najah213.com · نجاح 213

ثانوية الأخوين الشهيدين مغلاوي -مشيرة — قسم: 1 ج م ع ت 2

الواجب المنزلي الثاني في مادة الرياضيات

سلم يوم: 2016/11/09 — يعاد يوم: 2016/11/15

التمرين الأول:

I. a و b عددان حقيقيان موجبان تماما. نعتبر الأعداد الحقيقية A ، B و C التالية:

$$A=\frac{a+b}{2} \qquad B=\sqrt{ab} \qquad C=\frac{2ab}{a+b}$$

1) قارن بين العددين A^2 و B^2 ، ثمّ استنتج مقارنة بين A و B .

2) بيّن أنّ: $B-C=\frac{\sqrt{ab}}{a+b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2$ ، ثمّ استنتج أنّ: $B\geq C$.

3) استنتج ممّا سبق مقارنة بين الأعداد A ، B و C .

II. أ) x و y عددان حقيقيان حيث: $\frac{1}{4}\leq x\leq\frac{1}{2}$ و $-1\leq y\leq -4$.

أعط حصرا للعددين $4x-y$ و $\frac{1}{x}+y^2$.

ب) عيّن حصرا للعدد الحقيقي z علما أنّ: $1\leq\frac{-5z+1}{2}\leq 3$.

التمرين الثاني:

$A(x)$ و $B(x)$ عبارتان جبريّتان معرفتان من أجل كل عدد حقيقي x كما يلي:

$$A(x)=\sqrt{x^2-4x+4} \quad ، \quad B(x)=|x+3|-|x-1|$$

1) اكتب $A(x)$ دون رمز الجذر التربيعي .

2) اكتب $B(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $B(x)=10$ والمتراجحتين $A(x)\leq 5$ ، $B(x)<0$.

4) نسمي I مجموعة حلول المتراجحة $A(x)\leq 5$ و J مجموعة حلول المتراجحة $B(x)<0$.

عيّن المجموعات الآتية: $I\cap J$ ، $I\cup J$ ، $I\cup\mathbb{R}^+$ ، $J\cap\mathbb{R}^*_-$.

التمرين الثالث:

أنقل ثمّ أكمل الجدول التالي : (طريقة الحساب مطلوبة على ورقة الإجابة)

الحالة	الحصر	المجال	المركز c	نصف القطر r	المسافة	القيمة المطلقة
1	$-6\leq x\leq -4$					
2		$x\in[\cdots;\cdots]$	-2	6		
3					$d(x;-1)<4$	
4						$\lvert x-5\rvert\leq 2$

.*. لا يقاس النجاح بالموقع الذي يبلغه المرء في حياته...
بقدر ما يقاس بالصعاب التي يتغلب عليها .*.

أستاذة المادة: خلوف سارة

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الواجب الثاني - 1ع - 2016 (1 ثانوي)

التمرين الأول: 08 نقاط

$a, b \in \mathbb{R}_+^*$

$A = \frac{a+b}{2}$ ، $B = \sqrt{ab}$ ، $C = \frac{2ab}{a+b}$ .I

1) المقارنة بين A^2 و B^2:

$A^2 - B^2 = \frac{(a+b)^2}{4} - \sqrt{ab}^2$

$= \frac{a^2+b^2+2ab-4ab}{4}$

$= \frac{a^2+b^2-2ab}{4}$

$= \frac{(a-b)^2}{4} \geq 0$

ومنه $A^2 \geq B^2$ وبما أن A و B موجبان تماما فإن $A \geq B$.

2) تبيان أن: $B - C = \frac{\sqrt{ab}}{a+b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$

$B - C = \sqrt{ab} - \frac{2ab}{a+b}$

$= \frac{\sqrt{ab}(a+b) - 2(\sqrt{ab})^2}{a+b}$

$= \frac{\sqrt{ab}[(a+b) - 2\sqrt{ab}]}{a+b}$

$= \frac{\sqrt{ab}}{a+b}(a+b-2\sqrt{a}\sqrt{b})$

وهو المطلوب: $= \frac{\sqrt{ab}}{a+b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$

لأن: $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = \sqrt{a}^2 + \sqrt{b}^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b}$
$= a+b-2\sqrt{ab}$

استنتاج أن $B \geq C$:

بما أن $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ فإن $\frac{\sqrt{ab}}{a+b} > 0$ و $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$

ومنه $B - C = \frac{\sqrt{ab}}{a+b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$

إذن $B \geq C$

3) مقارنة A ، B و C:

ما سبق: $A \geq B \geq C$

II - أ- حصر $4x-y$:

لدينا $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$ ومنه ① ... $1 \leq 4x \leq 2$

لدينا $-4 \leq y \leq -1$ ومنه ② ... $1 \leq -y \leq 4$

بجمع ① و ② نحصل على:

$2 \leq 4x - y \leq 6$

حصر $\frac{1}{x} + y^2$:

لدينا $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$ ومنه ① ... $2 \leq \frac{1}{x} \leq 4$

لدينا $-4 \leq y \leq -1$ ومنه ② ... $1 \leq y^2 \leq 16$

بجمع ① و ② نجد:

$3 \leq \frac{1}{x} + y^2 \leq 20$

ب- تعيين حصر لـ z علما أن: $1 \leq \frac{-5z+1}{2} \leq 3$

نضرب الأطراف في 2: $2 \leq -5z+1 \leq 6$

نضيف -1: $1 \leq -5z \leq 5$

نضرب في $-\frac{1}{5}$: $5\left(-\frac{1}{5}\right) \leq z \leq 1\left(-\frac{1}{5}\right)$

إذن: $-1 \leq z \leq -\frac{1}{5}$

التمرين الثاني: 08 نقاط

1) كتابة $A(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

$A(x) = \sqrt{x^2-4x+4}$

$= \sqrt{(x-2)^2}$

$= |x-2|$

2) كتابة $B(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

$B(x) = |x+3| - |x-1|$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$\lvert x+3\rvert$	$-x-3$	0	$x+3$		$x+3$		
$\lvert x-1\rvert$	$-x+1$		$-x+1$	0	$x-1$		
$\lvert x+3\rvert - \lvert x-1\rvert$	-4		$2x+2$	0	4		

ومنه:

$$B(x) = \begin{cases} -4 & ; x \in]-\infty; -3] \\ 2x+2 & ; x \in]-3; 1] \\ 4 & ; x \in]1; +\infty[\end{cases}$$

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 03

الرقم	الحصر	المجال	c	r	المسافة	القيمة المطلقة
1	$-6 \leqslant x \leqslant -4$	$x \in [-6;-4]$	-5	1	$d(x;-5) \leqslant 1$	$\lvert x+5 \rvert \leqslant 1$
2	$-8 \leqslant x \leqslant 4$	$x \in [-8;4]$	-2	6	$d(x;-2) \leqslant 6$	$\lvert x+2 \rvert \leqslant 6$
3	$-5 < x < 3$	$x \in]-5;3[$	-1	4	$d(x;-1) < 4$	$\lvert x+1 \rvert < 4$
4	$3 \leqslant x \leqslant 7$	$x \in [3;7]$	5	2	$d(x;5) \leqslant 2$	$\lvert x-5 \rvert \leqslant 2$

$c = \frac{a+b}{2}$, $r = \frac{b-a}{2}$

$x \in [c-r;c+r]$
$c-r \leqslant x \leqslant c+r$
$\lvert x-c \rvert \leqslant r$
$d(x;c) \leqslant r$

هذه الكتابات متكافئة

Prof: Khelouf Sara

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $B(x)=10$

تكافئ: $\begin{cases} -4=10 \text{ (مستحيلة)} ; x \in]-\infty;-3] \\ 2x+2=10 ; x \in]-3;1] \\ 4=10 \text{ (مستحيلة)} ; x \in]1;+\infty[\end{cases}$

تكافئ: من أجل $x \in]-3;1]$ $2x+2=10 \Rightarrow x=4$ (مرفوض)

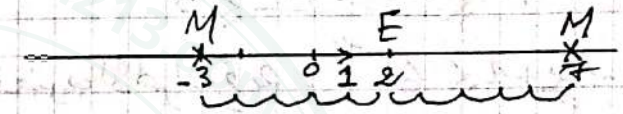
إذن: $S=\emptyset$

حل المتراجحة $A(x) \leqslant$

تكافئ: $\lvert x-2 \rvert \leqslant 5$

لتكن M نقطة من المستقيم العددي فاصلتها x
E " " " " " 2

$EM \leqslant 5$ تكافئ $\lvert x-2 \rvert \leqslant 5$



ومنه $S=[-3;7]$

حل المتراجحة $B(x)<0$ تكافئ:

$\begin{cases} -4<0 \text{ (حقيقة دوما)} ; x \in]-\infty;-3] \\ 2x+2<0 \Rightarrow x<-1 ; x \in]-3;1] \\ 4<0 \text{ (مستحيلة)} ; x \in]1;+\infty[\end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} S_1 =]-\infty;-3] \\ S_2 =]-3;-1[\\ S_3 = \emptyset \end{cases}$

إذن: $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 =]-\infty;-1[$

4) تعيين المجموعات:

I مجموعة حلول $A(x) \leqslant 5$ ومنه $I=[-3;7]$

J " " $B(x)<0$ " $J=]-\infty;-1[$

$I \cap J = [-3;-1[$

$I \cup J =]-\infty;7]$

$I \cup \mathbb{R}^+ = [-3;7] \cup [0;+\infty[= [-3;+\infty[$

$J \cap \mathbb{R}_-^* =]-\infty;-1[\cap]-\infty;0[=]-\infty;-1[$

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com