najah213.com · نجاح 213

ثانوية صديقي النوري–الجلفة
المستوى: ثالثة ثانوي
الشعبة: رياضيات

الفرض الأول للفصل الأول
في مادة الرياضيات

الموسم الدراسي: 2023–2024
الأستاذ: قويسم الخليل
المدة: 01 ساعة

ملاحظة: تؤخذ بعين الاعتبار، الإجابات الدقيقة والواضحة، كما يمنع منعا باتا استعمال القلم الأحمر

التمرين

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2 - xe^{1-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

[03.00 ن] ❶ أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

[03.00 ن] ب- ادرس تغيرات الدالة f ثمّ شكل جدول تغيراتها

[01.50 ن] ❷ أ- بيّن أنّ لـ (C_f) نقطة إنعطاف Ω يطلب تعيين إحداثييها

[01.00 ن] ب- اكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة Ω

[01.50 ن] ج- اكتب معادلة المماس (T') لـ (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور التراتيب، ثم تحقق أنّ $(T) \perp (T')$

[02.50 ن] ❸ احسب $f(-1)$، ثم أنشئ (C_f)

[02.00 ن] ❹ ناقشا بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلولة المعادلة $\ln f(x) - \ln f(m) = 0$

II) f_n الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_n(x) = 2 - x^n e^{1-x}$

(حيث: $n \in \mathbb{N}$ ، مع: $n \geq 2$)، و (C_n) تمثيلها البياني في المستوي السابق

[02.00 ن] ❶ بيّن أنّ جميع المنحنيات (C_n) تمّر من نقطتين ثابتتين يُطلب تعيينهما

[01.50 ن] ❷ احسب نهايتي الدالة f_n عند $+\infty$ و $-\infty$ (ناقش حسب شفعية n)

[02.00 ن] ❸ احسب $f_n'(x)$، ثمّ حدّد حسب شفعية n اتجاه تغير الدالة f_n وشكل جدول تغيراتها

"ومن يتهيب صعود الجبال... يعش أبد الدهر بين الحفر"

بالتوفيق للجميـــــــع

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

(I

❶ أ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (2 - xe^{-x}e^{1}) = \boxed{2}$

لأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} (-xe^{-x}) = 0$

• التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 2$

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$

ب- دراسة تغيرات الدالة f ثمّ تشكيل جدول تغيراتها:

لدينا: الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$، ولدينا من أجل كل $x \in D_f$:

$f'(x) = -e^{1-x} + xe^{1-x} = (x-1)e^{1-x}$

لدينا: $e^{1-x} > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $(x-1)$:

لدينا: $x - 1 = 0$ ومنه: $x = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	1	↗ 2

❷ أ- تبيين أن لـ (C_f) نقطة إنعطاف Ω:

لدينا f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث:

$f''(x) = e^{1-x} - (x-1)e^{1-x} = (2-x)e^{1-x}$

لدينا: $e^{1-x} > 0$ ومنه إشارة $f''(x)$ من إشارة $(2-x)$:

لدينا: $2 - x = 0$ ومنه: $x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

لدينا: المشتقة الثانية تنعدم وتغير إشارتها لما $x = 2$

ومنه: (C_f) يقبل نقطة انعطاف $\Omega\left(2; \frac{2e-2}{e}\right)$

ب- كتابة معادلة (T):

$(T): y = f'(2)(x-2) + f(2) = \boxed{e^{-1}x - 4e^{-1} + 2}$

ج- كتابة معادلة (T'):

$(T'): y = f'(0)(x-0) + f(0) = \boxed{-ex + 2}$

- التحقق أنّ $(T') \perp (T)$:

مستقيمان متعامدان معناه ضرب معاملي توجيههما يساوي -1

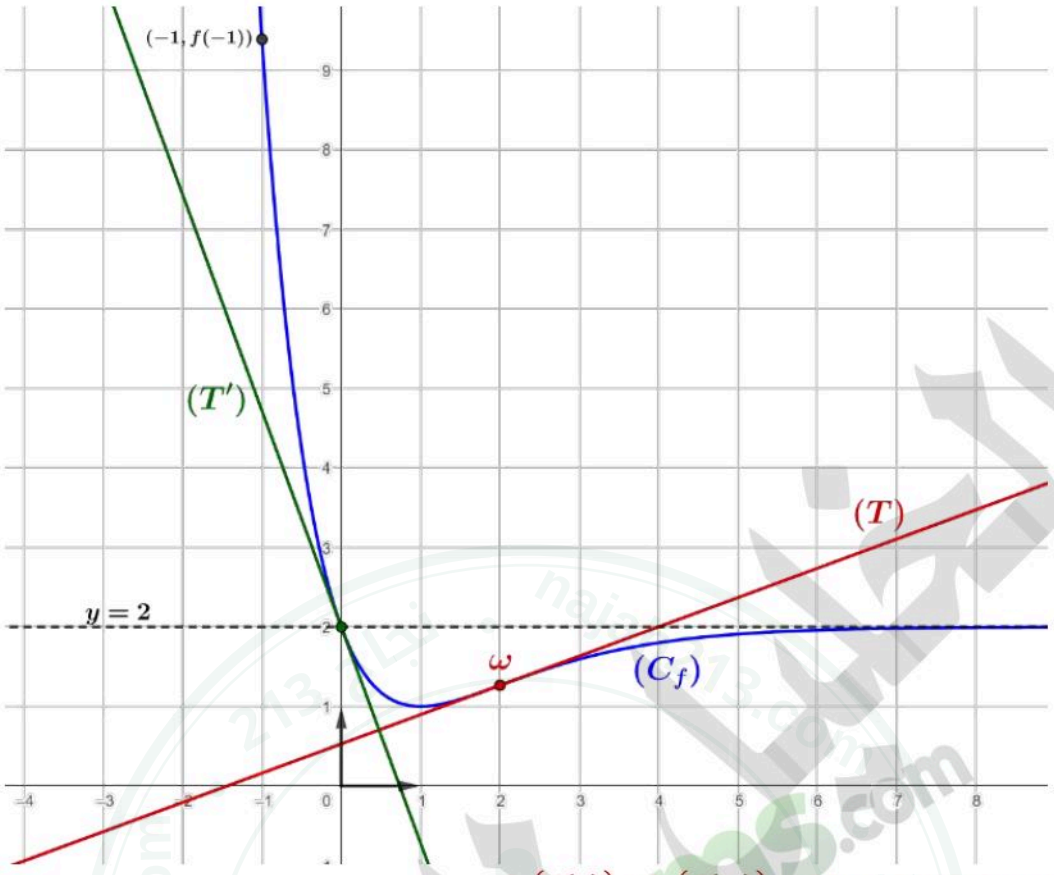
لدينا: $a_{(T)} \times a_{(T')} = -e \times e^{-1} = -1$ إذن (T) و (T') متعامدان

❸ حساب $f(-1)$، وانشاء (C_f):

لدينا: $f(-1) = 2 + e^2 \approx 9.38$

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



❹ **المناقشة البيانية لعدد وإشارة حلولة المعادلة** $\ln(f(x)) - \ln(f(m)) = 0$:

لدينا: $\ln(f(x)) - \ln(f(m)) = 0 \dots (*)$

ومنه: $\ln(f(x)) = \ln(f(m))$

ومنه: $\boxed{f(x) = f(m)}$

حلول المعادلة (*) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y = f(m)$ حيث $m \in \mathbb{R}$

- لما $m = 1$ المعادلة تقبل حل مضاعف موجب تماما
- لما $m \in]0;1[\cup]1;+\infty[$ المعادلة تقبل حلان موجبان تماما
- لما $m = 0$ المعادلة تقبل حل معدوم
- لما $m =]-\infty;0[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما

II)

❶ **تبيين أن جميع المنحنيات** (C_n) **تمرّ من نقطتين ثابتتين:**

لدينا: $f_n(x) - f_{n+1}(x) = 0$

معناه: $2 - x^n e^{1-x} - 2 + x^{n+1} e^{1-x} = 0$

ومنه: $x^n e^{1-x}(-1 + x) = 0$

ومنه: $-1 + x = 0$ أو $x^n = 0$ لأنّ $e^{1-x} \neq 0$

ومنه: جميع المنحنيات (C_n) تمّر من نقطتين ثابتتين هما $A(0; f(0))$ و $B(1; f(1))$

أي: من النقطتين $A(0;2)$ و $B(1;1)$

❷ **حساب نهايتي الدالة** f_n **عند** $+\infty$ **و** $-\infty$:

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f_n(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(2 - e\dfrac{x^n}{e^x}\right) = \boxed{2}$ فـ

لأنّ : $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^n}{e^x}\right) = 0$

لمّا: $n = 2k + 1$ حيث: $k \in \mathbb{N}$:

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(2 - \underbrace{x^n}_{-\infty}\underbrace{e^{1-x}}_{+\infty}\right) = \boxed{+\infty}$

لمّا: $n = 2k$ حيث: $k \in \mathbb{N}$:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(2 - \underbrace{x^n}_{+\infty}\underbrace{e^{1-x}}_{+\infty}\right) = \boxed{-\infty}$

❸ **حساب $f_n'(x)$:**

لدينا: الدالة f_n قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$، ولدينا من أجل كل $x \in D_f$:

$$f_n'(x) = -nx^{n-1}e^{1-x} + x^n e^{1-x} = \boxed{x^n e^{1-x}\left(-\frac{n}{x}+1\right)}$$

- **تحديد حسب شفعية n اتجاه تغير الدالة f_n وتشكيل جدول تغيراتها:**

لدينا: $f_n'(x) = 0$

معناه: $x^n e^{1-x}\left(-\frac{n}{x}+1\right) = 0$

لدينا: $e^{1-x} > 0$

ولدينا: $-\frac{n}{x}+1$

معناه: $\frac{x-n}{x} = 0$

ومنه: $x = n$

ولدينا: $x^n = 0$ معناه: $x^n = 0$

◄ لما n فردي لدينا:

x	$-\infty$		0		n		$+\infty$
x^n	$+$		0	$+$			$+$
$-\frac{n}{x}+1$		$-$		$-$	0		$+$
$f_n'(x)$	$-$		0	$-$	0		$+$
$f_n(x)$	$+\infty$	↘	2	↘	$f_n(n)$	↗	2

◄ لما n زوجي، لدينا:

x	$-\infty$		0		n		$+\infty$
x^n	$-$		0	$+$			$+$
$-\frac{n}{x}+1$		$-$		$-$	0		$+$
$f_n'(x)$	$+$		0	$-$	0		$+$
$f_n(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$f_n(n)$	↗	2

❤ بالتوفيق للجميـــع في شهادة البكالوريا 2024 ❤

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com