najah213.com · نجاح 213

مديرية التربية لولاية تيسمسيلت — ثانوية: ابن خلدون – العيون

المستوى: 3 تـ ر — يوم 15 – 05 – 2017 — المدة: 4 ساعات ونصف

بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

المـــــوضـــوع الاول

الـتمـريـن الأول(04):

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;0;1)$، $B(2;-1;1)$ و $C(0;1;1)$

1. تحقق ان النقط A، B و C لاتعين مستويا وحيدا
2. (P_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $mx-y+(2-m)z+m+4=0$، m عدد حقيقي)
   ا) بين ان (P_m) مستوي من اجل كل عدد حقيقي m
   ب) بين ان جميع المستويات (P_m) تتقاطع في نفس المستقيم(Δ) الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له
3. ا) احسب احداثيات النقطة Hالمعرفة بـ $2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}+e.\overrightarrow{HC}=\vec{0}$: ($e$ اساس اللوغارتم النيبيري)
   ب) احسب المسافة بين النقطةH والمستقيم (Δ)
4. ا) اوجد(S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$من الفضاء التي تحقق : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e.\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{5}.(1+e)$
   ب) اوجد المستويات (P_m)التي تمس المجموعة (S)

الـتمـريـن الـثـانـي(05):

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول : $(I)\ldots..\ z^2-2\sqrt{3}z+4=0$
   - اكتب الحلول على الشكل المثلثي
2. المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u};\vec{v})$ ، لتكن النقط ،و التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2i$، $z_B=\sqrt{3}+i$، $z_C=\overline{z_B}$ وليكن العدد المركب L حيث : $L=\frac{(1-i)z_B}{z_C}$
   ا) اكتب العدد L على الشكل الاسي ثم احسب L^{2016}
   ب) عين قيم العدد الطبيعيn حتى يكون العدد L^nتخيلي صرف
3. ا) بين انه يوجد دوران r مركزه B ويحولA الى C ، يطلب تعيين زاويته .
   ب) استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته
4. ا) عين(E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد$\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i}$ حقيقي موجب
   ب) عين (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $iz=-1+i\sqrt{3}+2ie^{i\theta}$ عندما θ يمسح $\mathbb{R}$

الـتمـريـن الـثـالـث(04):

1. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-x\ln x$. ادرس تغيرات الدالة f
2. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\frac{e^n}{n^n}$
   احسب الحدود : u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرها ونهايتها

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3. (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $v_n = \ln(u_n)$

ا) اثبت ان : $v_n = n - n\ln(n)$

ب) باستعمال الدالة f ، ادرس اتجاه تغير (v_n) ثم استنتج ان (u_n) متناقصة

ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $0 < u_n \leq e$

د) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها .

التمرين الرابع(07):

الجزء 1 :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^x)$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث الوحدة 2cm على محور الفواصل و5cm على محور التراتيب

1. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا
2. ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1+e^{-x})$

ب) احسب نهاية f عند $+\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

3. نعتبر على المجال $]-1;+\infty[$ الدالة g المعرفة بـ : $g(t) = \frac{t}{1+t} - \ln(1+t)$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0;+\infty[$

ب) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج اشارة $g(t)$ من اجل t موجب تماما

4. ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(e^x)}{e^x}$

ب) استنتج ان f متناقصة تماما على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها

ج) انشئ (C_f)

الجزء 2 :

نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

1. تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي t : $\frac{1}{1+e^t} = 1 - \frac{e^t}{1+e^t}$
2. باستعمال التكامل بالتجزئة بين ان : $F(x) = -\ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) - f(x) + 2\ln 2$
3. استنتج مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = \ln 4$ ، $x = 0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مديرية التربية لولاية تيسمسيلت — ثانوية: ابن خلدون – العيون

المستوى: 3 تـ ر — يوم 15 – 05 – 2017 — المدة: 4 ساعات ونصف

بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول(3.5):

نعتبر المعادلة $(E): 3x - 8y = 5$ حيث x وy صحيحان نسبيان

1) اثبت ان حلول المعادلة (E)هي الثنائيات $(x;y)$حيث$x = 8k - 1$، $y = 3k - 1$ و $k\epsilon\mathbb{Z}$

2) ا) لتكنn، x وy ثلاثة اعداد صحيحة تحقق$\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases}$ اثبت ان $(x;y)$حل للمعادلة (E)

ب) نعتبر الجملة $(S)\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$حيث$n$ عدد صحيح . اثبت انn حل للجملة(S) اذا وفقط اذا كان $n \equiv 23[24]$

3) تأكد ان2015 حل للجملة (S)ثم استنتج ان$2015^{1436} - 1$ يقبل القسمة على 24

التمرين الثاني(4.5):

