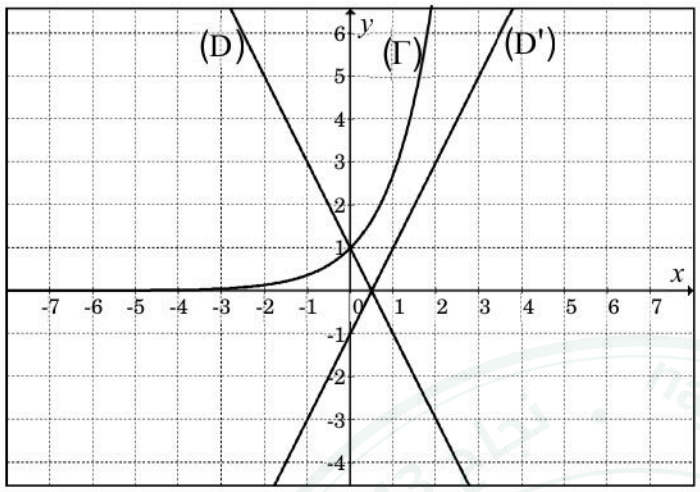
najah213.com · نجاح 213

الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**اختبار الفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2022/2023م المدة: (2سا 30د) إعداد: عبد المطلب مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة Ecole Erradja wa Tafaouk ÉCOLE PRIVÉE

تمرين 1 (9نقاط)



I- في الشكل المقابل (Γ)، (D) و(D') على الترتيب التمثيلات البيانية للدوال العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $x \mapsto e^x$ ، $x \mapsto -2x+1$ و $x \mapsto 2x-1$.

u و v الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $u(x)=e^x+2x-1$ و $v(x)=e^x-2x+1$.

1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x وضعية (Γ) بالنسبة لكل من المستقيمين (D) و(D').

2) استنتج إشارة كل من $u(x)$ و $v(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x+2x-1}{e^x-2x+1}$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ، ثم فسّر هاتين النهايتين هندسيا.

ب) ادرس وضعية المنحنى $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=1$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\dfrac{2(-2x+3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها. (اعتبر $f\left(\frac{3}{2}\right)\simeq 2,6$)

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر هذه النهاية هندسيا.

ب) اكتب معادلة لـ(Δ) مماس المنحنى $(\mathscr{C})$ عند المبدأ O.

4) أ) ارسم المماس (Δ) والمنحنى $(\mathscr{C})$. (وحدة الرسم $2cm$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m $(m\neq 0)$ التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=\dfrac{x}{m}$ ثلاثة حلول متمايزة، أحدهم فقط سالب تماما.

5) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(f(x))^2-2f(x)$.

احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.

III- f_k الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=\dfrac{e^x-2kx+k}{e^x-2x+1}$. حيث k وسيط حقيقي.

ليكن $(\mathscr{C}_k)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّ كل المنحنيات $(\mathscr{C}_k)$ تمر من نقطة ثابتة I (مستقلة عن k) يطلب تعيين إحداثيتها.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'_k(x)=\dfrac{(k-1)(2x-3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$ ، ثم ادرس اتّجاه تغيّر f_k من أجل $k<1$ و $k>1$.

3) عيّن قيمة k_0 التي من أجلها المنحنيين $(\mathscr{C})$ و$(\mathscr{C}_{k_0})$ متناظران بالنسبة للمستقيم (d)، وارسم $(\mathscr{C}_{k_0})$ في المعلم السابق.

www.dzexams.com

اقلب الورقة

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين2 (8نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-3+\ln x$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,20<\alpha<2,21$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$، أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة، ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (ضع $t=\sqrt{x}$).

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$، حيث $(\mathscr{C}')$ هو محني الدالة $x\mapsto\sqrt{x}$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\sqrt{x}\right)$، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

4) أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{2(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha}}$، ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ سعته 0,02.

ب) بيّن أنّه توجد فاصلة وحيدة x_0 حيث المماس لـ$(\mathscr{C})$ والمماس لـ$(\mathscr{C}')$ عند x_0 متوازيان.

5) أ) أنشئ المماس (Δ) لـ$(\mathscr{C})$ عند 1، والمنحنيين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$ في المعلم نفسه. (نأخذ $f(\alpha)\simeq 1,6$)

ب) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، وجود وعدد حلول المعادلة $f(x)=-x+m^2$.

6) h الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\left\{\dfrac{\alpha}{2}\right\}$ بـ: $h(x)=f\left(|2x-\alpha|\right)$.

أ) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة h على المجال $\left]\dfrac{\alpha}{2};+\infty\right[$. (النهايات غير مطلوبة)

ب) بيّن أنّ $x=\dfrac{\alpha}{2}$، هي معادلة لمحور تناظر المنحني الممثل للدالة h، ثم شكّل جدول تغيرات h.

تمرين3 (3نقاط)

g الدالة المعرّفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$. f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{g(x)}{x+1}$، حيث $f(0)=1$.

نعتبر المعادلتين التفاضليتين التاليتين: $y'-y=0$ ... (E) و $y'-y=-\dfrac{e^x}{(x+1)^2}$ ... (F).

1) احسب $g(0)$، ثم عيّن عبارة $g(x)$ إذا علمت أنّ g حل للمعادلة التفاضلية (E).

2) عيّن عبارة $f(x)$، ثم بيّن أنّ الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية (F).

3) عيّن الحل h للمعادلة التفاضلية $y'-y=\dfrac{e^x}{(x+1)^2}$، إذا علمت أنّ $h(0)=0$.

www.dzexams.com

بالتوفيق

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح اختبار الفصل الأول 2022م

"عبد المطلب"

تمرين 1:

I- 1) $x>0$: (Γ) أعلى (D) ، $x<0$: (Γ) أسفل (D) ، (Γ) يقطع (D) عند $A(0;1)$.

2) $M(x)=e^x-(-2x+1)$ ، $M(x)$ إشارة $(x+1)$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$M(x)$		$-$	0	$+$	

$V(x)=e^x-(2x-1)>0$.

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(\frac{e^x}{x}+2-\frac{1}{x}\right)}{x\left(\frac{e^x}{x}-2+\frac{1}{x}\right)}=-1$ (1-II

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(1+\frac{2x}{e^x}-\frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1-\frac{2x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)}=1$

$y=-1$ معادلة للمستقيم المقارب الأفقي بجوار $-\infty$.

$y=1$ معادلة للمستقيم المقارب الأفقي بجوار $+\infty$.

ب) إشارة: $f(x)-y=f(x)-1=\frac{2(2x-1)}{e^x-2x+1}$

من إشارة $(2x-1)$ لأن $e^x-2x+1>0$.

$(\mathcal{C})$ أعلى (d) : $x>\frac{1}{2}$ ، $(\mathcal{C})$ أسفل (d) : $x<\frac{1}{2}$ ، (d) يقطع $(\mathcal{C})$ عند $I\left(\frac{1}{2};1\right)$.

2) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:

$f'(x)=\frac{(e^x+2)(e^x-2x+1)-(e^x-2)(e^x+2x-1)}{(e^x-2x+1)^2}=\frac{(-4x+6)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$

ب) إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

f متزايدة تماما ما $x\leq\frac{3}{2}$ ، و متناقصة تماما ما $x\geq\frac{3}{2}$.

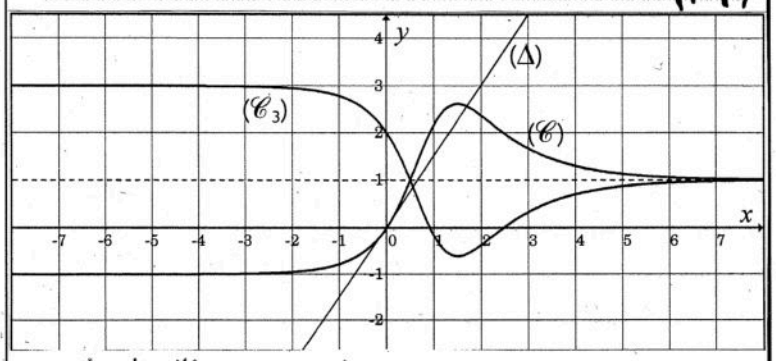
x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↗	$2,6$	↘	1

3) $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=\frac{3}{2}$

العدد $f'(0)$ هو معامل توجيه المماس لـ $(\mathcal{C})$ عند 0.

ب) المماس (Δ) : $y=f'(0)(x-0)+f(0)=\frac{3}{2}x$

4)



مستقيمات تشمل النقطة الثابتة O : $y=\frac{x}{m}$

$m\in\left]\frac{2}{3};+\infty\right[$ ومنه $\frac{1}{m}<\frac{3}{2}$

II- 1) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=(-1)^2-2(-1)=3$

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=(1)^2-2(1)=-1$

$g'(x)=2f'(x)\cdot f(x)-2f'(x)=2f'(x)(f(x)-1)$

إشارة $(f(x)-1)$ مذكورة في I-1-ب).

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	3	↘	-1	↗	$1,6$	↘	-1

III- 1) $I(x_0;y_0)$ نقطة مشتركة لجميع $(\mathcal{C}_k)$ ، لتكن

$y_0=\frac{e^{x_0}+k(-2x_0+1)}{e^{x_0}-2x_0+1}$

$k(-2x_0+1)-y_0(e^{x_0}-2x_0+1)+e^{x_0}=0$

ومنه: $\begin{cases}-2x_0+1=0\\-y_0(e^{x_0}-2x_0+1)+e^{x_0}=0\end{cases}$ ، $I\left(\frac{1}{2};1\right)$

2) $f_k'(x)=\frac{(e^x-2k)(e^x-2x+1)-(e^x-2)(e^x-2kx+k)}{(e^x-2x+1)^2}$

$f_k'(x)=\frac{e^x(-2x+3+2kx-3k)}{(e^x-2x+1)^2}=\frac{e^x(-2x+3-k(2x-3))}{(e^x-2x+1)^2}$

$f_k'(x)=\frac{(k-1)(2x-3)e^x}{(e^x-2x+1)^2}$

إشارة $f_k'(x)$: $k<1$:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f_k'(x)$		$+$	0	$-$	

f_k متزايدة تماما على $\left]-\infty,\frac{3}{2}\right]$.

f_k متناقصة تماما على $\left[\frac{3}{2},+\infty\right[$.

إشارة $f_k'(x)$: $k>1$:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f_k'(x)$		$-$	0	$+$	

f_k متزايدة تماما على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$.

f_k متناقصة تماما على $\left]-\infty,\frac{3}{2}\right]$.

من أجل $k=1$: f_k ثابتة.

3) $(\mathcal{C}_{k_0})$ و $(\mathcal{C})$ متناظران بالنسبة لـ (d)

$\forall x\in\mathbb{R}$ يعني: $\frac{f(x)+f_{k_0}(x)}{2}=1$

$\frac{e^x+2x-1}{e^x-2x+1}+\frac{e^x-2k_0x+k_0}{e^x-2x+1}=2$

$2e^x+(2-2k_0)x-1+k_0=2e^x-4x+2$

$(2-2k_0)x-1+k_0=-4x+2$

ومنه: $\begin{cases}2-2k_0=-4\\-1+k_0=2\end{cases}$ ، $k_0=3$

"عبد المطلب"

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 2:

I-1) $\lim_{x\to 0^+} g(x) = -\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$

$\lim_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$ لأن $\lim_{x\to +\infty} \ln x = +\infty$

2) $g'(x) = 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x} > 0$ ،

ومنه g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

3) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]0;+\infty[$،

$g(2,21) \approx 0,003 > 0$ و $g(2,2) \approx -0,01 < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة، $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,2 < \alpha < 2,21$.

إشارة $g(x)$:



II-1) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 + \infty + \infty = +\infty$ مع

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} \left(t + \frac{1}{t} - \frac{\ln t^2}{t}\right)$

$= \lim_{x\to +\infty} \left(t + \frac{1}{t} - 2\frac{\ln t}{t}\right) = +\infty$

2) f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$.

ملاحظة: $\left(\frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$.

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} - \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}}{x}$

$f'(x) = \frac{x-1}{2x\sqrt{x}} - \frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}} = \frac{x-3+\ln x}{2x\sqrt{x}} = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$:



f متزايدة تماما على $0<x\leq\alpha$ و متناقصة تماما على $x\geq\alpha$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3) $f(x) - \sqrt{x} = \frac{1-\ln x}{\sqrt{x}}$



(Γ) أسفل $(\mathcal{C})$: $x > e$

(Γ) أعلى $(\mathcal{C})$: $0 < x < e$

(Γ) يقطع $(\mathcal{C})$ عند $A(e;\sqrt{e})$

ب) $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-\sqrt{x}) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right) = \lim_{t\to+\infty}\left(\frac{1}{t} - 2\frac{\ln t}{t}\right) = 0$

ومنه (Γ) يقارب $(\mathcal{C})$ بجوار $(+\infty)$.

4) $f(\alpha) = \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{\ln\alpha}{\sqrt{\alpha}}$ و لدينا $g(\alpha) = 0$ ،

أي $\alpha - 3 + \ln\alpha = 0$ ، $\ln\alpha = 3 - \alpha$

$f(\alpha) = \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{3-\alpha}{\sqrt{\alpha}} = \sqrt{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{3}{\sqrt{\alpha}} + \sqrt{\alpha}$

$f(\alpha) = 2\sqrt{\alpha} - \frac{2}{\sqrt{\alpha}} = \frac{2(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha}}$

$2,2 < \alpha < 2,21$ ؛ $1,2 < \alpha - 1 < 1,21$ ؛ $2,4 < 2(\alpha-1) < 2,42$

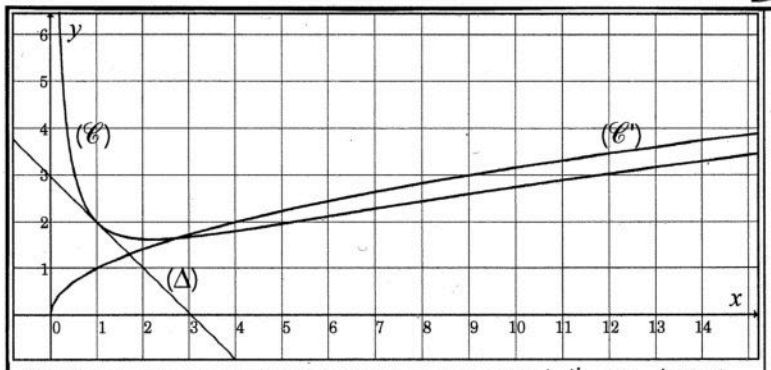
$\sqrt{2,2} < \sqrt{\alpha} < \sqrt{2,21}$ ؛ $\frac{1}{\sqrt{2,21}} < \frac{1}{\sqrt{\alpha}} < \frac{1}{\sqrt{2,2}}$

ومنه: $\frac{2,4}{\sqrt{2,21}} < \frac{2(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha}} < \frac{2,42}{\sqrt{2,2}}$ ؛ $1,62 < f(\alpha) < 1,63$

ب) $f'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$ ؛ $\frac{x_0 - 3 + \ln x_0}{2x_0\sqrt{x_0}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$

ومنه: $-3 + \ln x_0 = 0$ ؛ $x_0 = e^3$

(Δ): $y = f'(e^3)(x-e^3) + f(e^3)$ أو $y = -x + 3$



ب) حلول هذه المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع $(\mathcal{C})$ مع مستقيمات متوازية لـ (Δ): $y = -x + m$

$m^2 < 3$ أي $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$ ، لا يوجد حلول.

$m^2 = 3$ أي $m = \sqrt{3}$ أو $m = -\sqrt{3}$ ، يوجد حلا مضاعفا.

$m^2 > 3$ أي $m < -\sqrt{3}$ أو $m > \sqrt{3}$ ، يوجد حلان.

II-1) $h(x) = f(2x-\alpha)$ ؛ $x > \frac{\alpha}{2}$ ، $h'(x) = 2f'(2x-\alpha)$

$x = \alpha$: ومنه $2x - \alpha = \alpha$ و $h'(x) = 0$

$x > \alpha$: ومنه $2x - \alpha > \alpha$ ، $f'(2x-\alpha) > 0$ ، $h'(x) > 0$

$\frac{\alpha}{2} < x < \alpha$: ومنه $0 < 2x - \alpha < \alpha$ ، $f'(2x-\alpha) < 0$ ، $h'(x) < 0$

h متزايدة تماما و g متناقصة تماما على $\frac{\alpha}{2} < x \leq \alpha$

ب) من أجل $x \neq \frac{\alpha}{2}$: $h(\alpha - x) = h(x)$

ومنه $x \neq \frac{-\alpha}{2}$ ، $\alpha - x \neq \frac{\alpha}{2}$.

$h(\alpha - x) = f(|2(\alpha-x)-\alpha|) = f(|2\alpha - 2x - \alpha|) = f(|2x-\alpha|) = h(x)$

x	$-\infty$		0		$\alpha/2$		α		$+\infty$
$h'(x)$		−	0	+	‖	−	0	+	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

$x_1, x_2 \in D_h$ ؛ $\frac{x_1+x_2}{2} = \frac{\alpha}{2}$ محور تناظر يعني $x = \frac{\alpha}{2}$

إذا كان $x_1 = \alpha$ ، $\frac{\alpha + x_2}{2} = \frac{\alpha}{2}$ ومنه: $x_2 = 0$.

تمرين 3:

I-1) $g(x) = (x+1)f(x)$ ومنه: $g(0) = f(0) = 1$

2) حل (E) هو: $x \mapsto Ce^x$ (الحل العام)

بما أن $g(0) = 1$ إذن: $Ce^0 = 1$ ؛ أي $C = 1$

ومنه: $g(x) = e^x$

لدينا: $f(x) = \frac{g(x)}{x+1} = \frac{e^x}{x+1}$.

$f'(x) = \frac{e^x(x+1) - e^x}{(x+1)^2} = \frac{x e^x}{(x+1)^2}$

f حل لـ (F) يعني: $f' - f = \frac{-e^x}{(x+1)^2}$.

(تحقق) $f'(x) - f(x) = \frac{x e^x}{(x+1)^2} - \frac{e^x}{(x+1)} = \frac{-e^x}{(x+1)^2}$

3) بالجمع نجد: $(h+f)' - (h+f) = 0$ ومنه: $h+f$ حل لـ (E).

$\begin{cases} h' - h = \frac{e^x}{(x+1)^2} \\ f' - f = -\frac{e^x}{(x+1)^2} \end{cases}$

إذن: $h(x) + f(x) = Ce^x$ ؛ $h(x) = Ce^x - f(x)$

ومنه: $h(x) = \frac{x e^x}{x+1}$ ؛ $C = 1$ ؛ $h(0) = 0$ "حسب المطلوب"

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً