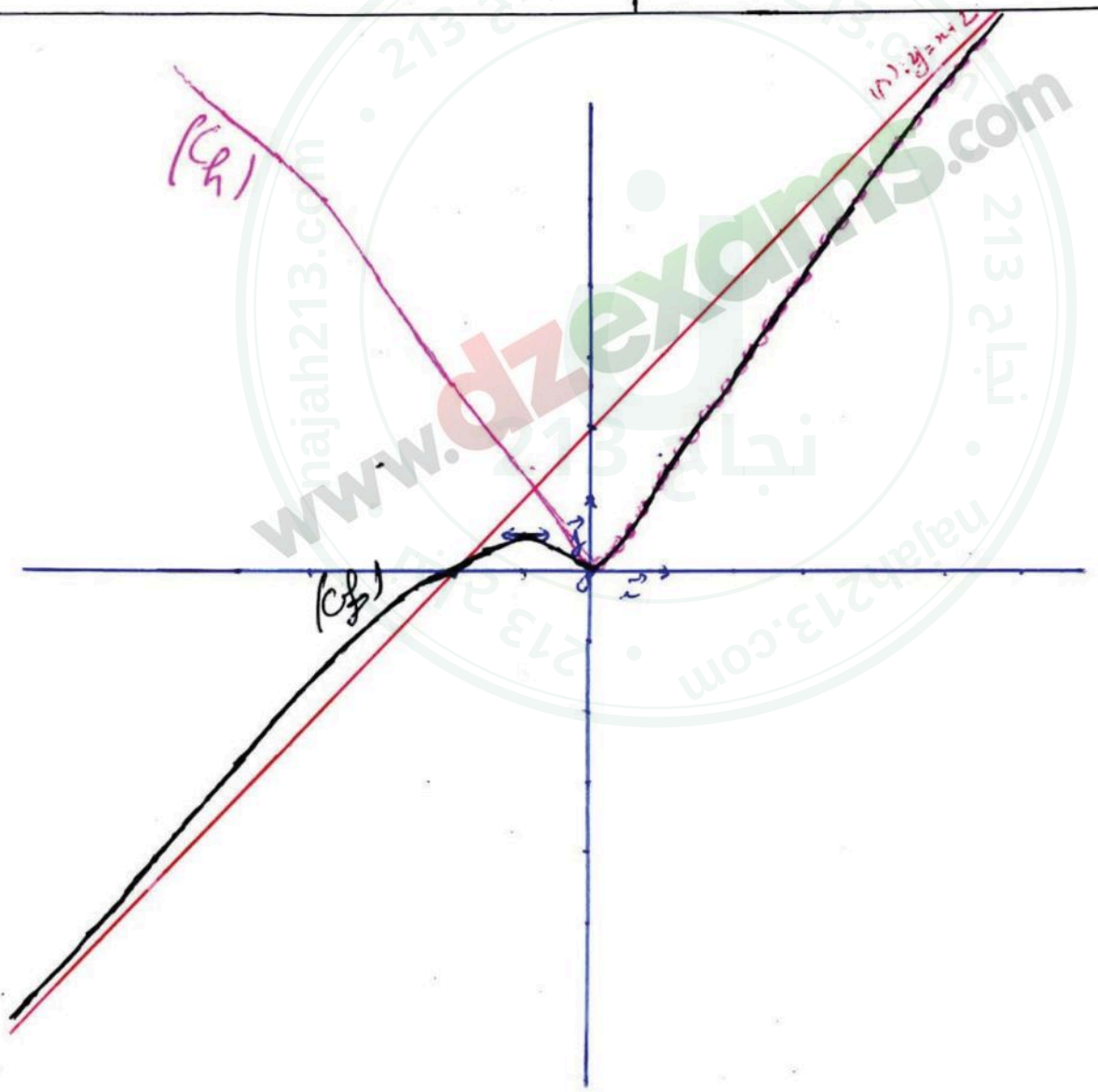
إذن h دالة زوجية .

2) باستنتاج (C_h) انطلاقا من (C_f) :

لما $x\geq 0$; $h(x)=f(x)$ أي أن (C_h) منطبق على (C_f) .

لما $x\leq 0$; $h(x)=f(-x)$ وبالتالي (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب .

الرسم :



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com