najah213.com · نجاح 213

ثانوية بلخلفة صالح – جيجل — السنة الدراسية : 2026/2025

المستوى : 3 علوم تجريبية 2 — المدة : 1 ساعة

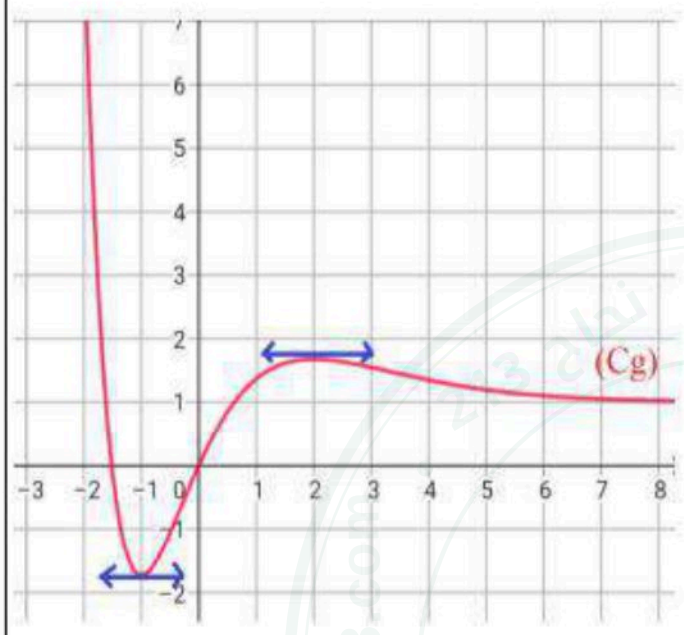
فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$g(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x} + c$ ، حيث a ، b و c

أعداد حقيقية وليكن (C_g) تمثيلها البياني في م.م.م $(0;\vec{i},\vec{j})$



1- بقراءة بيانية :

أ- عين نهايات الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$

ب- عين $g(0)$ ، $g'(-1)$

ج- احسب $g'(x)$ بدلالة a و b

د- باستعمال المعطيات السابقة بين أن :

$$g(x) = (x^2 + x - 1)e^{-x} + 1$$

ه- شكل جدول تغيرات الدالة g

2- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد $-1.52 < \alpha < -1.51$

3- استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = (x^2 + 3x + 2)\,e^{-x} - x$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2- أ- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)

3- أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = -g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4- بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثيليهما

5- انشئ (Δ) و (C_f) مع أخذ : $f(\alpha) = 0.38$

اعداد الأستاذ : بوريدان عبد النور

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التصحيح النموذجي للعرض الأول للثلاثي الأول في الرياضيات — 3ع ت — 2024/2025

التمرين 1:

$g(x) = (x^2+ax+b)e^{-x}+c$

I- 1- بقراءة بيانية:

أ- $\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$

ب- $g(0) = 0$; $g'(-1) = 0$ (مماس أفقي عند $x_0 = -1$)

جـ- $g'(x) = (2x+a)e^{-x} - (e^{-x})(x^2+ax+b)$

$= [-x^2+(2-a)x+(a-b)]e^{-x}$

د- لما يؤول x إلى $+\infty$، $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$، أي:

$\lim_{x\to+\infty} [x^2+ax+b]e^{-x}+c = 1$، أي:

$\lim_{x\to+\infty} \left[\frac{x^2}{e^x} + \frac{ax}{e^x} + \frac{b}{e^x} + c\right] = 1$

إذن: $\boxed{c=1}$

ولدينا: $g(0) = 0$ أي:

$b+c=0$ أي $b=-c$ إذن: $\boxed{b=-1}$

ولدينا: $g'(-1) = 0$ أي:

$(-1-2+a+a-b)e=0$ و $e\neq 0$

أي $-3+2a-b=0$ إذن: $2a=2$

ومنه، $\boxed{a=1}$

إذن: $g(x) = (x^2+x-1)e^{-x}+1$.

هـ- جدول التغيرات

x	$-\infty$	α	-1	0	2	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↗	$1-e$ ↘	0 ↗	1 ↘	$5e^{-2}+1$ ↗	1

2- g مستمرة ورتيبة (منا تعرفوها) على $[-1,52;-1,51]$ و

$g(-1,52) \simeq 0,04$

$g(-1,51) \simeq -0,04$

أي: $g(-1,52)\times g(-1,51) < 0$

- حسب نظرية القيم المتوسطة، المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد x في المجال $]-1,52;-1,51[$.

3- إشارة $g(x)$ (من جدول التغيرات أو مناظرتها في (C_g)):

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

التمرين 2:

$f(x) = (x^2+3x+2)e^{-x} - x$.

I- 1- المنحنيات:

- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^2+3x+2)e^{-x} - x = +\infty$ (لأن $+\infty \times +\infty - (-\infty) = +\infty$)

- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x^2+3x+2)e^{-x} - x$ (شكل غير محدد $+\infty \times 0 - \infty$)

$= \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2}{e^x} + \frac{3x}{e^x} + \frac{2}{e^x}\right) - x = -\infty$

2- أ- إثبات أن $(\Delta): y=-x$ م.م.م لـ (C_f) في جوار $+\infty$:

$\lim_{x\to+\infty} [f(x)-y] = \lim_{x\to+\infty} (x^2+3x+2)e^{-x}$

$= \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2}{e^x} + \frac{3x}{e^x} + \frac{2}{e^x}\right) = 0$

إذن: $(\Delta): y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$.

ب- الوضع النسبي:

- ندرس إشارة الفرق $f(x)-y = (x^2+3x+2)e^{-x}$، وبما أن $e^{-x}>0$ فإن إشارة من إشارة x^2+3x+2

نحل المعادلة $x^2+3x+2=0$، نجد: $x_1=-2$، $x_2=-1$

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	0	$-$	0	$+$
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

3- أ- اشتقاق:

$f'(x) = (2x+3)(e^{-x}) + (-e^{-x})(x^2+3x+2) - 1$

$= (-x^2-x+1)e^{-x} - 1$

$= -[(x^2+x-1)e^{-x}+1] = -g(x)$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

إذن: إشارة f' عكس إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0 $-$

f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ و $[0;+\infty[$
و f متزايدة تماما على: $[\alpha;0]$

إذن جدول التغيرات:

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0 $-$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(\alpha)$ ↗	2 ↘	$-\infty$

4- التحقق أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف.

لدينا: $f'(x) = -g(x)$ أي $f''(x) = -g'(x)$ إذن $f''(x) = -(x^2+x+2)e^{-x}$

أي: $f''(x) = (x^2-x-2)e^{-x}$

إشارة f'' من إشارة x^2-x-2 لأن $e^{-x}>0$.

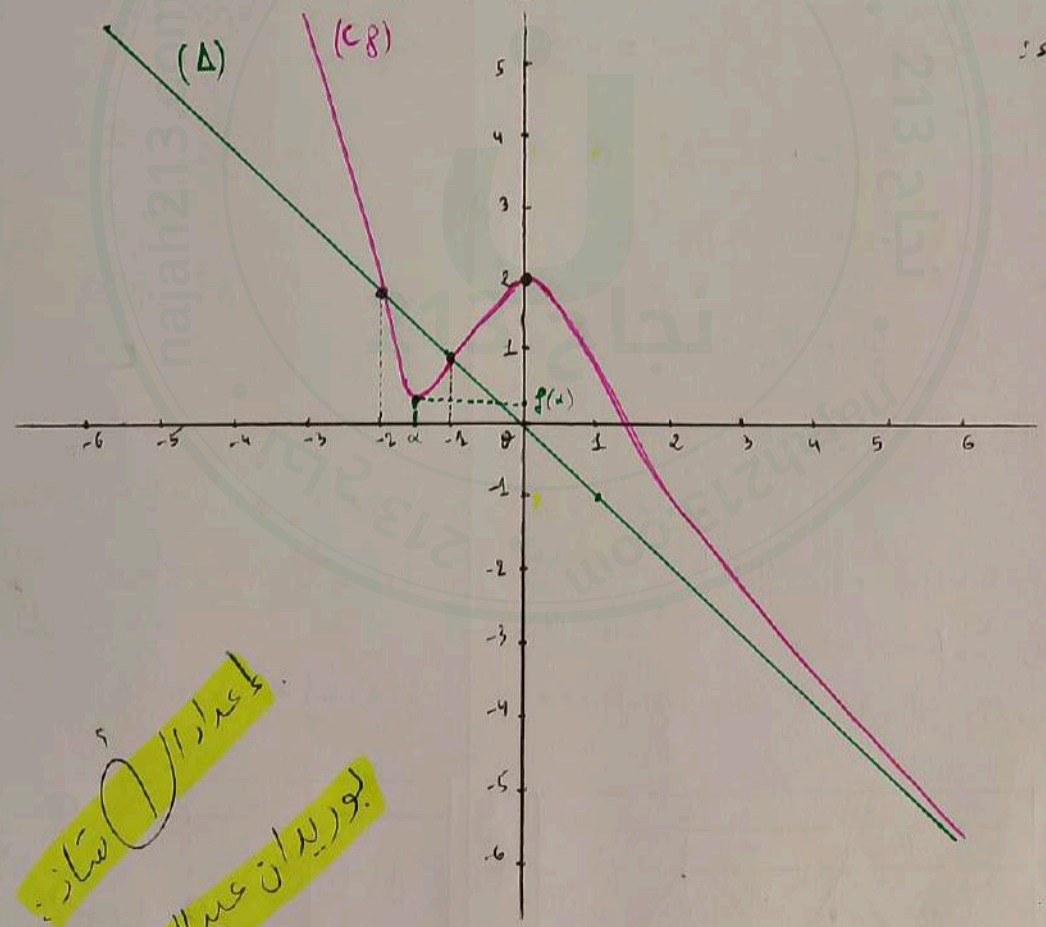
بحل المعادلة $x^2-x-2=0$ نجد: $x_1=-1$ و $x_2=2$.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0 $-$	0 $+$	

نلاحظ أن الاشتقاقة الثانية $f''(x)$ إنعدمت عند $x=-1$ و $x=2$ مغيرة إشارتها.

إذن: (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف عند $x=-1$ و $x=2$.

5/ إنشاء:



إعداد الأستاذ: بوريدان عبد النور

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com