najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية الجزائر وسط
مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة -بوزريعة -

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

المادّة: رياضيات
المستوى: 3 ت إ

التوقيت: 2سا و30د
التاريخ: 2022/12/07

امتحان الفصل الأوّل

التمرين الأول: (4 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0 = -2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم ضع تخمينًا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإنّ: $u_n < 2$

3) جد اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

4) لتكن (v_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 2u_n - 4$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول.

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإنّ: $u_n = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2$

ت) أحسب نهاية المتتالية (u_n).

4) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

التمرين الثاني: (6 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية معرّفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقتين: $-u_0 = 8 + u_2$ و $u_0 - 5u_1 = 22$

1) بيّن أنّ $u_1 = -4$ ثم استنتج قيمة u_0.

2) أحسب الأساس r ثم بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -6n + 2$

3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$

4) استنتج بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = 3^2 \times 3^{-4} \times 3^{-10} \times \ldots \times 3^{-6n+2}$

(v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{6}u_n + \frac{2}{6}}$

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

2) أحسب بدلالة n المجموع T_n حيث: $T_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$

الصفحة 2/1

www.ecolerradja.com
www.dzexams.com
www.fb.com/ecolerradja
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I- نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ كما يلي: $f(x)=a+\dfrac{b}{x^2-2x-3}$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

- عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث المنحني $(\mathcal{C})$ يشمل النقطة $A(-3;0)$ و يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$ موازي لمحور الفواصل.
- نضع فيما يلي: $a=1$ و $b=-12$

1) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ فإنّ: $f(x)=\dfrac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}$

2) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

ب- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\<}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to3\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to3\\>}} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.

3) أدرس وضعية المنحني $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1$.

4) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ فإنّ: $f'(x)=\dfrac{24x-24}{(x^2-2x-3)^2}$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) أثبت أنّ المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحني $(\mathcal{C})$.

6) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني $(\mathcal{C})$ عند النقطة $(5;0)$.

7) عيّن احداثيات نقط تقاطع $(\mathcal{C})$ مع محوري الإحداثيات.

8) أنشئ المنحني $(\mathcal{C})$ و المماس (T).

II- نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ بـ: $g(x)=|f(x)|$

1) أدرس اشارة الدالة f ثم عرّف الدالة g دون رمز القيمة المطلقة.

2) استنتج اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) اشرح كيفية انشاء (c_g) انطلاقا من $(\mathcal{C})$ ثم أنشئه في نفس المعلم بلون مغاير.

4) حل جبريا في $\mathbb{R}$ المعادلة: $g(x)=\dfrac{20}{x^2-2x-3}$.

مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
www.dzexams.com
Ecole Erradja wa Tafawuk

إعداد: بوشاشية وليد

www.ecolerradja.com
www.dzexams.com
www.fb.com/ecolerradja
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 1:

$\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$

① $U_1 = 0 \quad U_2 = 1 \quad U_3 = \frac{3}{2}$

$U_3 < U_2 < U_1 < U_0$ إذن: (U_n) متزايدة تماما

② البرهان بالتراجع:

- التحقق من صحة $P_{(0)}$: $U_0 < 2$ محققة $-2 < 2$

- نفرض صحة $P_{(n)}$: $U_n < 2$

- نبين صحة $P_{(n+1)}$: $U_{n+1} < 2$

لدينا: $U_n < 2$

$\frac{1}{2}U_n < 1$

$\frac{1}{2}U_n + 1 < 2$

$\boxed{U_{n+1} < 2}$

③ إتجاه التغير:

$U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2}U_n + 1 - U_n$

$= \frac{-U_n + 2}{2}$

لدينا: $U_n < 2$

$-U_n > -2$

$-U_n + 2 > 0$

$\frac{-U_n + 2}{2} > 0$ $\quad IN$ على (U_n) متزايدة تماما.

التقارب:

بما أن: (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى $(U_n < 2)$

إذن: هي متقاربة.

④ $V_n = 2U_n - 4$

$V_{n+1} = qV_n$

$V_{n+1} = 2U_{n+1} - 4$

$= 2\left(\frac{1}{2}U_n + 1\right) - 4 \Rightarrow = U_n + 2 - 4$

$= U_n - 2 \Rightarrow = \frac{1}{2}(2U_n - 4)$

$= \frac{1}{2}V_n$

تصحيح الإختبار

$V_0 = 2U_0 - 4 = 2(-2) - 4 = \boxed{-8}$

$V_n = V_p \times q^{n-p} \Rightarrow = V_0 \times q^{n-0}$

$\boxed{V_n = -8\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

$V_n = 2U_n - 4 \Rightarrow V_n + 4 = 2U_n$

$U_n = \frac{V_n + 4}{2}$

$U_n = \frac{-8\left(\frac{1}{2}\right)^n + 4}{2} \Rightarrow \boxed{U_n = -4\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2}$

النهاية:

$\lim_{n \to +\infty} -4\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^n}_{0} + 2 \quad \boxed{= 2}$

⑤ المجموع:

$V_1 + V_2 + \ldots\ldots + V_n$

$= V_1\left(\frac{1 - q^n}{1 - q}\right) \Rightarrow = -4\left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}}\right)$

$= -4\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] \times \frac{2}{1} \Rightarrow = -8\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$

$U_n = \frac{V_n + 4}{2} = \frac{1}{2}V_n + 2$

$= \frac{1}{2}V_1 + 2 + \frac{1}{2}V_2 + 2 + \ldots\ldots + \frac{1}{2}V_n + 2$

$= \frac{1}{2}V_1 + \frac{1}{2}V_2 + \ldots + \frac{1}{2}V_n + 2 + 2 + \ldots + 2$

$= \frac{1}{2}(V_1 + V_2 + \ldots + V_n) + 2n$

$= \frac{1}{2}\left[-8\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)\right] + 2n$

$\boxed{= -4\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] + 2n}$

www.ecolerradja.com
www.dzexams.com
www.fb.com/ecolerradja
مدرسة الرّجاء والتفوق الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 2 :

$$\begin{cases} U_0 - 5U_1 = 22 \\ -U_0 = 8 + U_2 \end{cases}$$

$-8 = U_0 + U_2 \Rightarrow -8 = 2U_1$ ①

$\boxed{U_1 = -4}$

$U_0 - 5(-4) = 22 \Rightarrow U_0 + 20 = 22$

$\boxed{U_0 = 2}$

$U_1 = U_0 + r \Rightarrow -4 = 2 + r$ ②

$\boxed{r = -6}$

$U_n = U_p + (n-p)r$

$= U_0 + (n-0)r \Rightarrow = 2 + (n)(-6)$

$\boxed{= -6n + 2}$

$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ ③

$= \frac{n+1}{2}(U_0 + U_n)$

$= \frac{n+1}{2}(2 + -6n + 2)$

$= \frac{(n+1)}{2}(-3n + 2) \times 2$

$\boxed{= (n+1)(-3n+2)}$

$P_n = 3^2 \times 3^{-4} \times 3^{-10} \times \dots \times 3^{-6n+2}$ ④

$= 3^{U_0} \times 3^{U_1} \times 3^{U_2} \times \dots \times 3^{U_n}$

$= 3^{S_n}$

$\boxed{= 3^{(n+1)(-3n+2)}}$

$V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{6}U_n + \frac{2}{6}}$

$V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{-U_n+2}{6}} \Rightarrow = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6n-2+2}{6}}$

$\boxed{V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n}$

$V_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \Rightarrow V_{n+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{1}{2}\right)^1$ ①

$V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n$ $\boxed{q = \frac{1}{2}}$

$V_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \boxed{1}$

$T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ ②

$= V_0 \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1-q}\right) = 1\left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}\right)$

$= 1\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] \times \frac{2}{1}$

$\boxed{= 2\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]}$

التمرين 3 :

$f(x) = a + \frac{b}{x^2 - 2x - 3}$

تعيين a و b :

$f(-3) = 0 \;/\; f(1) = 4$

$\rightarrow f(-3) = a + \frac{b}{12} = 0$

$\rightarrow f(1) = a + \frac{b}{-4} = 4 \Rightarrow 1 + \frac{b}{-4} = 4$

$\frac{b}{-4} = 3 \Rightarrow b = 3 \times -4 \Rightarrow \boxed{b = -12}$

$a + \frac{-12}{12} = 0 \Rightarrow a - 1 = 0$ بالتقويض نجد :

$\boxed{a = 1}$

$f(x) = 1 + \frac{-12}{x^2 - 2x - 3}$

① التحقق :

$f(x) = \frac{1(x^2 - 2x - 3) - 12}{x^2 - 2x - 3}$

$\boxed{= \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}}$

② النهايات :

$\lim_{|x| \to +\infty} f(x) = \lim_{|x| \to +\infty} \frac{x^2}{x^2} = \boxed{1}$

$y = 1$ مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ و $-\infty$

www.dzexams.com
www.ecolerradja.com
www.fb.com/ecolerradja
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f(x)$	1	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	1

⑤ محورتا الشكل: $x=1$

$f(2a-x)=f(x) \Rightarrow f(2-x)=f(x)$

$f(2-x)=1-\dfrac{12}{(2-x)^2-2(2-x)-3}$

$=1-\dfrac{12}{4+x^2-4x-4+2x-3}$

$=1-\dfrac{12}{x^2-2x-3}=f(x)$

⑥ معادلة المماس عند $(5;0)$:

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

$=f'(5)(x-5)+f(5) \Rightarrow =\dfrac{2}{3}(x-5)+0$

$\boxed{y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{10}{3}}$

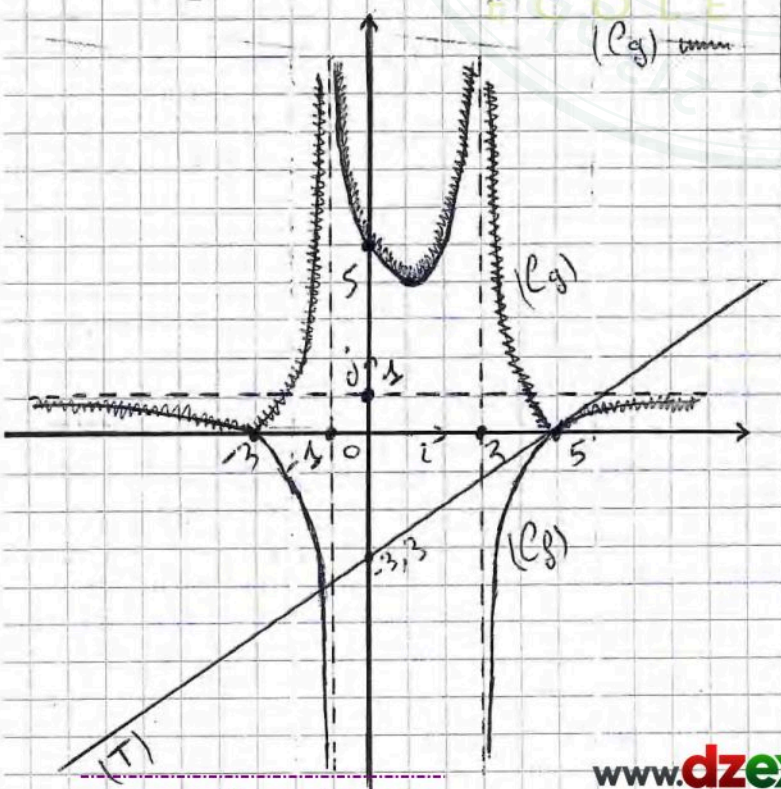
⑦ التواطيب:

$f(0)=5 \quad (0;5)$

$f(x)=0 \quad x^2-2x-15=0$ العوامل

$x_1=5 \quad (5;0)$ $\qquad x_2=-3 \quad (-3;0)$

⑧ إنشاء المنحنى (C) والمماس (T) و (C_g)



$\lim\limits_{x \to -1} f(x)=-\infty$ $\begin{cases}\lim\limits_{x<-1} x^2-2x-15=-12\\ \lim\limits_{x<-1} x^2-2x-3=0^-\end{cases}$

$\lim\limits_{x \to -1} f(x)=+\infty$ $\begin{cases}\lim\limits_{x>-1} x^2-2x-15=-12\\ \lim\limits_{x>-1} x^2-2x-3=0^+\end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 3} f(x)=+\infty$ $\begin{cases}\lim\limits_{x<3} x^2-2x-15=-12\\ \lim\limits_{x<3} x^2-2x-3=0^-\end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 3} f(x)=-\infty$ $\begin{cases}\lim\limits_{x>3} x^2-2x-15=-12\\ \lim\limits_{x>3} x^2-2x-3=0^+\end{cases}$

مستقيم مقارب عمودي $x=-1$

مستقيم مقارب عمودي $x=3$

③ الوضعية بالنسبة للمستقيم (Δ): $y=1$

$f(x)-y=1+\dfrac{-12}{x^2-2x-3}-1$

$=\dfrac{-12}{x^2-2x-3}$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
-12	$-$		$-$		$-$		$-$
x^2-2x-3	$+$	0	$-$	0	$+$		
$\dfrac{-12}{x^2-2x-3}$	$-$		$+$		$-$		
الوضعية	تحت		فوق		تحت		

⑪ بيان أن:

$f'(x)=\dfrac{24x-24}{(x^2-2x-3)^2}$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		

f متناقصة تماما على $]-\infty;-1[$ و $]-1;1]$

f متزايدة تماما على $[1;3[$ و $]3;+\infty[$

www.ecolerradja.com
www.dzexams.com
www.fb.com/ecolerradja
مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

II - g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ بـ: $g(x)=|f(x)|$

① إشارة f:

x	$-\infty$		-3		-1		3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	‖	$-$	0	$+$	

الدالة g دون رمز القيمة المطلقة:

$$g(x)=\begin{cases} f(x) &]-\infty;-3]\cup]-1;3[\cup[5;+\infty[\\ -f(x) & [-3;-1[\cup]3;5] \end{cases}$$

② جدول تغيرات g:

x	$-\infty$		-3		-1		1		3		5		$+\infty$
$g(x)$	1	↘	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	1

④ حل جبريا في $\mathbb{R}$ المعادلة: $g(x)=\dfrac{20}{x^2-2x-3}$

$$|f(x)|=\frac{20}{x^2-2x-3}$$

$$-f(x)=\frac{20}{x^2-2x-3} \qquad f(x)=\frac{20}{x^2-2x-3}$$

$$\frac{-x^2+2x+15}{x^2-2x-3}=\frac{20}{x^2-2x-3} \qquad \frac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}=\frac{20}{x^2-2x-3}$$

$$-x^2+2x+15=20 \qquad x^2-2x-15=20$$

$$-x^2+2x+15-20=0 \qquad x^2-2x-15-20=0$$

$$-x^2+2x-5=0 \qquad x^2-2x-35=0$$

لا يوجد حلول

$x_1=7$ $\quad$ $x_2=-5$

Boulghacha

مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
www.dzexams.com
www.ecolerradja.com
www.fb.com/ecolerradja
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com