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس نعتبر النقط $A(-2;-1;3)$، $B(1;3;5)$، $C\left(2;-\frac{1}{2};-4\right)$ و$D(2;-2;-3)$

$E(1;-1;2)$، $F(1;-1;1)$ والمستقيم (Δ)معرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $t\epsilon]0;+\infty[$; $\begin{cases} x = 1 - \ln(t) \\ y = -\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z = -1 + \ln(e^2 t) \end{cases}$

1. ا) بين ان النقطA، B، Cتعين مستويا (ABC)

ب) تحقق ان الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ناظمي للمستوي (ABC) ثم عين معادلة ديكارتية له

2. ا) اوجد $\vec{u}$احد اشعة توجيه المستقيم واحداثيات نقطة منه (Δ)

ب) لتكن$M(x;y;z)$ نقطة من المستقيم (Δ)اوجدEM^2 بدلالة t

ج) اوجد اصغر قيمة EM^2ثم استنتج المسافة بين النقطة Eوالمستقيم (Δ) و استنتج احداثيات Hالمسقط العمودي للنقطةE على المستقيم (Δ)

د) اكتب معادلة سطح الكرة(S) التي مركزهاE ويمس المستقيم (Δ)

3. ا) بين ان المثلثABC قائم فيA واحسب مساحته

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

التمرين الثالث(05):

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$كثير الحدود : $P(z) = z^4 + 8 - 8\sqrt{3}i$

1. ا) احسب العدد المركب$(\sqrt{3} + i)^2$ ثم استنتج في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ حلول المعادلتين : $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$ و$z^2 = -2 - 2\sqrt{3}i$

ب) تحقق انه من اجل كل عدد مركبz : $P(z) = \left(z^2 + 2 + 2\sqrt{3}i\right)\left(z^2 - 2 - 2\sqrt{3}i\right)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط A، B، C و D ذات اللاحقات $z_A = \sqrt{3} + i$، $z_B = -1 + \sqrt{3}i$، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$ على الترتيب

ا) اكتب الاعداد المركبة A، B، C و D على الشكل الاسي .

ب) علم النقط A، B، C و D ثم بين انها تنتمي الى الدائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها

ج) بين ان : $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D} = i$ ثم اعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D}$ واستنتج طبيعة المثلث ABD

3. نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z' = e^{i\frac{\pi}{2}}z$

ا) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة

ب) تحقق ان $T(A) = B$، $T(B) = C$ و $T(C) = D$

ج) بين انه من اجل كل عدد مركب z : $P(z') = P(z)$

د) احسب $P(z_A)$ ثم استنتج مرة اخرى حلول المعادلة $P(z) = 0$

التمرين الرابع(07):

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - \ln x^2 + 1) & ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$

I. .

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا
3. ادرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
4. بين انه يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث $\alpha \geq 0$: $f(\alpha) = 0$ ، ثم تحقق ان : $4.6 < \alpha < 4.7$
5. اكتب معادلة للمستقيم (D) المماس للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة 1

II. g دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

1. احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة g' واستنتج اشارتها على المجال $[0;+\infty[$
2. حدد اتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)
3. انشئ (D) و (C_f)

III. .

1. من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x \, dx$
   - احسب I_n بدلالة n باستعمال المكاملة بالتجزئة
2. استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (D) والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين : $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$

najah213.com · نجاح 213

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الموضوع الاول ثالثة تقني رياضي

عبـــد الله علي

التنقيط	التصحيـــح المفصل
	التمرين 01 :
0.5	1. التحقق ان النقط A، B و C لاتعين مستويا وحيدا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ بما ان : $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}$ فان الشعاعين $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيا وبالتالي النقط A، B و C على استقامة واحدة ومنه النقط A، B و C تعين ملا نهاية من المستويات وهي حزمة المستويات المتقاطعة وفق المستقيم المار بالنقط الثلاث
0.5	2. $P(m)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $mx-y+(2-m)z+m+4=0$ ، m عدد حقيقي ا) نبين ان $P(m)$ مستوي من اجل كل عدد حقيقي m : لدينا من اجل كل m من $\mathbb{R}$ الثلاثية $(m;-1;2-m)\neq(0;0;0)$ ومنه $P(m)$ مستوي من اجل كل عدد حقيقي m
0.75	ب) نبين ان جميع المستويات $P(m)$ تتقاطع في نفس المستقيم (Δ) الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له : $mx-y+(2-m)z+m+4=0$ يكافئ $(-y+2z+4)+m(x-z+1)=0$ يكافئ $(-y+2z+4)=0$ و $(x-z+1)=0$ منه (Δ) معرف بالجملة : $\begin{cases}x-z+1=0\\-y+2z+4=0\end{cases}$ اي ان $\begin{cases}x=-1+z\\y=4+2z\end{cases}$ بوضع $z=t$ ، t عدد حقيقي ومنه التمثيل الوسيطي لـ (Δ) هو : $\begin{cases}x=-1+t\\y=4+2t\\z=t\end{cases}$; $t\epsilon\mathbb{R}$
0.5	3. ا) حساب احداثيات النقطة H حيث : $2\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}+e\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ بما ان : $2-1+e\neq 0$ فان النقطة H موجودة ووحيدة هي مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-1);(C;e)\}$ ومنه $H=C(0;1;1)$ $\begin{cases}x_H=\frac{2x_A-x_B+ex_C}{2-1+e}=0\\y_H=\frac{2y_A-y_B+ey_C}{2-1+e}=1\\z_H=\frac{2z_A-z_B+ez_C}{2-1+e}=1\end{cases}$
0.5	ب) المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) : لتكن النقطة H' المسقط العمودي (Δ)، $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ شعاع توجيهه ، $\overrightarrow{HH'}\begin{pmatrix}x_{H'}\\y_{H'}-1\\z_{H'}-1\end{pmatrix}$ معناه $\begin{cases}\overrightarrow{HH'}.\vec{u}=0\\H'\epsilon(\Delta)\end{cases}$

التنقيط	التصحيـــح المفصل
0.5	: $\begin{cases}x_{H'}+2y_{H'}+z_{H'}-3=0\\x_{H'}=-1+t\\y_{H'}=4+2t\\z_{H'}=t\end{cases}$; $(t\epsilon\mathbb{R})$ معناه : $t=-\frac{2}{3}$ ومنه $H'\left(-\frac{5}{3};\frac{8}{3};-\frac{2}{3}\right)$ $d(H;(\Delta))=HH'=\frac{5}{\sqrt{3}}$
	4. ا) ايجاد (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{5}(1+e)$ معناه $\left\|(2-1+e)\overrightarrow{MH}\right\|=\sqrt{5}(1+e)$ معناه : $\left\|\overrightarrow{MH}\right\|=\sqrt{5}$ ومنه (S) سطح كرة مركزها النقطة H ونصف قطرها $\sqrt{5}$
0.5	ب) ايجاد المستويات (P_m) التي تمس المجموعة (S) المستويات (P_m) تمس المجموعة (S) معناه : $d(H;(P_m))=\sqrt{5}$
0.75	$d(H;(P_m))=\frac{\lvert mx_H-y_H+(2-m)z_H+m+4\rvert}{\sqrt{m^2+1+(2-m)^2}}=\frac{5}{\sqrt{2m^2-4m+5}}$ $\sqrt{5}\sqrt{2m^2-4m+5}=5$ معناه : $\frac{5}{\sqrt{2m^2-4m+5}}=\sqrt{5}$ معناه : $m^2-2m=0$ معناه $m=0$ او $m=2$ ومنه : $(P_0):-y+2z+4=0$ او $(P_2):2x-y+6=0$
	التمرين 02 :
0.5	1) نحل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ $\Delta=-4$ ومنه $z_1=\sqrt{3}-i$ او $z_2=\sqrt{3}+i$ ومنه $S=\{\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i\}$
0.5	كتابة الحلول على الشكل المثلثي : $z_1=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ ، $z_2=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$
0.5	2) كتابة العدد L على الشكل الاسي ثم حساب L^{2016} لدينا : $z_B=2e^{i\frac{\pi}{6}}$، $z_C=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$،
0.5	$L=\frac{\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}$ ومنه : $1-i=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$
	$L^{2016}=\sqrt{2}^{2016}e^{i2016\frac{\pi}{12}}=\sqrt{2}^{2016}e^{i168\pi}$ $L^{2016}=\sqrt{2}^{2016}$
0.5	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون L^n تخيلي صرف : لدينا : $L=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$ ، $L^n=\sqrt{2}^n e^{i\left(n\frac{\pi}{12}\right)}$ L^n عدد تخيلي صرف معناه $n\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ومنه $k\epsilon\mathbb{N}$ ، $n=12k+6$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

عبـــد الله علي

1) ا) نبين انه يوجد دوران r مركزه النقطة B ويحول A الى C — 0.5

يطلب تعيين زاويته :

ليكن r تحويل عبارته المركبة من الشكل $z' = az + b$ حيث a، b عددان مركبان

لدينا معناه $\begin{cases} r(A) = C \\ r(B) = B \end{cases}$ ومنه : $a = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $b = z_B(1-a) = 2\sqrt{3}$

ومنه : $z' = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3}$ بما ان : $|a| = \left|-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right| = 1$ — 0.5

فان r هو دوران مركزه B وزاويته $arg(a) = \frac{2\pi}{3}$

ب) استنتاج طبيعة المثلث ABC وحساب مساحته — 0.5

لدينا : $AB = BC$ و $arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) = \frac{2\pi}{3}$ اذن المثلث ABC متقايس الاضلاع

لتكن $z_{B'}$ لاحقة منتصف $[AC]$، $z_{B'} = \frac{z_B + z_B}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}$ — 0.5

$[BB']$ ارتفاع وعمود ومتوسط ومحور متعلق بـ : $[AC]$ في المثلث ABC المتقايس الضلعين مساحته $S = \frac{BB' \times AC}{2}$

$BB' = |z_{B'} - z_B| = 1$ ، $AC = |z_C - z_A| = 2\sqrt{3}$

ومنه : $S = \sqrt{3}ua$

1) ا) تعيين (E_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i}$ حقيقي موجب : لدينا $\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i} = \frac{z-z_C}{z-z_A}$ — 0.75

$\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i}$ حقيقي موجب معناه $arg\left(\frac{z-z_C}{z-z_A}\right) = 2k\pi; k\epsilon\mathbb{Z}$

ومنه (E_1) هي المستقيم (AC) باستثناء القطعة $[AC]$ $arg\left(\frac{z-z_C}{z-z_A}\right) = (\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MC}) = 2k\pi; k\epsilon\mathbb{Z}$

ب) تعيين (E_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $iz = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$ عندما θ يمسح $\mathbb{R}$ — 0.75

لدينا : $iz = i(i + \sqrt{3} + 2e^{i\theta})$ اي $iz = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$

اي ان : $z = \sqrt{3} + i + 2e^{i\theta}$ ، $z = z_B + 2e^{i\theta}$ يمسح $\mathbb{R}$ ومنه : (E_2) هي دائرة مركزها النقطة B ونصف قطرها 2

التمرين 03 :

1) دراسة تغيرات الدالة f — 0. 5

$f'(x) = -\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	0 ↗		↘	$-\infty$

احسب الحدود : u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5 ثم ضع تخمينا حول اتجاه — 0.5

1) $u_2 = \frac{e^2}{4} \approx 1.85$، $u_1 = e \approx 2.71$ — 0.5

$u_4 = \frac{e^4}{256} \approx 0.21$، $u_3 = \frac{e^3}{27} \approx 0.74$، — 0.25

$u_5 = \frac{e^5}{3125} \approx 0.05$ ، متناقصة ونهايتها 0 — 0.25

ا) اثبات ان : $v_n = n - n\ln(n)$

1) ا) $v_n = \ln n = n - n\ln n$ — 0.5

ب) ادرس اتجاه تغير (v_n) ثم استنتج ان (u_n) متناقصة:

$v_n = f(n)$ والدالة f متناقصة على المجال $[1; +\infty[$ — 0.5

وبالتالي (v_n) متناقصة وبما ان $u_n = e^{v_n}$ والدالة الاسية متزايدة فان اتجاه تغير (u_n) هو اتجاه تغير (v_n) اي (u_n) متناقصة — 0.25

ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $0 < u_n \leq e$

بما ان (u_n) متناقصة فان $u_n \leq u_0 = e$ ولدينا $0 < u_n \leq e$ اي $u_n > 0$ وبالتالي $e^n > 0$ و $n^n > 0$ — 0.5

د) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها .

(u_n) متناقصة ومحدودة من الاسفل فهي متقاربة . — 0.25

ولدينا $\lim_{n\to+\infty} f(n) = -\infty$ اي $\lim_{n\to+\infty} \ln u_n = -\infty$ وبالتالي $\lim_{n\to+\infty}(u_n) = 0$ — 0.5

التمرين 04 :

الجزء 1 : $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^x)$ ، $D_f = \mathbb{R}$

2) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[\frac{\ln(1+e^x)}{e^x}\right]$ بوضع $t = e^x$ نجد : $\lim_{t\to0}\left[\frac{\ln(1+t)}{t}\right] = 1$ ومنه $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$ — 0.25

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 1$ بجوار $-\infty$ — 0.25

3) ا) لدينا من اجل كل عدد حقيقي x :

$f(x) = e^{-x}[\ln e^x + \ln(e^{-x}+1)]$ ومنه

$f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1+e^{-x})$ — 0.5

ب) حساب نهاية f عند $+\infty$ وتفسيرها هندسيا :

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ لان

$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x}{e^x} + e^{-x}\ln(1+e^{-x})\right] = 0$ — 0.25

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y = 0$ بجوار $+\infty$ — 0.25

4) $D_g =]-1; +\infty[$ ، $g(x) = \frac{t}{1+t} - \ln(1+t)$

ا) دراسة تغيرات الدالة g:

النهايات : $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

من اجل كل عدد حقيقي t من $[0; +\infty[$ ولدينا : $g'(x) = \frac{1}{(1+t)^2} - \frac{1}{1+t} = \frac{-t}{(1+t)^2}$ — 0.25

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

عبـــــد الله علي

تغيرها ونهايتها

نلاحظ انه من اجل كل عدد حقيقي t من $]0;+\infty[$: $g'(x) < 0$

جدول التغيرات :

t	0	$+\infty$
g'(t)	−	
g(t)	0 ↘	$-\infty$

من جدول التغيرات نستنتج انه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما t ان : $g(t) < 0$

1) ا) حساب $f'(x)$:

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$$f'(x) = -e^{-x}\ln(1+e^x) + \frac{e^x}{1+e^x} \times e^{-x}$$

ومنه بعد التبسيط نجد : $f'(x) = \frac{g(e^x)}{e^x}$

ب) من اجل كل عدد حقيقي x نضع $t = e^x$ نجد $\frac{g(t)}{t} < 0$ ومنه نجد $\frac{g(e^x)}{e^x} < 0$ اي $f'(x) < 0$ ومنه f متناقصة على مجموعة تعريفها

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	$+\infty$
f'(x)	−	
f(x)	1 ↘	0

ج) انشاء (C_f) : (انظر في اخر الصفحة)

الجزء 2: $\int_0^x f(t)dt$

1) لدينا من اجل كل عدد حقيقي t : $\frac{1}{1+e^t} = 1 - \frac{e^t}{1+e^t}$

2) حساب التكامل بالتجزئة :

نضع : $\begin{cases} u(t) = \ln(1+e^t) \\ v'(t) = e^{-t} \end{cases}$ و $\begin{cases} u'(t) = \frac{e^t}{1+e^t} \\ v(t) = -e^{-t} \end{cases}$ ومنه :

$$F(x) = [\ln(1+e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x -e^{-t} \times \frac{e^t}{1+e^t}dt$$

$$F(x) = [\ln(1+e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \frac{1}{1+e^t}dt$$

$$F(x) = [\ln(1+e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \left(1 - \frac{e^t}{1+e^t}\right)dt$$

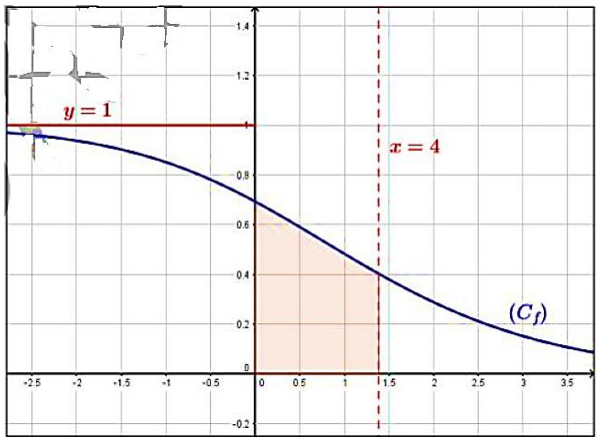
$$= -f(x) - \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) + 2\ln 2$$

3) حساب المساحة :

$$\int_0^{\ln 4} f(x)dx = \left[-f(x) - \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) + 2\ln 2\right]_0^{\ln 4}$$

بعد الحساب نجد :

$$\int_0^{\ln 4} f(x)dx = \frac{-25\ln 5}{2} + 10\ln 2\ cm^2$$



najah213.com · نجاح 213

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الموضوع الثاني ثالثة تقني رياضي

عبـــد اللـــه علي

التصحيـــح المفصل	التنقيط
التمرين 01 :	
1. اثبت ان حلول المعادلة (E)هي الثنائيات $(x;y)$حيث $x=8k-1$، $y=3k-1$ و $k\epsilon\mathbb{Z}$	
ومنه : $3(x+1)=8(y+1)$	
3 يقسم الجداء $8(y+1)$ واولي مع فهو يقسم $y+1$	0.5
يعني $y=3k-1$ حيث $k\epsilon\mathbb{Z}$ وبتعويض في نجد $x=8k-1$	
$3x+2=8y+7$ يعني $\begin{cases}n=3x+2\\n=8y+7\end{cases}$ يستلزم $3x-8y=5$ ومنه $(x;)$حل للمعادلة (E)	0.5
2. ا) اثبات ان $(x;y)$حل للمعادلة (E) :	
$\begin{cases}n=3x+2\\n=8y+7\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}n\equiv 2[3]\\n\equiv 7[8]\end{cases}$	0.75
ب) اثبت ان n حل للجملة (S) اذا وفقط اذا كان $n\equiv 23[24]$	
$(x;y)$حل للمعادلة (E) حسب السؤال 2 ا) ومنه	
$x=8k-1$ و $y=3k-1$ اذن	
$n=3x+2=24k-1$ يعني : $n\equiv -1[24]$ ومنه $n\equiv 23[24]$	0.75
نفرض ان يعني ومنه $\begin{cases}n-2=24k+21\\n-7=24k+16\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}n-2=3(7k+8)\\n-7=8(8k+7)\end{cases}$ يعني $\begin{cases}n\equiv 2[3]\\n\equiv 7[8]\end{cases}$	0.75
3. ا) تأكد ان 2015 حل للجملة (S):	
لدينا $2015=3\times 671+2$ يعني $2015\equiv 2[3]$ و	0.5
يعني $2015=8\times 251+7$ يعني ان $2015\equiv 7[8]$	
اذن $2015\equiv 23[24]$ اذن $2015^{1436}\equiv(-1)^{1436}[24]$	0.5
$2015^{1436}\equiv 1[24]$ اخيرا $2015^{1436}-1\equiv 0[24]$	
يعني ان $2015^{1436}-1$ يقبل القسمة على 24	
التمرين 02 :	
1. ا) اثبات ان النقط A، B، C تعين مستويا (ABC) لدينا $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\\frac{1}{2}\\-7\end{pmatrix}$، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\4\\2\end{pmatrix}$: بما ان $\frac{3}{4}\neq 8$ فان النقط A، B، C تعين مستويا	0.5
ب) التحقق ان الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي (ABC) نحسب	
$\overrightarrow{AB}.\vec{n}=6-8+2=0$ و $\overrightarrow{AC}.\vec{n}=8-7-1=0$	0.5
اذن محققة	

التصحيـــح المفصل	التنقيط
تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) هي :	0.5
$2x-2y+z=1$	
1) ا) ايجاد $\vec{u}$ احد اشعة توجيه المستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي	
هو $\begin{cases}x=1-\ln(t)\\x=-\ln\left(\frac{e}{t}\right)\\z=-1+\ln(e^2t)\end{cases}$; $t\epsilon]0;+\infty[$ يكافئ	0.75
بوضع $\begin{cases}x=1-\ln(t)\\y=-1+\ln(t)\\z=1+\ln(t)\end{cases}$; $t\epsilon]0;+\infty[$	
نجد $\mathbb{R}\epsilon k$; $\begin{cases}x=1-k\\y=-1+k\\z=1+k\end{cases}$ ومنه $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$	
نقطة من (Δ) هي $L(1;-1;1)$	
ب) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من المستقيم (Δ) ايجاد EM^2 بدلالة t	
$EM^2=(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2$ ومنه	0.5
اي $EM^2=(\ln(t))^2+(\ln(t))^2+(\ln(t)-1)^2$	
$EM^2=3(\ln(t))^2-2\ln(t)+1$	
ج) ايجاد اصغر قيمة EM^2 نضع $EM^2=f(t)$ وندرس اتجاه تغير الدالة f نجد ان $f'(t)=\frac{2(3\ln(t)-1)}{t}$ تنعدم f' عند $t=e^{\frac{1}{3}}$ وسالبة على المجال $]0;e^{\frac{1}{3}}[$ ومنه f متناقصة على المجال $]0;e^{\frac{1}{3}}[$ ومتزايدة على المجال $]e^{\frac{1}{3}};+\infty[$ اذن اصغر قيمة تصلها EM^2 عندما $t=e^{\frac{1}{3}}$ اي $EM^2=\frac{2}{3}$ ومنه المسافة بين النقطة E والمستقيم (Δ) هي $\frac{2}{3}$	0.25
د) استنتاج احداثيات H المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (Δ) نعوض في التمثيل الوسيطي $t=e^{\frac{1}{3}}$ هي $H\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$	0.25
و) كتابة معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها E ويمس المستقيم (Δ) هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z+\frac{16}{3}=0$ يكافئ $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{2}{3}$	0.5
2) ا) تبيين ان المثلث ABC قائم في A لدينا $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ ومنه محققة	0.25
حساب مساحة المثلث ABC : $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC=\frac{87}{4}$	0.5
ب) حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$ نحسب $d(D;(ABC))=\frac{4}{3}$ ومنه الحجم $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABC}.d=\frac{87}{9}$	0.5

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

عبـــد اللـــه علي

التمرين 03 :

1. ا) احسب العدد المركب $(\sqrt{3}+i)^2$ — 0.25

$(\sqrt{3}+i)^2 = 2+2\sqrt{3}i$

استنتاج : $z^2 = 2+2\sqrt{3}i$ معناه : $z^2 = (\sqrt{3}+i)^2$ معناه : — 0.5

$z = \sqrt{3}+i$ او $z = -\sqrt{3}-i$

$z^2 = -2-2\sqrt{3}i$ معناه : $z^2 = \left(i(\sqrt{3}+i)\right)^2$

معناه $z = -1+\sqrt{3}i$ او $z = 1-\sqrt{3}i$

$S = \{-\sqrt{3}-i; \sqrt{3}+i; 1-\sqrt{3}i; -1+\sqrt{3}i\}$

ب) التحقق : $P(z) = (z^2+2+2\sqrt{3}i)(z^2-2-2\sqrt{3}i)$ — 0.25

$= z^4+8-8\sqrt{3}i$

2. ا) اكتب الاعداد المركبة A، B، C و D على الشكل الاسي — 0.5

$z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B = 2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$ ، $z_C = 2e^{i\left(\frac{7\pi}{6}\right)}$

$z_D = 2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$،

ب) تعليم النقط : — 0.5

$OA = OB = OC = OD = 2$ ونصف قطر الدائرة هو 2 — 0.5

ج) $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D} = i$ و $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D} = \frac{z_A-z_D}{z_A-z_B} = \frac{z_D-z_A}{z_B-z_A} = i$ ، — 0.25

التفسير : $AD = AB$ و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$

فالمثلث ABD قائم في A ومتساوي الساقين — 0.75

3. $T: z' = e^{i\frac{\pi}{2}}z$

ا) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة — 0.5

T دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ب) التحقيق : $T(A) = B$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}} \times 2e^{i\frac{\pi}{2}} = z_B$

$T(B) = C$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}} \times 2e^{i\frac{2\pi}{3}} = z_C$

$T(C) = D$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}} \times 2e^{i\frac{7\pi}{6}} = z_D$

ج) $P(z') = P\left(e^{i\frac{\pi}{2}}z\right) = (iz)^4+8-8\sqrt{3}i = P(z)$ — 0.5

د) $P(z_A) = 0$ — 0.25

لدينا : $P(z_A) = P(z_B)$ ومنه $P(z_B) = 0$ — 0.25

$P(z_B) = P(z_C)$ ومنه $P(z_C) = 0$

$P(z_C) = P(z_D)$ ومنه $P(z_D) = 0$ — 0.25

اذا حلول المعادلة $P(z) = 0$ هي :

$S = \{-\sqrt{3}-i; \sqrt{3}+i; 1-\sqrt{3}i; -1+\sqrt{3}i\}$

التمرين 04 :

1. لدينا $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3-\ln x^2+1 \; ; x>0)$ و — 0.25

$f(0) = 1$

2. حساب نهاية f عند $+\infty$ — 0.25

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

3. دراسة قابلية اشتقاق f عند 0

من الواضح ان f غير قابلة للاشتقاق عند 0 لانها ليست نعرفة على يسار 0 — 0.5

لندرس قابلية اشتقاق f على يمين 0 :

$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{2}x^2(3-\ln x^2)+1-1}{x} = 0$

ومنه قابلة للاشتقاق على يمين 0 والمنحنى (C_f) يقبل نصف مماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة $(0;1)$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f

حساب المشتق : الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ — 0.5

حيث : $f'(x) = x(3-2\ln x)-x$ ومنه

$f'(x) = 2x(1-\ln x)$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة $(1-\ln x)$ لان $2x>0$

$f'(x) \geq 0$ يكافئ $(1-\ln x) \geq 0$ يكافئ $\ln x \leq 1$

اي $x \leq e$ اي $x \in]0;e]$ اذن :

$f'(x) \geq 0$ يكافئ $x \in]0;e]$ ومنه الدالة f متزايدة تماما

ونستنتج $f'(x) \leq 0$ يكافئ $x \in [e;+\infty[$ ومنه الدالة f متناقصة تماما

جدول تغيرات الدالة f : — 0.5

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	↗	$\frac{1}{2}e^2+1$	↘	$-\infty$
	‖		1		

1) تبيان انه يوجد عدد حقيقي α وحيد حيث : $\alpha \geq 0$ — 0.5

$f(\alpha) = 0$ من جدول التغيرات نجد الدالة f متناقصة تماما على $[e;+\infty[$ ومستمرة على هذا المجال ولدينا :

$f(e) = \frac{1}{2}e^2+1$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ اذن

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا α وحيدا في المجال $[e;+\infty[$ يحقق $f(\alpha) = 0$

التحقق ان : $4.6 \leq \alpha \leq 4.7$ لدينا و $f(4.7) \times f(4.6) < 0$ ومنه $4.6 \leq \alpha \leq 4.7$

2) كتابة معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 :

$(D): y = f'(x)(x-1)+f(1)$ ومنه: — 0.5

$(D): y = 2x+\frac{1}{2}$

ا. لدينا $g(x) = f(x)-2x-\frac{1}{2}$

حساب $g'(x)$ و $g''(x)$:

الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث

$g'(x) = f'(x)-2$ اي $g'(x) = 2x(1-\ln x)$ — 0.5

الدالة g' قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث :

$g''(x) = 2(1-\ln x)+2x\left(-\frac{1}{x}\right)$ اي

$g''(x) = -2\ln x$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

عبـــد اللـــه علي

دراسة اتجاه تغير g'

$g''(x) \geq 0$ يكافئ $-2\ln x \geq 0$ يكافئ $\ln x \leq 0$ يكافئ $0 < x \leq 1$ اذن الدالة g' متزايدة تماما على $]0;1]$ — 0.5

$g''(x) < 0$ يكافئ $-2\ln x < 0$ يكافئ $\ln x > 0$ يكافئ $x > 1$ اذن الدالة g' متناقصة تماما على $[1;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g' : — 0.25

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$g'(x)$	‖ -2	↗	0	↘	$-\infty$

اشارة الدالة g' على المجال $]0;+\infty[$: — 0.25

من جدول التغيرات الدالة g' نجد من اجل كل عدد حقيقي x:

$g'(x) \leq 0$

4. تحديد اتجاه تغير الدالة g : — 0.25

لدينا من السؤال 1 . $g'(x) \leq 0$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$-$	
$g(x)$	‖ 1	↘	0	↘	$-\infty$

0.5

من جدول تغيرات الدالة g نجد: $g(x) \geq 0$ من اجل $x\epsilon]0;1]$ ،

$g(x) \leq 0$ من اجل $x\epsilon[1;+\infty[$

استنتاج وضعية (C_f) بالنسبة الى يعود الى (D) دراسة اشارة الفرق $f(x) - 2x - \frac{1}{2}$ اي اشارة $g(x)$ — 0.5

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$	0	$-$	
الوضعية	‖ (D) فوق (C_f)		(D) تحت (C_f)		

5. انشاء (C_f) و (D) : — 0.75

6. 1) حساب بدلالة باستعمال المكاملة بالتجزئة :

لدينا : $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x \, dx$

نضع : $\begin{cases} u'(x) = x^2 \\ v(x) = \ln x \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} u(x) = \frac{x^3}{3} \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$

اذن : $I_n = \left[\frac{x^3}{3}\ln x\right]_{\frac{1}{n}}^{1} - \int_{\frac{1}{n}}^{1} \frac{x^3}{3} \times \frac{1}{x} dx$

ومنه بعد التبسيط نجد : $I_n = \frac{1}{3n^3}\left(\frac{1}{3} + \ln n\right) - \frac{1}{9}$

2) استنتاج بدلالة n المساحة $A(n)$:

بما ان $0 < \frac{1}{n} \leq x \leq 1$ اي $0 < x \leq 1$ فان

$f(x) - 2x - \frac{1}{2} > 0$

حسب السؤال 2 من الجزء II اي من اجل $\frac{1}{n} \leq x \leq 1$ فان $f(x) - 2x - \frac{1}{2} > 0$ وبالتالي : — 0.75

$A(n) = \int_{\frac{1}{n}}^{1} \left(f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right)\right) dx$ ولدينا :

$f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{2} - x^2 \ln x$

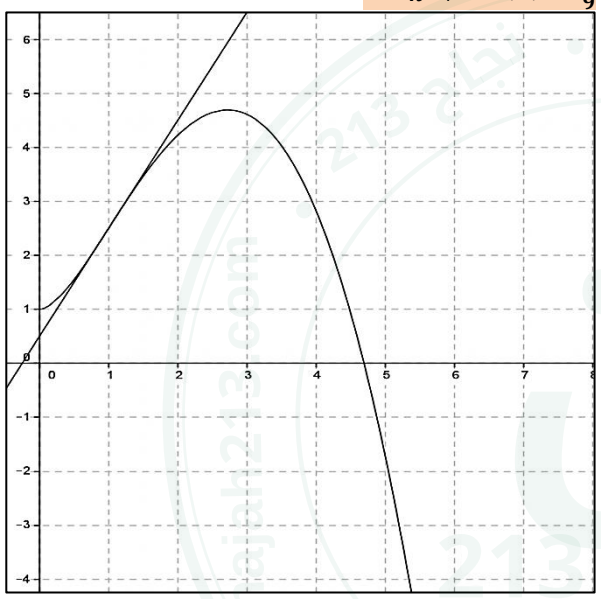
ومنه : $A(n) = \left[\frac{x^3}{2} - x^2 + \frac{x}{2}\right]_{\frac{1}{n}}^{1} - I_n$ بعد التبسيط نجد :

$A(n) = \left(-\frac{11}{18n^3} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2n} + \frac{1}{3}\left(\frac{\ln(n)}{n^3}\right) + \frac{1}{9}\right) \times 4cm^2$

حساب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$ — 0.75

لدينا : $\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(n)}{n^3} = 0$ ومنه نجد :

$\lim_{n\to+\infty} A(n) = \frac{4}{9}$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً