najah213.com · نجاح 213



صفحة الأستاذ وليد لعويجي

سنة ثالثة
شعبة
علوم تجريبية
تقني رياضي
رياضيات



سلسلة تمارين حول الإحتمالات

طرائق العد

السنة الدراسية: 2021-2022

من إعداد الأستاذ وليد لعويجي

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

صفحة الأستاذ وليد لعويجي

سلسلة تمارين حول الإحتمالات

المستوى: 03 شعب علمية

1 يحتوي صندوق على 9 كرات مرقمة من 1 إلى 9 نسحب بالتتابع (على التوالي) وبدون إرجاع 3 كرات.

1) ماهو عدد الإمكانيات؟

2) ما عدد إمكانيات الحصول على 3 كرات تحمل كلّها أرقاما زوجية؟

3) ما عدد إمكانيات الحصول على :

ا) الكرة الأولى تحمل رقما فرديًا وكرتان تحملان رقما زوجيًا.

ب) كرة واحدة تحمل رقما فرديًا فقط.

2 استدعى السؤول عن الألعاب الجماعية بإحدى الثانويات عشرة تلاميذ لتشكيل فريق كرة السلّة ،موزعين كالتالي : اثنان من المستوى الأول ، ثلاثة من المستوى الثاني وخمسة من المستوى الثالث.

- حدّد عدد الحالات لإختيار:

1) فريق يضم تلميذًا من المستوى الأول ،وتلميذًا من المستوى الثاني ،وثلاثة تلاميذ من المستوى الثالث.

2) فريق يضم تلميذًا من المستوى الثاني ،ولا يضم أيّ تلميذ من المستوى الأول.

3) فريق يضم التلميذ أحمد من المستوى الأول ،وتلميذين على الأقل من المستوى الثاني ،والباقين من المستوى الثالث.

3 يحتوي كيس على 10 قريصات تحمل الأرقام: 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9.
الأرقام 0 ، 1 ، 2 ، 3 و 4 مكتوبة باللون الأحمر مكتوبة باللون الأزرق.
الأرقام 5 ، 6 و 7 مكتوبة باللون الأزرق.
الرقمان 8 و 9 مكتوبان بالأصفر. لا يمكن التمييز بينها باللّمس.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 قريصات.
ما الإحتمال لكي نحصل على :

1) ثلاثة أرقام زوجية.

2) ثلاثة أرقام لها نفس اللّون.

3) ثلاثة أرقام مختلفة اللّون.

4) ثلاثة أرقام زوجية لها نفس اللّون.

5) ثلاثة أرقام زوجية ألوانها مختلفة مثنى مثنى .

4 يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء مرقمة بـ: $1, -1, -1, 1$ وثلاث كرات سوداء مرقمة بـ: $1, 0, 0$. كلّ الكرات غير قابلة للتمييز باللّمس. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

1) ما احتمال ان تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللّون؟

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع رقمي الكرتين المحصّل عليهما. حدّد قانون احتمال X.

5 يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وثلاث كرات زرقاء.
نسحب عشوائيا أربع كرات على التوالي وبإرجاع من الصندوق.
نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الزرقاء التي سُحِبت.

1) ضع قانون احتمال X.

2) أُحسب الأمل الرياضياتي والتباين.

6 يحتوي كيس على 10 صفائح مرقمة من 0 إلى 9 لا يمكن التعرف عليها باللمس. نسحب بالتتابع وبدون إرجاع أربع صفائح ونضعها جنبا إلى جنب من اليسار إلى اليمين في ترتيب السحب بحث نحصل عل عدد مكون من أربعة أرقام. نفرض أن جميع السحبات لها نفس الإحتمال ، وأن الرقم 0 يمكن أن يكون أول رقم في العدد المحصل عليه.

1) أُحسب احتمال الحصول على : العدد 1987 ثم العدد 1989.

2) أُحسب احتمال الحصول على عدد مكون من أرقام زوجية فقط.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الأرقام الزوجية المحصل عليها. حدد قانون احتمال X.

7 I) يحتوي كيس على 12 كرة غير قابلة للتمييز باللمس ، 4 كرات حمراء و 8 كرات بيضاء.
نسحب بالتتابع وبدون إرجاع كرتين من الكيس.

1) ما احتمال سحب كرتين من نفس اللّون؟

2) ما احتمال سحب كرتين أولاهما بيضاء؟

II) نسحب بالتتابع وبإرجاع كرتين من الكيس.

1) ما احتمال سحب كرة واحدة حمراء؟

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة من الكيس.

ا) حدّد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X.

ب) حدّد قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ج) أُحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

8 يحتوي صندوق على 6 بيادِق (البَيْدَق : الجندي في لعبة الشطرنج) لا يمكن التمييز بينها باللّمس ،ثلاث بيادق حمراء تحمل الأرقام : $1, 2, 3$ وثلاث بيادق خضراء تحمل الأرقام : $2, 1, 1$.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد بيدقين من الصندوق ،وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بالقيمة المطلقة لفرق الرقمين المحصل عليهما.

1) حدد القيم التي يأخذها X.

2) أُحسب $E(X)$ و $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X.

9 I) يحتوي وعاء على 3 قريصات سوداء و 4 حمراء ،إحدى القريصات السوداء تحمل الرقم (-1) والاخريان تحملان الرقم 3 أما الحمراء فاثنان منها تحملان الرقم 2 والاخريان تحملان الرقم 3.
نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد.

1) ما هو احتمال الحصول على قريصتين من نفس اللون ثم استنتج احتمال الحصول على قريصتين مختلفتين في اللون.

2) ما هو احتمال أن يكون جداء رقمي القريصتين يساوي عددا سالبا.

3) ما هو احتمال أن يكون مجموع رقمي القريصتين يساوي 3.

II) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المحصل عليهما.

1) عيّن قيم المتغير العشوائي X. ثم عرّف قانون احتماله.

2) أُحسب الأمل الرياضياتي $E(x)$ للمتغير العشوائي X.

10 يحتوي صندوق على 4 كرات تحمل العدد (a) و 5 كرات تحمل العدد $(a-1)$ حيث $(a \in \mathbb{R})$. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق.

1) أُحسب احتمال الحدثين التاليين:

A : سحب 3 كرات تحمل نفس العدد.

B : سحب كرتين بالضبط تحمل نفس العدد.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بكل سحبة بمجموع الأعداد المسجلة على الكرات المسحوبة.

ا) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

ب) حدد قانون احتمال X.

ج) أُحسب الأمل الرياضياتي بدلالة a ، وحدد a من أجل : $E(x) = 0$.

11 يحتوي صندوق على تسع كرات: أربع منها بيضاء ومرقمة $4, 3, 2, 1$ وخمس منها سوداء ومرقمة $9, 8, 7, 6, 5$.

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق ،وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة.

ا) حدّد قانون احتمال X.

ب) أُحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

2) نسحب عشوائيا على التوالي وبدون إرجاع ثلاث كرات من الصندوق ونعتبر العدد المكون من الأرقام الثلاثة المتحصل عليها حيث الرقم المكتوب على الكرة الأولى هو رقم المئات ،والرقم المكتوب على الكرة الثانية هو رقم العشرات ،والرقم المكتوب على الكرة الثالثة هو رقم الآحاد.
- أحسب احتمال الحدثين الآتيين :

E_1 : الحصول على عدد أصغر من 300.

E_2 : الحصول على عدد زوجي.

12 يتكون قسم مختلط من 18 تلميذا و 12 تلميذة ، يراد تشكيل لجنة للقسم تضم رئيسا و نائبا و أمينا.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

سلسلة تمارين حول الإحتمالات

1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها ؟

2) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث :

ا) يكون الأمين تلميذة ؟

ب) التلميذ X موجودا في اللجنة ؟

ج) يكون الرئيس تلميذا و الأمين تلميذة ؟

د) الرئيس و نائبه من جنسين مختلفين ؟

3) نفرض أن الرئيس تلميذا والأمين تلميذة وأن التلميذ X لا يريد الإنضمام الى لجنة تضم التلميذة Y .

- ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في هذه الظروف ؟

13 يحتوي كيس على كرة واحدة بيضاء و $(n-1)$ كرة سوداء . $(n>1)$

1) نسحب عشوائيا على التوالي وبدون إرجاع كرتين من الكيس .وليكن X عدد الكرات السوداء المسحوبة.

ا) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ب) أحسب بدلالة n الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير X.

2) نسحب هذه المرة n كرة من الكيس على التوالي وبإرجاع.

• أحسب بدلالة n : $P(n)$ احتمال سحب n مرة الكرة البيضاء.

3) نضع $U_n = P(n)$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$. بيّن أن المتتالية (U_n) متقاربة.

14 تتكوّن مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد إسمه ابراهيم و امرأة واحدة إسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام.

1) أحسب إحتمال الحوادث التّاليّة :
A : تكوين لجنة تضم ثلاث رجال .
B : تكوين لجنة تضم رجل ؛ امرأتين .
C : تكوين لجنة تضم ابراهيم .
D : تكوين لجنة تضم ابراهيم أو فاطمة .

2) ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ اختيار بعدد الرّجال في اللجنة المكوّنة.

ا) عيّن القيم الممكنة لـ X . و عيّن قانون إحتماله.

ب) أحسب الأمل و التباين للمتغيّر العشوائي X.

15 يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لانفرق بينها باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس .

1) أُحسب إحتمال الحوادث التالية :

أ) الحادثة A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة " .

ب) الحادثة B : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر " .

ج) الحادثة C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية " .

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.

أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون إحتماله

ب) أحسب $P\left(X^2 - X \leq 0\right)$.

16 كيس به 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء.

1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد.

ا) أُحسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء.

ب) أُحسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.
- عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أُحسب أمله الرياضياتي $E(x)$.

3) أُحسب $V(X)$ و $\sigma(X)$.

17 I) كيس به 7 كريات متماثلة ،لا نفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس .

1) أُحسب احتمال الحادثة : " سحب كريتين مختلفتين في اللون ".

2) أُحسب احتمال الحادثة : " سحب كريتين من نفس اللون ".

II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب (DA) α ، حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري .
فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100\,DA$ ،وإذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50\,DA$ ، وإذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه .
و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

1) برّر أن قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتماله.

2) بيّن أن الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$. ثم جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

18 كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزّعة كما يلي :
خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ،2 ،2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: (-3)، 2 ، 3
وكرية بيضاء مرقمة بـ: (-1).
نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1) أُحسب احتمال الحوادث التالية :

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

C : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

ا) عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أُحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

ج) أُحسب احتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " .

19 صندوق يحتوي على 5 كريات سوداء مرقمة بـ: $0, 2, 2, 2, 2$ وكريتين خضراوين مرقمتين بـ: $4, 2$. جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس.
نسحب عشوائيا ثلاث كريات على التوالي مع الإرجاع:

1) أُحسب احتمال الحصول على كريتين سوداوين على الأكثر.

2) أُحسب احتمال الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامهم 6 .

3) أُحسب احتمال أن تكون الكريات المسحوبة سوداء ومجموع أرقام الكريات 6 .

نزع الكريتين الخضراوين من الصندوق ونضع مكانها $n \geq 2$ كرية حمراء. ثم نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد ونعتبر اللعبة التالية : سحب كرية سوداء يعطي -10 نقطة وسحب كرية حمراء يعطي $+5$ نقطة .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع النقط المحصل عليها.

1) عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله.

2) عيّن عدد الكرات الحمراء المضافة حتى تصبح اللعبة عادلة .

20 يراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبا له من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 و H_3 و أربع نساء F_1 ، F_2 ، F_3 و F_4

1) بين أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42

2) نعتبر الحوادث التالية :

A "اللجنة من نفس الجنس" B "اللجنة من جنسين مختلفين"

C "H_1 هو الرئيس" D "اللجنة لا تضم كلا من H_1 و F_1 "

أ. أحسب $p(A)$ إحتمال الحادث A ثم إستنتج $p(B)$

ب.أحسب $p(C)$ و $p(D)$

3) المتغير العشوائي X يرفق بكل لجنة عدد الرجال فيها .
عين قانون إحتمال X ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

21 يحتوي كيس غير شفاف على 9 كرات منها: ثلاث بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 0 ، -2 وأربعة حمراء مرقمة بـ: 2 ، 1 ، 0 ، -1 وكرتين سوداوين مرقمتين بـ: -1 ، 0. كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس.

I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

نعتبر الحوادث:

A : "سحب ثلاث كرات من نفس اللّون"

B : "سحب ثلاث كرات مجموع الأرقام المسجلة عليها معدوم"

C : "سحب ثلاث كرات جداء الأرقام المسجلة عليها عدد سالب تماما"

1) أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث: A ، B ، C ، $A \cap C$ و $A \cup C$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب العدد الأكبر من بين الأعداد المسحوبة.

أ) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

II) نسحب الآن ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع.

1) أحسب احتمال الحادثة D : "الحصول على 3 أرقام جُداؤها عدد زوجي".

22 يحتوي صندوق غير شفاف 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللّمس ، منها :
أربع كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 0 ، 2 و كريتين خضراوين مرقمتين بـ: 0 ، 1 وكرية سوداء مرقمة بـ: 0.

I) نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كريات من هذا الصندوق .

نعتبر الحوادث :

A : "الكريات المسحوبة من ألوان مختلفة مثنى مثنى".

B : "الكريات المسحوبة تحمل لونين فقط"

C : "الكريات المسحوبة تحمل على الأقل رقمًا زوجيًا "

1) بيّن أن : $P(B) = \frac{29}{105}$ ثم أحسب $P(A)$ و $P(C)$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ) بيّن أن : $P(X=3) = \frac{127}{210}$ ثم عرّف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

II) نسحب الآن عشوائياً على التوالي و من دون إرجاع أربع كريات من هذا الصندوق.

نعتبر الحادثة D : "الكريات المسحوبة تحمل أرقامًا تشكل العدد 2021 بهذا الترتيب "

1) أحسب $P(D)$

23 I) نعلم أنّ فصيلات دم الإنسان أربعة وهي : O ، A ، B و AB.

تتوزع مجموعة من الأشخاص حسب فصيلتهم الدموية كما يلي :

ستة أشخاص من فصيلة O و ثمانية من فصيلة A و خمسة أشخاص من فصيلة B و شخص واحد من فصيلة AB.

نختار عشوائيًا شخصين في آن واحد من هذه المجموعة.

1) أحسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية :

C : " الشخصان المختاران من نفس الفصيلة الدموية ".

D : " الشخصان المختاران من فصيلتين مختلفتين ".

E : " فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط ".

2) بيّن أنّ : $P(E \cap D) = \frac{48}{95}$ ، ثم استنتج $P\left(\overline{E} \cup \overline{D}\right)$.

II) نرفق الفصيلة O بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصيلات التي يمكن أن تَتَلقَى من الفصيلة O وهكذا نرفق الفصيلة A بالعدد 2 و الفصيلة B بالعدد 2 و الفصيلة AB بالعدد 1.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بكل اختيار لشخصين بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتهما.

1) عيّن القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون إحتماله.

2) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

3) أحسب $P\left(e^{X^2-9X+1} \leq e^{X-23}\right)$.

24 يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينهما عند اللّمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1
و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .
ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب ، جداء الأرقام المسجّلة على الكريات المسحوبة .

1) عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

2) بيّن أنّ إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.

3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .

أ) ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي .

ب) ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين جدائهما زوجي ؟

25 توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية .إختر الإجابة الصحيحة مبّررا إختيارك.

يحتوي كيس على ثلاث كريّات بيضاء تحمل الأرقام $3, 2, 1$ وكرتين سوداويين تحملان الرقمين $2, 1$.

(الكريّات لانفرّق بينها عند اللمس) نسحب من الكيس 3 كريّات عشوائيا وفي آن واحد .

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريّات السوداء المسحوبة .

1) قيم المتغير العشوائي X هي :

أ) $\{1;2;3\}$ ، ب) $\{0;2;3\}$ ، ج) $\{0;1;2\}$

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ: X هو :

أ) $E(X) = \frac{4}{5}$ ، ب) $E(X) = \frac{6}{5}$ ، ج) $E(X) = \frac{11}{10}$

3) إحتمال "الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريّات المسحوبة " يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ، ب) $\frac{9}{10}$ ، ج) $\frac{3}{5}$

4) إحتمال "باقي قسمة مجموع مربّعات الأرقام التي تحملها الكريّات المسحوبة على 13 هو 1" يساوي: أ) $\frac{2}{5}$ ، ب) $\frac{3}{10}$ ، ج) $\frac{1}{5}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

1 يحتوي صندوق على 9 كرات مرقمة من 1 إلى 9 نسحب بالتتابع (على التوالي) وبدون إرجاع 3 كرات.

1) عدد الإمكانيات: $A_9^3 = 504$.

2) عدد إمكانيات الحصول على 3 كرات تحمل كلّها أرقاما زوجية: لدينا أربع كرات تحمل أرقاما زوجية $\{2;4;6;8\}$ ومنه $A_4^3 = 24$.

3) عدد إمكانيات الحصول على :

أ) الكرة الأولى تحمل رقما فرديًا وكرتان تحملان رقما زوجيًا: $A_5^1 \times A_4^2 = 60$.

ب) كرة واحدة تحمل رقما فرديًا فقط: $\alpha A_5^1 \times A_4^2 = 3 \times 60 = 180$

حيث $\alpha = \dfrac{3!}{1!2!} = 3$.

2 استدعى السؤول عن الألعاب الجماعية بإحدى الثانويات عشرة تلاميذ لتشكيل فريق كرة السلّة ،موزعين كالتالي : اثنان من المستوى الأول ، ثلاثة من المستوى الثاني وخمسة من المستوى الثالث.

عدد الحالات الممكنة: $C_{10}^5 = 252$.

- عدد الحالات لإختيار:

1) فريق يضم تلميذًا من المستوى الأول ،وتلميذًا من المستوى الثاني ،وثلاثة تلاميذ من المستوى الثالث: $C_2^1 \times C_3^1 \times C_5^2 = 60$.

2) فريق يضم تلميذًا من المستوى الثاني ،ولا يضم أيّ تلميذ من المستوى الأول.

$C_2^0 \times C_3^1 \times C_5^4 = 15$.

3) فريق يضم التلميذ أحمد من المستوى الأول ،وتلميذين على الأقل من المستوى الثاني ،والباقين من المستوى الثالث: $C_1^1 C_3^2 C_5^2 + C_1^1 C_3^1 C_5^1 = 35$.

3 يحتوي كيس على 10 قريصات تحمل الأرقام: 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9.

الأرقام 0 ، 1 ، 2 ، 3 و 4 مكتوبة باللون الأحمر مكتوبة باللون الأزرق.

الأرقام 5 ، 6 و 7 مكتوبة باللون الأزرق.

الرقمان 8 و 9 مكتوبان بالأصفر. لا يمكن التمييز بينها باللّمس.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 قريصات.

- عدد الحالات الممكنة: $C_{10}^3 = 120$.

إحتمال الحصول على :

1) ثلاثة أرقام زوجية: $\dfrac{C_5^3}{120} = \dfrac{1}{12}$

2) ثلاثة أرقام لها نفس اللّون: BBB أو RRR

$\dfrac{C_5^3 + C_3^3}{120} = \dfrac{11}{120}$.

3) ثلاثة أرقام مختلفة اللّون: هي الحادثة العكسية لسحب ثلاثة أرقام لها نفس اللّون ومنه:

$1 - \dfrac{11}{120} = \dfrac{109}{120}$.

4) ثلاثة أرقام زوجية لها نفس اللّون أي $R_4R_2R_0$

ومنه: $\dfrac{C_3^3}{120} = \dfrac{1}{120}$.

5) ثلاثة أرقام زوجية ألوانها مختلفة مثنى مثنى : $R_4R_2R_0$ ، B_6 ، J_8

ومنه: $\dfrac{C_3^1 + C_1^1 + C_1^1}{120} = \dfrac{1}{40}$

4 يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء مرقمة بـ: $-1, -1, 1, 1$ وثلاث كرات سوداء مرقمة بـ: $0, 0, 1$. كلّ الكرات غير قابلة للتمييز باللّمس. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

-عدد الحالات الممكنة: $C_7^2 = 21$.

1) احتمال ان تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللّون أي NN أو BB ومنه

$\dfrac{C_4^2 + C_3^2}{C_7^2} = \dfrac{3}{7}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع رقمي الكرتين المحصّل عليهما.

- تعيين قيم المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بمجموع رقمي الكرتين المحصّل عليهما:

حيث $X \in \{-2;-1;0;1;2\}$

$X = -2$: سحب كرتين في آن واحد تحملان الرقم -1.

$X = -1$: سحب كرتين في آن واحد ، إحداهما تحمل الرقم 1 والأخرى تحمل الرقم 0.

$X = 0$: سحب كرتين في آن واحد تحملان الرقم 0 أو سحب كرتين إحداهما تحمل الرقم 1 والأخرى تحمل الرقم -1.

$X = 1$: سحب كرتين في آن واحد إحداهما تحمل الرقم 1 والأخرى تحمل الرقم 0 .

$X = 1$ سحب كرتين في آن واحد تحملان الرقم 1.

- تحديد قانون احتمال X :

$$P(X=-2) = \frac{C_2^2}{21} = \frac{1}{21}$$

$$P(X=-1) = \frac{C_2^1 C_2^1}{21} = \frac{4}{21}$$

$$P(X=0) = \frac{C_2^2 + C_3^1 C_2^1}{21} = \frac{7}{21}$$

$$P(X=1) = \frac{C_3^1 C_2^1}{21} = \frac{6}{21}$$

$$P(X=2) = \frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$$

$X = x_i$	-2	-1	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{6}{21}$	$\frac{3}{21}$

5 يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وثلاث كرات زرقاء.

نسحب عشوائيا أربع كرات على التوالي وبإرجاع من الصندوق.

- عدد الحالات الممكنة: $10^4 = 10000$

1) X- المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الزرقاء التي سُحِبت ومنه: $X \in \{0;1;2;3;4\}$.

$X = 0$: لم نسحب كرة زرقاء $4\overline{B}$ ومنه

$P(X=0) = \dfrac{7^4}{10^4} = \dfrac{2401}{10^4}$.

$X = 1$: سحبنا كرة زرقاء واحدة فقط $B3\overline{B}$ ومنه

$P(X=1) = \dfrac{\alpha 3^1 \times 7^3}{10^4} = \dfrac{4116}{10^4}$ حيث $\alpha = \dfrac{4!}{1!3!} = 4$.

$X = 2$: سحب كرتين زرقاوين فقط $BB2\overline{B}$ ومنه

$P(X=2) = \dfrac{\alpha 3^2 \times 7^2}{10^4} = \dfrac{2646}{10^4}$ حيث $\alpha = \dfrac{4!}{2!2!} = 6$.

$X = 3$: سحب ثلاث كرات زرقاء بالضبط $3B\overline{B}$ ومنه

$P(X=2) = \dfrac{\alpha 3^3 \times 7^1}{10^4} = \dfrac{756}{10^4}$ حيث $\alpha = \dfrac{4!}{3!1!} = 4$.

$X = 4$: الكرات الأربع المسحوبة زرقاء $4B$ ومنه

$P(X=4) = \dfrac{3^4}{10^4} = \dfrac{81}{10^4}$.

- قانون احتمال X:

$X = x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{2401}{10^4}$	$\frac{4116}{10^4}$	$\frac{2646}{10^4}$	$\frac{756}{10^4}$	$\frac{81}{10^4}$

2) حساب الأمل الرياضياتي .

$E(X) = \sum_{i=1}^{5} x_i P_i$ ومنه $E(X) = \dfrac{11708}{10^4} = 1.1708$.

حساب التباين:

$V(x) = \sum_{i=1}^{5} (x_i - E(X))^2 P_i$ ومنه

$$V(x) = \left(0 - \frac{11708}{10^4}\right)^2 \times \frac{2401}{10^4} + \left(1 - \frac{11708}{10^4}\right)^2 \times \frac{4116}{10^4} + \left(2 - \frac{11708}{10^4}\right)^2 \times \frac{2646}{10^4} + \left(3 - \frac{11708}{10^4}\right)^2 \times \frac{756}{10^4} + \left(4 - \frac{11708}{10^4}\right)^2 \times \frac{81}{10^4} = ...$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

6 يحتوي كيس على 10 صفائح مرقمة من 0 إلى 9 لا يمكن التعرف عليها باللمس. نسحب بالتتابع وبدون إرجاع أربع صفائح ونضعها جنبا إلى جنب من اليسار إلى اليمين في ترتيب السحب بحث نحصل عل عدد مكون من أربعة أرقام. نفرض أن جميع السحبات لها نفس الإحتمال ، وأن الرقم 0 يمكن أن يكون أول رقم في العدد المحصل عليه.
عدد الحالات الممكنة: $A_{10}^4 = 5040$.

1) احتمال الحصول على العدد 1987:
$\frac{A_1^1 A_1^1 A_1^1 A_1^1}{5040} = \frac{1}{5040}$.
احتمال الحصول على العدد 1989: بما أن السحب بدون إرجاع ولدينا صفيحة واحدة فقط تحمل الرقم 9 فإنه لا يمكن سحبه مرتين وبالتالي لايمكننا تشكيل الرقم 1989 وعليه الإحتمال يساوي 0 -حادثة مستحيلة-

2) احتمال الحصول على عدد مكون من أرقام زوجية فقط $\{0;2;4;6;8\}$ ومنه $\frac{A_5^4}{5040} = \frac{1}{42}$.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الأرقام الزوجية المحصل عليها.
قيم المتغير العشوائي X: $X = \{0;1;2;3;4\}$
$X = 0$: عدد مكون من أرقام فردية فقط.
$P(X=0) = \frac{A_5^4}{5040} = \frac{1}{42}$.
$X = 1$: عدد مكون من رقم زوجي فقط $P3\overline{P}$ P رقم زوجي
$P(X=1) = \alpha\frac{A_5^1 A_5^3}{5040} = \frac{5}{21}$. حيث $\alpha = \frac{4!}{3!1!} = 4$
$X = 2$: عدد مكون من رقمين زوجيين فقط $2P2\overline{P}$.
$P(X=2) = \alpha\frac{A_5^2 A_5^2}{5040} = \frac{10}{21}$. حيث $\alpha = \frac{4!}{2!2!} = 6$
$X = 3$: عدد مكون من رقم فردي فقط $3P\overline{P}$ أو مكون من ثلاث أرقام زوجية
$P(X=3) = \alpha\frac{A_5^3 A_5^1}{5040} = \frac{5}{21}$. حيث $\alpha = \frac{4!}{3!1!} = 4$
$X = 4$: عدد مكون من أرقام زوجية فقط $4P$
$P(X=4) = \alpha\frac{A_5^4}{5040} = \frac{1}{42}$. حيث $\alpha = \frac{4!}{4!} = 1$
وهو نفسه السؤال رقم -2-
- قانون احتمال X:

$X = x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{42}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{1}{42}$

7 I) يحتوي كيس على 12 كرة غير قابلة للتمييز باللمس ، 4 كرات حمراء و 8 كرات بيضاء.
نسحب بالتتابع وبدون إرجاع كرتين من الكيس.
عدد السحبات: $A_{12}^2 = 132$.

1) احتمال سحب كرتين من نفس اللّون: $2R$ أو $2B$.
$\frac{A_4^2 + A_8^2}{132} = \frac{17}{33}$.

2) احتمال سحب كرتين أولاهما بيضاء: $B\overline{R}$ أو $2B$.
$\frac{A_8^1 A_4^1 + A_8^2}{132} = \frac{2}{3}$.

II) نسحب بالتتابع وبإرجاع كرتين من الكيس.
-عدد الحالات الممكنة: $12^2 = 144$.

1) احتمال سحب كرة واحدة حمراء: $R\overline{R}$
$\alpha\frac{4^1 \times 8^1}{144} = \frac{4}{9}$ حيث $\alpha = \frac{2!}{1!1!} = 2$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة من الكيس.

ا) تحديد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X: $X = \{0;1;2\}$.
$X = 0$: سحب كرتين بيضاوين $2\overline{R}$ بمعنى لم نسحب كرة حمراء قط.
$X = 1$: سحب كرة حمراء واحدة فقط. $R\overline{B}$.
$X = 2$: سحب كرتين حمراوين $2R$.

ب) قانون احتمال المتغير العشوائي X.
$P(X=0) = \frac{8^2}{144} = \frac{4}{9}$.
$P(X=1) = \frac{4}{9}$ حسب السؤال السابق.
$P(X=2) = \frac{4^2}{144} = \frac{1}{9}$.
إذن:

$X = x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

ج) حساب الأمل الرياضياتي .
$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i P_i$ ومنه $E(X) = \frac{2}{3}$.

8 يحتوي صندوق على 6 بيادِق (البَيْدَق : الجندي في لعبة الشطرنج) لا يمكن التمييز بينها باللّمس ،ثلاث بيادق حمراء تحمل الأرقام : $1,2,3$ وثلاث بيادق خضراء تحمل الأرقام : $2,1,1$. نسحب عشوائيا وفي آن واحد بيدقين من الصندوق ،وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بالقيمة المطلقة لفرق الرقمين المحصل عليهما.
عدد الحالات الممكنة: $C_6^2 = 15$.

1) تحديد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X: $X = \{0;1;2\}$.
$X = 0$: سحب بيدقين يحملان الرقم 2 أو سحب بيدقين يحملان الرقم 1.
$X = 1$: سحب بيدق يحمل الرقم 3 و بيدق يحمل الرقم 2 أو سحب بيدق يحمل الرقم 2 و بيدق يحمل الرقم 1 .
$X = 2$: سحب بيدق يحمل الرقم 3 و بيدق يحمل الرقم 1.
قانون احتمال المتغير العشوائي X.
$P(X=0) = \frac{C_2^2 + C_3^2}{C_6^2} = \frac{4}{15}$.
$P(X=1) = \frac{C_1^1 C_2^1 + C_2^1 C_3^1}{C_6^2} = \frac{8}{15}$.
$P(X=2) = \frac{C_1^1 C_3^1}{C_6^2} = \frac{3}{15}$.
إذن:

$X = x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

2) حساب الأمل الرياضياتي .
$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i P_i$ ومنه $E(X) = \frac{14}{15}$.
حساب $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X.
أولا نحسب التباين $V(X)$:

$$V(X) = \sum_{i=1}^{3} (x_i - E(X))^2 p_i$$
$$= \left(\frac{14}{15}\right)^2 \times \frac{4}{15} + \left(1 - \frac{14}{15}\right)^2 \times \frac{8}{15} + \left(2 - \frac{14}{15}\right)^2 \times \frac{3}{15} = \frac{104}{225}$$

ومنه

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{104}{225}} \simeq 0.68$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

9 I) يحتوي وعاء على 3 قريصات سوداء و 4 حمراء ،إحدى القريصات السوداء تحمل الرقم (-1) والاخريان تحملان الرقم 3 أما الحمراء فاثنان منها تحملان الرقم 2 والاخريان تحملان الرقم 3.

نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد.

-عدد الحالات الممكنة: $C_7^2 = 21$.

1) احتمال الحصول على قريصتين من نفس اللون : $2N$ أو $2R$.

$$\frac{C_3^2 + C_4^2}{21} = \frac{3}{7}.$$

استنتاج احتمال الحصول على قريصتين مختلفتين في اللون. $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ الحادثة العكسية للسؤال السابق.

2) احتمال أن يكون جداء رقمي القريصتين يساوي عددا سالبا: معناه سحب قريصة تحمل رقما سالبا وأخرى تحمل رقما موجبا ومنه:

$$\frac{C_1^1 C_6^1}{21} = \frac{2}{7}.$$

3) احتمال أن يكون مجموع رقمي القريصتين يساوي 3 : 0 لأن الحصول على مجموع رقمي القريصتين يساوي 3 مستحيل.

II) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المحصل عليهما.

1) تعيين قيم المتغير العشوائي X. $X = \{1;2;4;5;6\}$.

$X = 1$: سحب قريصة تحمل الرقم 2 و قريصة تحمل الرقم -1.

$X = 2$: سحب قريصة تحمل الرقم 3 و قريصة تحمل الرقم -1.

$X = 4$: سحب قريصتين تحملان الرقم 2.

$X = 5$: سحب قريصة تحمل الرقم 2 و قريصة تحمل الرقم 3.

$X = 6$: سحب قريصتين تحملان الرقم 3.

قانون احتمال المتغير العشوائي X.

$$P(X=1) = \frac{C_1^1 C_2^1}{C_7^2} = \frac{2}{21}.$$

$$P(X=2) = \frac{C_1^1 C_4^1}{C_7^2} = \frac{4}{21}.$$

$$P(X=4) = \frac{C_2^2}{C_7^2} = \frac{1}{21}.$$

$$P(X=5) = \frac{C_2^1 C_4^1}{C_7^2} = \frac{8}{21}.$$

إذن: $P(X=6) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21}$

$X = x_i$	1	2	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{6}{21}$

2) حساب الأمل الرياضياتي $E(x)$ للمتغير العشوائي X.

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i P_i \text{ ومنه } E(X) = \frac{90}{21}.$$

10 يحتوي صندوق على 4 كرات تحمل العدد (a) و 5 كرات تحمل العدد $(a-1)$ حيث $(a \in \mathbb{R})$. نسحب عشوائيا وفي أن واحد 3 كرات من الصندوق.

عدد الحالات الممكنة: $C_9^3 = 84$.

1) حساب احتمال الحدثين التاليين:

A : سحب 3 كرات تحمل نفس العدد.

$$P(A) = \frac{C_4^3 + C_5^3}{84} = \frac{14}{84}.$$

B : سحب كرتين بالضبط تحمل نفس العدد.

$$P(B) = \frac{C_5^2 C_4^1 + C_4^2 C_5^1}{84} = \frac{70}{84}.$$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بكل سحبة بمجموع الأعداد المسجلة على الكرات المسحوبة.

ا) تعيين قيم المتغير العشوائي X. $X = \{3a-3;3a-2;3a-1;3a\}$.

$X = 3a$: سحب ثلاث كرات تحمل الرقم a .

$X = 3a-1$: سحب كرتين تحملان الرقم a و كرة تحمل الرقم $a-1$.

$X = 3a-2$: سحب كرتين تحملان الرقم $a-1$ و كرة تحمل الرقم a.

$X = 3a-3$: سحب ثلاث كرات تحمل الرقم $a-1$.

ب) قانون احتمال المتغير العشوائي X.

$$P(X=3a) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{4}{84}.$$

$$P(X=3a-1) = \frac{C_4^2 C_5^1}{C_9^3} = \frac{30}{84}.$$

$$P(X=3a-2) = \frac{C_5^2 C_4^1}{C_9^3} = \frac{40}{84}.$$

$$P(X=3a-3) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{10}{84}.$$

إذن:

$X = x_i$	$3a$	$3a-1$	$3a-2$	$3a-3$
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

ج) حساب الأمل الرياضياتي $E(x)$ للمتغير العشوائي X بدلالة a .

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P_i \text{ ومنه } E(X) = \frac{252a - 140}{84}.$$

تحديد a من أجل : $E(x) = 0$.

$E(X) = \frac{252a-140}{84} = 0$ يكافئ $252a - 140 = 0$ ومنه: $a = \frac{35}{63}$.

11 يحتوي صندوق على تسع كرات: أربع منها بيضاء ومرقمة $4,3,2,1$ وخمس منها سوداء ومرقمة $9,8,7,6,5$.

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق ،وليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة.

- عدد الحالات الممكنة: $C_9^3 = 84$.

ا) تحديد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X: $X = \{0;1;2;3\}$.

$X = 0$: كل الكرات المسحوبة سوداء.

$X = 1$: سحب كرة بيضاء و كرتين سوداوين .

$X = 2$: سحب كرتين بيضاوين و كرة سوداء

$X = 0$: كل الكرات المسحوبة بيضاء.

قانون احتمال المتغير العشوائي X.

$$P(X=0) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{10}{84}.$$

$$P(X=1) = \frac{C_5^2 C_4^1}{C_9^3} = \frac{40}{84}.$$

$$P(X=2) = \frac{C_5^1 C_4^2}{C_9^3} = \frac{30}{84}.$$

$P(X=0) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{4}{84}$. إذن:

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{4}{84}$

ب) حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X. $E(X) = \frac{28}{21}$.

2) نسحب عشوائيا على التوالي وبدون إرجاع ثلاث كرات من الصندوق ونعتبر العدد المكون من الأرقام الثلاثة المتحصل عليها حيث الرقم المكتوب على الكرة الأولى هو رقم المئات ،والرقم المكتوب على الكرة الثانية هو رقم العشرات ،والرقم المكتوب على الكرة الثالثة هو رقم الآحاد .

- عدد الحالات الممكنة: $A_9^3 = 504$.

- حساب احتمال الحدثين الآتيين :

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

E_1 : الحصول على عدد أصغر من 300: معناه الكرة المسحوبة الأولى (رقم المئات) تحمل الرقم 1 أو الرقم 2 والكرتين المتبقيتين من الكيس ، أي:

$$P(E_1) = \frac{A_2^1 A_8^2}{A_9^3} = \frac{61}{252}.$$

E_2 : الحصول على عدد زوجي معناه يكفي أن يكون رقم الآحاد زوجيًا ، ومنه:

$$P(E_2) = \frac{A_4^1 A_8^2}{A_9^3} = \frac{4}{9}.$$

12 يتكون قسم مختلط من 18 تلميذا و 12 تلميذة ، يراد تشكيل لجنة للقسم تضم رئيسا و نائبا و أمينا.

-المهام محددة هنا نستعمل الترتيبات-

1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها : $A_{30}^3 = 24360$

2) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث :

ا) يكون الأمين تلميذة :

$A_{12}^1 \times A_{29}^2 = 9744$.

ب) التلميذ X موجودا في اللجنة :

يمكن أن يكون التلميذ X رئيسا أو نائبا أو أمينا ، ومنه: $3 \times A_1^1 \times A_{29}^2 = 2436$.

ج) يكون الرئيس تلميذا و الأمين تلميذة : أما الأمين لم يشترط الجنس.

$A_{18}^1 \times A_{12}^1 \times A_{28}^2 = 6084$.

د) الرئيس و نائبه من جنسين مختلفين :

إما الرئيس ذكرا والنائب أنثى

وإمّا الرئيس أنثى والنائب ذكر ، ومنه:

$2 \times A_{18}^1 \times A_{12}^1 \times A_{28}^1 = 12096$.

3) نفرض أن الرئيس تلميذا والأمين تلميذة وأن التلميذ X لا يريد الإنضمام الى لجنة تضم التلميذة Y .

- عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في هذه الظروف هو:

أولا في حالة: التلميذ X موجود في اللجنة رئيس أو نائب والتلميذة Y غير موجودة :

$$484 = \underbrace{A_1^1}_{\text{نائب X}} \times A_{11}^1 \times A_{27}^1 + A_{17}^1 \times A_{11}^1 \times \underbrace{A_1^1}_{\text{رئيس } X}.$$

ثانيا في حالة: التلميذة Y موجودة في اللجنة أمين أو نائب والتلميذ X غير موجود :

$$646 = \underbrace{A_1^1}_{\text{نائب Y}} \times A_{11}^1 \times \underbrace{A_{27}^1}_{\substack{\text{16 نائب تلميذ} \\ \text{11 نائب تلميذة}}} + A_{17}^1 \times \underbrace{A_1^1}_{\text{أمين } Y} \times \underbrace{A_{17}^1}_{\text{التلميذ رئيس}}.$$

ثالثًا : التلميذ X و التلميذة Y غير موجودين في اللّجنة ، معناه :

$$4862 = \underbrace{A_{26}^1}_{30-X-Y-2=26} \times \underbrace{A_{11}^1}_{\substack{\text{نزعنا التلميذة Y من مجموع} \\ \text{التلميذات اللواتي سنختار} \\ \text{منهن نائبة}}} \times \underbrace{A_{17}^1}_{\substack{\text{نزعنا التلميذ X من عدد} \\ \text{التلاميذ الذكور الذين سنختار} \\ \text{منهم رئيسا}}}$$

ومنه عدد اللّجان هو: $5992 = 4862 + 646 + 484$.

13 يحتوي كيس على كرة واحدة بيضاء و $(n-1)$ كرة سوداء . $(n > 1)$

1) نسحب عشوائيا على التوالي وبدون إرجاع كرتين من الكيس .وليكن X عدد الكرات السوداء المسحوبة.

-عدد الحالات الممكنة: $A_n^2 = n(n-1)$.

ا) قانون احتمال المتغير العشوائي X.

-قيم X: $X = \{1;2\}$.

$X = 1$: سحب كرة سوداء و كرة بيضاء .

$$P(X=1) = \alpha \frac{A_{n-1}^n A_1^1}{A_n^2} = 2\frac{n-1}{n(n-1)} = \frac{2}{n}$$

حيث $\alpha = \frac{2!}{1!1!} = 2$.

$X = 2$ سحب كرتين سوداوين.

$$P(X=2) = \frac{A_{n-1}^2}{A_n^2} = \frac{(n-1)(n-2)}{n(n-1)} = \frac{n-2}{n}.$$

إذن:

$X = x_i$	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{n}$	$\frac{n-2}{n}$

ب) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير X بدلالة n .

$$E(x) = \frac{2}{n} + \frac{2n-4}{n} = \frac{2n-2}{n}$$

2) نسحب هذه المرة n كرة من الكيس على التوالي وبإرجاع.

-عدد الحالات الممكنة: n^n.

- حساب $P(n)$ احتمال سحب n مرة الكرة البيضاء بدلالة n :

$$P(n) = \frac{1^n}{n^n} = \frac{1}{n^n}.$$

3) نضع $U_n = P(n)$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$. نبيّن أن المتتالية (U_n) متقاربة.

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^n} = \lim_{n\to+\infty} e^{\ln\left(\frac{1}{n^n}\right)} = \lim_{n\to+\infty} e^{-\ln(n^n)} = \lim_{n\to+\infty} e^{-n\ln(n)} = 0$$

ومنه المتتالية (U_n) متقاربة.

14 تتكوّن مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد إسمه ابراهيم و امرأة واحدة إسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة من ثلاثة أعضاء **لهم نفس المهام**.

عدد اللّجان هو: $C_{12}^3 = 220$.

1) حساب إحتمال الحوادث التّاليّة :

A : تكوين لجنة تضم ثلاث رجال .

$$P(A) = \frac{C_8^3}{C_{12}^3} = \frac{14}{55} : B$$ تكوين لجنة تضم رجل ؛ امرأتين .

$$P(B) = \frac{C_8^1 C_4^2}{220} = \frac{12}{55} : C$$ تكوين لجنة تضم ابراهيم .

$$P(C) = \frac{C_1^1 C_{11}^2}{220} = \frac{55}{220} : D$$ تكوين لجنة تضم امّا ابراهيم و امّا فاطمة .

$$P(D) = \frac{2C_1^1 C_{10}^2}{220} = \frac{9}{22}$$

2) ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ اختيار بعدد الرّجال في اللجنة المكوّنة.

ا) القيم الممكنة لـ X : $X = \{0;1;2;3\}$.

$X = 0$ اللجنة المكونة تضم النساء فقط.

$$P(X=0) = \frac{C_4^3}{220} = \frac{1}{55}$$

$X = 1$: اللجنة المكونة تضم رجلا واحدا فقط.

$$P(x=1) = P(B) = \frac{12}{55}.$$

$X = 2$: اللجنة المكونة تضم رجلين.

$$P(X=2) = \frac{C_8^2 C_4^1}{220} = \frac{28}{55}.$$

$X = 3$: اللجنة المكونة تضم ثلاثة رجال.

$$P(X=3) = P(A) = \frac{14}{55}.$$

قانون إحتماله :

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

ب) حساب الأمل الرياضياتي .

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i P_i$$ ومنه $E(X) = 2$.

ج) التباين للمتغيّر العشوائي X: $V(x) = \frac{6}{11}$.

15 يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لانفرق بينها باللمس).

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس .

-عدد الحالات الممكنة: $C_9^3 = 84$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

1) حساب إحتمال الحوادث التالية :

أ) الحادثة A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة " .

$P(A)=\dfrac{C_4^1\,C_5^2}{84}=\dfrac{10}{21}$.

ب) الحادثة B : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر " .

$P(B)=\dfrac{C_5^3+C_5^2\,C_4^1+C_5^1\,C_4^2}{84}=\dfrac{20}{21}$.

ج) الحادثة C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية " .

$P(C)=\dfrac{C_4^3}{84}=\dfrac{1}{21}$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.

أ) تعيين قيم المتغير العشوائي X : $X=\{0;1;2;3\}$.

$X=0$ الكريات المسحوبة لا تحمل رقمًا أوليًا.

$P(X=0)=P(C)=\dfrac{1}{21}$

$X=1$: من بين الكريات المسحوبة توجد واحدة فقط تحمل رقمًا أوليا

$P(x=1)=\dfrac{C_4^2\,C_5^1}{84}=\dfrac{5}{14}$.

$X=2$: من بين الكريات المسحوبة توجد كريتان فقط تحملان رقمًا أوليا.

$P(x=2)=\dfrac{C_4^1\,C_5^2}{84}=\dfrac{10}{21}$.

$X=3$: سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما أولية.

$P(X=3)=\dfrac{C_5^3}{84}=\dfrac{5}{42}$.

قانون الإحتمال :

$X=x_i$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{42}$

ب) حساب $P\left(X^2-X\le 0\right)$:

$P\left(X^2-X\le 0\right)=P(X=0)+P(X=1)=\dfrac{17}{42}$.

16 كيس به 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء.

1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد.

عدد الحالات الممكنة: $C_{10}^3=120$.

أ) احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء: $\dfrac{C_4^3}{120}=\dfrac{1}{30}$.

ب) احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء:

الحصول على الأقل على كرية حمراء هو الحادثة العكسية للحصول على 3 كريات بيضاء

ومنه : $1-\dfrac{1}{30}=\dfrac{29}{30}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.

- قيم المتغير العشوائي X: $X=\{0;1;2;3\}$.

$X=0$ سحب 3 كريات حمراء.

$P(X=0)=\dfrac{C_6^3}{220}=\dfrac{1}{6}$

$X=1$: سحب كرية بيضاء و كرتين حمراوين.

$P(x=1)=\dfrac{C_4^1\,C_6^2}{220}=\dfrac{1}{2}$.

$X=2$: سحب كرتين بيضاوين و كرة حمراء.

$P(X=2)=\dfrac{C_4^2\,C_6^1}{220}=\dfrac{3}{10}$.

$X=3$: سحب ثلاث كرات بيضاء.

$P(X=3)=\dfrac{1}{30}$.

قانون الإحتمال :

$X=x_i$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

3) حساب الأمل الرياضياتي .

$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i$ ومنه $E(X)=\dfrac{6}{5}$.

17 I) كيس به 7 كريات متماثلة ،لا نفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و4 خضراء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس .

- عدد الحالات الممكنة: $C_7^2=21$.

1) حساب احتمال الحادثة : " سحب كريتين مختلفتين في اللون ".

$\dfrac{C_4^1\,C_3^1}{21}=\dfrac{4}{7}$

2) حساب احتمال الحادثة : " سحب كريتين من نفس اللون ".

$\dfrac{C_4^2+C_3^2}{21}=\dfrac{3}{7}$.

II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب (DA) α ، حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري .

فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100\,DA$ ،وإذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50\,DA$ ، وإذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه .

و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

1) تبرير أن قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha,50-\alpha,-\alpha\}$

- إذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100\,DA$ ويدفع α إذن يربح : $X=100-\alpha$.

- إذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50\,DA$ ويدفع α إذن يربح : $X=50-\alpha$.

-إذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه إذن يخسر: $X=-\alpha$.

- قانون احتماله:

$P(X=100-\alpha)=\dfrac{C_3^2}{21}=\dfrac{1}{7}$.

$P(X=50-\alpha)=\dfrac{4}{7}$.

$P(X=-\alpha)=\dfrac{C_4^2}{21}=\dfrac{2}{7}$.

ومنه:

$X=x_i$	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

2) نبيّن أن الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي بدلالة α هو : $E(X)=-\alpha+\dfrac{300}{7}$.

$E(X)=\dfrac{1}{7}(100-\alpha)+\dfrac{4}{7}(50-\alpha)-\alpha\dfrac{2}{7}=\dfrac{300-7\alpha}{7}=-\alpha+\dfrac{300}{7}$.

أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب : يكافئ $E(X)>0$

ومنه : $-\alpha+\dfrac{300}{7}>0$ إذن $\alpha<42.85$ ، وعليه: $\alpha=42\ (DA)$

18 كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزّعة كما يلي :

خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ،2،2، 1 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: (-3)، 2 ، 3

وكرية بيضاء مرقمة بـ: (-1).

نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

- عدد الحالات الممكنة: $C_9^4=126$

1) حساب احتمال الحوادث التالية :

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

$P(A)=\dfrac{C_5^4}{126}=\dfrac{5}{126}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر" .

$P(B) = \dfrac{C_1^1 C_8^3 + C_8^4}{126} = 1$.

C : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم ". أي أرقام الكريات المسحوبة تكون:
$-3;-1;1;3$ أو $-3;-1;2;2$ ومنه:

$P(C) = \dfrac{C_1^1 C_1^1 C_2^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 C_4^2}{126} = \dfrac{4}{63}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .

أ) قيم المتغير العشوائي X: $X = \{0;1;2;3\}$.

$X = 0$ سحب 3 كريات خضراء .

$P(X=0) = \dfrac{C_3^3 C_6^1}{126} = \dfrac{1}{21}$

$X = 1$: يتبقى في الكيس كرية خضراء واحدة أي سحب كرتين خضراوين .

$P(x=1) = \dfrac{C_3^2 C_6^2}{126} = \dfrac{5}{14}$.

$X = 2$: سحب كرية خضراء واحدة

$P(X=2) = \dfrac{C_3^1 C_6^3}{126} = \dfrac{10}{21}$.

$X = 3$: عدم سحب أي كرية تحمل اللون الأخضر.

$P(X=3) = \dfrac{C_6^4}{126} = \dfrac{5}{42}$.

قانون الإحتمال :

$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{10}{121}$	$\frac{5}{42}$

ب) حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

$E(x) = \dfrac{5}{3}$.

ج) حساب احتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " .

$P\left(X^2 - X > 0\right) = P\left(X(X-1) > 0\right)$

ومنه : $P\left(X^2 - X > 0\right) = P(X>1) = P(X=2) + P(X=3) = \dfrac{25}{42}$.

19 صندوق يحتوي على 5 كريات سوداء مرقمة بـ: $0, 2, 2, 2, 2$ وكريتين خضراوين مرقمتين بـ: $4, 2$. جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس.
نسحب عشوائيا ثلاث كريات على التوالي مع الإرجاع:
- عدد الحالات الممكنة: $7^3 = 343$.

1) احتمال الحصول على كريتين سوداوين على الأكثر: $2NV$ أو $N2V$ أو $0N3V$ ، ومنه :

$\dfrac{\alpha(5^2 \times 2^1 + 5^1 \times 2^2) + 2^3}{343} = \dfrac{3(50+20)+8}{343} = \dfrac{218}{343}$.

حيث $\alpha = \dfrac{3!}{2!1!} = 3$

2) حساب احتمال الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامهم 6 .

أي الكريات المسحوبة تحمل الأرقام: $2,2,2$ أو $2,4,0$ ، ومنه:

$\dfrac{5^3 + \alpha(5^1 \times 1^1 \times 1^1)}{343} = \dfrac{125+30}{343} = \dfrac{155}{343}$.

حيث : $\alpha = \dfrac{3!}{1!1!1!} = 6$

3) حساب احتمال أن تكون الكريات المسحوبة سوداء ومجموع أرقام الكريات 6 .

أي: $3N_2$ ، ومنه : $\dfrac{4^3}{343} = \dfrac{64}{343}$.

نترع الكريتين الخضراوين من الصندوق ونضع مكانها n كرية حمراء. ثم نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .
- عدد الحالات الممكنة:

$C_{5+n}^2 = \dfrac{(5+n)!}{2!(3+n)!} = \dfrac{(5+n)(4+n)(3+n)!}{2(3+n)!} = \dfrac{(5+n)(4+n)}{2}$.

ونعتبر اللعبة التالية : سحب كرية سوداء يعطي -10 نقطة وسحب كرية حمراء يعطي $+5$ نقطة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع النقط المحصل عليها.

1)

2) قيم المتغير العشوائي X: $X = \{-20;-5;10\}$.

$X = -20$ سحب كريتين سوداوين .

$P(X=-20) = \dfrac{C_5^2}{\frac{(5+n)(4+n)}{2}} = \dfrac{20}{(5+n)(4+n)}$

$X = -5$: سحب كرية سوداء وكرية حمراء .

$P(x=-5) = \dfrac{C_n^1 C_5^1}{\frac{(5+n)(4+n)}{2}} = \dfrac{10\frac{n!}{(n-1)!}}{(5+n)(4+n)} = \dfrac{10n}{(n+5)(n+4)}$.

$X = 10$: سحب كريتين حمراوين

$P(X=10) = \dfrac{C_n^2}{\frac{(5+n)(4+n)}{2}} = \dfrac{2\frac{n!}{2!(n-2)!}}{(n+5)(n+4)} = \dfrac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$.

قانون الإحتمال :

$X = x_i$	-20	-5	10
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{(5+n)(4+n)}$	$\frac{10n}{(n+5)(n+4)}$	$\frac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$

3) تعيين عدد الكرات الحمراء المضافة حتى تصبح اللعبة عادلة ، يكافئ : $E(X) = 0$ ، ومنه:

$E(x) = \dfrac{-400-50n+10n^2-10n}{(5+n)(4+n)} = \dfrac{10n^2-60n-400}{(n+5)(n+4)} = 0$

أي: $10n^2 - 60n - 400 = 0$ يكافئ $n^2 - 6n - 40 = 0$ ومنه $n = 10$.

20 يراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبا له من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 و H_3 و أربع نساء F_1 ، F_2 ، F_3 و F_4

1) نبيّن أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42.

المهام محددة نستعمل الترتيبات ومنه: $A_7^2 = 42$

2) أ) حساب احتمال الحادثة A "اللجنة من نفس الجنس" أي HH أو FF :

$P(A) = \dfrac{A_3^2 + A_4^2}{42} = \dfrac{3}{7}$.

استنتاج احتمال الحادثة B "اللجنة من جنسين مختلفين" :

B هي الحادثة العكسية للحادثة A ومنه :

$P(B) = 1 - P(A) = \dfrac{4}{7}$.

ب) حساب احتمال الحادثة C "H_1 هو الرئيس" :

$P(C) = \dfrac{A_1^1 \times A_6^1}{42} = \dfrac{1}{7}$

حساب احتمال الحادثة D "اللجنة لا تضم كلا من H_1 و F_1 " :

توجد لجنتان تضمان H_1 و F_1 معًا وهما: H_1F_1 أو F_1H_1 ومنه عدد اللجان التي لا تضم كلا من H_1 و F_1 هو : $42 - 2 = 40$ وعليه:

$P(D) = \dfrac{40}{42} = \dfrac{20}{21}$.

3) المتغير العشوائي X يرفق بكل لجنة عدد الرجال فيها .

- قيم المتغير العشوائي X : $X = \{0,1,2\}$.

$X = 0$: اللجنة تضم النساء فقط.

$P(X=0) = \dfrac{A_4^2}{42} = \dfrac{2}{7}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$X=1$: اللجنة تضم رجلا فقط.

$P(X=1)=P(B)=\frac{4}{7}$.

$X=2$: اللجنة تضم رجلين.

$P(X=2)=\frac{A_3^2}{42}=\frac{1}{7}$.

تعيين قانون إحتمال X :

$X=x_i$	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

4) حساب الأمل الرياضياتي .

$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i$ ومنه $E(X)=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$.

ثم أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي .

21 I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

عدد الحالات الممكنة هو : $C_9^3=84$.

1) حساب احتمال كل حادثة من الحوادث: A ، B ، C ، $A\cap C$ و $A\cup C$

الحادثة A: $(R,R,R),(B,B,B)$

إذن : $P(A)=\frac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\frac{4+1}{84}=\frac{5}{84}$

الحادثة B: $(0,0,0),(0,-1,1),(0,2,-2),(-1,-1,2),(-2,1,1)$

إذن :

$$P(B)=\frac{C_3^3+C_3^1\times C_2^1\times C_2^1+C_3^1\times C_1^1\times C_1^1+C_2^2\times C_1^1+C_2^2\times C_1^1}{C_9^3}$$

$$=\frac{1+12+3+1+1}{84}=\frac{18}{84}$$

الحادثة C:

$P(C)=\frac{C_3^3+C_3^2\times C_3^1}{C_9^3}=\frac{1+9}{84}=\frac{10}{84}$

الحادثة $A\cap C$: (R_1,R_2,R_{-1})

$p(A\cap C)=\frac{C_3^3}{C_9^3}=\frac{1}{84}$

الحادثة $A\cup C$:

$P(A\cup C)=p(A)+p(C)-p(A\cap C)=\frac{5+18-1}{84}=\frac{22}{84}$

2) أ) قيم المتغير العشوائي X هي $X=\{-1,0,1,2\}$

$X=-1$ معناه أكبر الأعداد المسحوبة هو -1 ومنه

$P(X=-1)=\frac{C_2^2\times C_1^1}{C_9^3}=\frac{1}{84}$

$X=0$ معناه أكبر الأعداد المسحوبة هو 0 ومنه

$P(X=0)=\frac{C_3^3+C_3^2\times C_3^1+C_3^2\times C_3^1}{C_9^3}=\frac{1+9+9}{84}=\frac{19}{84}$

$X=1$ معناه أكبر الأعداد المسحوبة هو 1 ومنه

$P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_6^2+C_2^2\times C_6^1}{C_9^3}=\frac{30+6}{84}=\frac{36}{84}$

$X=2$ معناه أكبر الأعداد المسحوبة هو 2 ومنه

$P(X=2)=\frac{C_1^1\times C_8^2}{C_9^3}=\frac{28}{84}$

قانون إحتمال المتغير العشوئي X:

$X=x_i$	-1	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{84}$	$\frac{19}{84}$	$\frac{36}{84}$	$\frac{28}{84}$

ب) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$

$E(X)=\frac{-1\times1+0\times19+1\times36+2\times28}{84}=\frac{91}{84}$

II) نسحب الآن ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع.

عدد الحالات الممكنة: $A_9^3=504$

$P(D)=\frac{A_5^3+3A_5^2\times A_4^1+3A_5^1\times A_4^2}{+A_9^3}==\frac{60+240+180}{504}=\frac{480}{504}=\frac{20}{21}$

طريقة2: باستعمال الحادثة العكسية لـD

أي $\overline{D}$: جداء يساوي عدد فردي ومنه :

$P(D)=1-\frac{A_4^3}{504}=\frac{20}{21}$.

22 I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 4 كريات ومنه عدد الحالات الممكنة هو: $C_{10}^4=210$.

1) نبيّن أن : $P(B)=\frac{29}{105}$:

B : "الكريات المسحوبة تحمل لونين فقط"

أي $2B2R-2B2V-2R2V-3B(R,V,N)-3R(B,V,N)$

$P(B)=\frac{C_4^2C_3^2+C_4^2C_2^2+C_3^2C_2^2+C_4^3C_6^1+C_3^3C_7^1}{210}=\frac{58}{210}=\frac{29}{105}$

حساب $P(A)$ و $P(C)$:

A : "الكريات المسحوبة من ألوان مختلفة مثنى مثنى". أي: $BVRN$

$P(A)=\frac{C_4^1C_3^1C_2^1C_1^1}{210}=\frac{24}{210}=\frac{4}{35}$.

C : "الكريات المسحوبة تحمل على الأقل رقمًا زوجيًا "

$P(C)=1-P(\overline{C})$ حيث $\overline{C}$: الحادثة العكسية للحادثة C أي كل الكرات تحمل رقما فرديًا

ومنه : $P(C)=1-\frac{C_4^4}{210}=\frac{209}{210}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ) نبيّن أن : $P(X=3)=\frac{127}{210}$:

$X=3$: معناه الحصول على 3 ألوان لما نسحب 4 كريات في آن واحد أي:

2VBN 2RBV 2BRV

ومنه 2VBR 2RBN 2BNV

2VRN 2RVN 2BNR

$P(X=3)=\frac{C_4^2C_2^1C_3^1+C_4^2C_1^1C_2^1+C_4^2C_1^1C_3^1+C_3^2C_1^1C_2^1+C_3^2C_1^1C_4^1}{210}$

$+\frac{C_3^2C_2^1C_4^1+C_2^2C_4^1C_1^1+C_2^2C_4^1C_3^1+C_2^2C_1^1C_3^1}{210}=\frac{127}{210}$

تعيين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

- قيم المتغير العشوائي X : $X=\{1;2;3;4\}$ ، حيث:

$X=1$: الحصول على 4 كريات لها نفس اللّون أي $4B$ ومنه:

$P(X=1)=\frac{C_4^4}{210}=\frac{1}{210}$

$X=2$ الكريات المسحوبة تحمل لونين فقط (الحادثة B) ومنه

$P(x=2)=P(B)=\frac{58}{210}$.

$X=3$: الكريات المسحوبة تحمل 3 ألوان : $P(X=3)=\frac{127}{210}$.

$X=4$ الكريات المسحوبة تحمل 4 ألوان (الحادثة A) ومنه :

$P(X=4)=P(A)=\frac{24}{210}$

ومنه تعيين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X:

$X=x_i$	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{210}$	$\frac{58}{210}$	$\frac{127}{210}$	$\frac{24}{210}$

ب) حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X: $E(X)=\frac{99}{35}$

II) نسحب الآن عشوائياً على التوالي و من دون إرجاع أربع كريات من هذا الصندوق. عدد الحالات الممكنة : $A_{10}^4=5040$

1) حساب $P(D)$: $P(D)=\frac{A_3^1\times A_3^1\times A_2^1\times A_4^1}{5040}=\frac{1}{70}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

23 ① عدد السحبات: $C_{20}^2 = 190$.

1) حساب احتمال كل حدث من الأحداث التالية :

C : " الشخصان المختاران من نفس الفصيلة الدموية ".

$P(C) = \dfrac{C_6^2 + C_8^2 + C_5^2}{C_{20}^2} = \dfrac{53}{190}$.

D : " الشخصان المختاران من فصيلتين مختلفتين ".

$P(D) = P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \dfrac{53}{190} = \dfrac{137}{190}$.

E :فصيلة أحد الشخصين المختارين هي A فقط ".

$P(E) = \dfrac{C_8^1 C_{12}^1}{190} = \dfrac{48}{95}$.

2) $E \cap D$: "الشخص المختار يحمل فصيلة A والآخر يحمل فصيلة مختلفة عن A

نلاحظ أن $E \subset D$ ومنه $E \cap D = E$ و بالتالي $P(E \cap D) = P(E) = \dfrac{48}{95}$.

استنتاج $P\left(\overline{E} \cup \overline{D}\right)$:

$P\left(\overline{E} \cup \overline{D}\right) = P\left(\overline{E \cap D}\right) = 1 - P(E \cap D) = 1 - \dfrac{48}{95} = \dfrac{47}{95}$.

② X المتغير العشوائي الذي يربط بكل اختيار لشخصين بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتهما.

1) القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X:

لما نختار شخصين يحملان فصيلة O فإن قيمة X المرفقة هي : $X = 4 + 4 = 8$ بنفس الطريقة نكمل مع جميع المخارج فنجد:

$\boxed{X = \{3, 4, 5, 6, 8\}}$.

$P(X = 3) = \dfrac{C_1^1 C_8^1 + C_1^1 C_5^1}{190} = \dfrac{13}{190}$

$P(X = 4) = \dfrac{C_2^8 + C_5^2 + C_8^1 C_5^1}{190} = \dfrac{78}{190}$

$P(X = 5) = \dfrac{C_6^1 C_1^1}{190} = \dfrac{6}{190}$

$P(X = 6) = \dfrac{C_6^1 C_8^1 + C_6^1 C_5^1}{78} = \dfrac{13}{190}$

$P(X = 8) = \dfrac{C_6^2}{190} = \dfrac{15}{190}$

ومنه قانون احتمال X:

x_i	3	4	5	6	8
$P(X = x_i)$	$\frac{13}{190}$	$\frac{78}{190}$	$\frac{6}{190}$	$\frac{78}{190}$	$\frac{15}{190}$

2) حساب الأمل الرياضياتي : $E(X) = \sum_{i=1}^{5} x_i P_i$

$E(X) = 3 \times \dfrac{13}{190} + 4 \times \dfrac{78}{190} + 5 \times \dfrac{6}{190} + 6 \times \dfrac{78}{190} + 8 \times \dfrac{15}{190} = \dfrac{51}{10}$

3) حساب $P\left(e^{X^2-9X+1} \leq e^{X-23}\right)$:

$P\left(e^{X^2-9X+1} \leq e^{X-23}\right) = P\left(X^2 - 9X + 1 \leq X - 23\right)$

ومنه $P\left(e^{X^2-9X+1} \leq e^{X-23}\right) = P\left(X^2 - 10X + 24 \leq 0\right)$

$P\left(e^{X^2-9X+1} \leq e^{X-23}\right) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6)$

إذن $P\left(e^{X^2-9X+1} \leq e^{X-23}\right) = \dfrac{78 + 6 + 78}{190} = \dfrac{81}{95}$.

24

1) عدد الحالات الممكنة للسحب هي $C_{10}^3 = 120$, القيم الممكنة لـ X هي $\{0, 1, 2, 4, 8\}$.

قانون احتمال X :

$P(X = 0) = \dfrac{C_2^1 \times C_8^2 + C_2^2 \times C_8^1}{120} = \dfrac{64}{120}$

$P(X = 1) = \dfrac{C_3^3}{120} = \dfrac{1}{120}$

$P(X = 2) = \dfrac{C_3^2 \times C_5^1}{120} = \dfrac{15}{120}$

$P(X = 4) = \dfrac{C_5^2 \times C_3^1}{120} = \dfrac{30}{120}$

$P(X = 8) = \dfrac{C_5^3}{120} = \dfrac{10}{120}$.

x_i	8	4	2	1	0
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{64}{120}$

$E(X) = 0 \times \dfrac{64}{120} + 1 \times \dfrac{1}{120} + 2 \times \dfrac{15}{120} + 4 \times \dfrac{30}{120} + 8 \times \dfrac{10}{120}$ أي

$E(X) = \dfrac{231}{120}$.

2) نضع A الحصول على ثلاث كريات تحمل كل منها رقما زوجيًا ،

$P(A) = \dfrac{C_5^3 + C_2^2 \times C_5^1 + C_5^2 \times C_2^1}{120} = \dfrac{35}{120}$ أي $P(A) = \dfrac{7}{24}$.

3) عدد الحالات الممكنة للسحب هي: $A_{10}^2 = 90$ ،

أ) نضع : الحادثة S : الحصول على رقمين مجموعهما فردي

المجموع فردي معناه الرقمين من شفعيتين مختلفتين

$P(S) = \dfrac{2 \times A_2^1 \times A_3^1 + 2 \times A_3^1 \times A_5^1}{90} = \dfrac{42}{90}$ ومنه

$P(S) = \dfrac{21}{45}$. أي

ب) D الحادثة: الحصول على رقمين جداؤهما زوجي.

الجداء زوجي معناه الرقمان زوجيان أو أحدهما فردي والآخر زوجي ومنه

$P(D) = \dfrac{2 \times A_5^1 + A_2^1 + A_2^2 \times A_5^2 + 2 \times A_2^1 \times A_3^1 + 2 \times A_3^1 \times A_5^1}{90}$

$P(D) = \dfrac{84}{90}$ أي

$P(D) = \dfrac{14}{15}$. أي

25 عدد الكرات بالألوان $3B$ و $2N$

1) قيم المتغير X تتعلق بعدد الكرات السوداء المسحوبة وعليه قيم X هي 0 ، 1 و 2 ومنه الإجابة الصحيحة هي : ج) .

2) الأمل الرياضياتي : عدد الحالات الممكنة هو C_5^3.

$P(X = 2) = \dfrac{C_2^2 \times C_3^1}{10} = \dfrac{3}{10}$

$P(X = 0) = \dfrac{C_3^3}{10} = \dfrac{1}{10}$ ، $P(X = 1) = \dfrac{C_2^1 \times C_3^2}{10} = \dfrac{6}{10}$

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

الأمل الرياضياتي هو : $E(X) = \dfrac{0 + 6 + 6}{10} = \dfrac{6}{5}$ فالإجابة الصحيحة هي ب) .

3) احتمال الحصول على كرة سوداء تحمل الرقم 1 هو $P(A) = \dfrac{C_1^1 \times C_3^2 + C_2^2 \times C_3^1}{10} = \dfrac{3}{5}$

ومنه الإجابة الصحيحة هي ج) .

4) باقي مجموع المربعات $1^2 + 2^2 + 3^2 \equiv 1[13]$ ، $1^2 + 2^2 + 2^2 \equiv 9[13]$

$2^2 + 2^2 + 3^2 \equiv 4[13]$ و $1^2 + 1^2 + 3^2 \equiv 11[13]$ ، $1^2 + 2^2 + 1^2 \equiv 6[13]$.

واحتمال أن يكون مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريّات المسحوبة على 13 هو 1 :

$P(B) = \dfrac{C_2^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{10} = \dfrac{2}{5}$ ومنه الإجابة الصحيحة هي أ) .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com