najah213.com · نجاح 213

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : الثالثة علوم تجريبية

التمرين الأول (5ن):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :

1) a عدد حقيقي موجب تماما . لدينا : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}=0$.

2) المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر لمنحنى الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x)=\dfrac{x^2-2x}{2x^2-4x-2}$.

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(\pi x)}{x-1}=1$.

4) (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto e^x$ في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.
يوجد مماس وحيد للمنحنى (Γ) يمر من مبدأ المعلم .

5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(x+1)e^{\frac{1}{x}}-x\right]=1$.

التمرين الثاني (8ن):

h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $h(x)=x-1+\dfrac{1-x}{x^2}$.

(C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف .

2) أ ـ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_h) .
بـ ـ أدرس وضعية المستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_h) .

3) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $h'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2+x+2)}{x^3}$.
بـ ـ استنتج إتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن للمنحنى (C_h) نقطة إنعطاف يُطلب تعيينها .

5) (T) المستقيم ذو المعادلة $y=x+\alpha$. حيث α عدد حقيقي .
عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون (T) مماسا لـ (C_h) في نقطة يُطلب تعيين إحداثييها .

6) تحقق أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$ ، $h(x)=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\left(1-\dfrac{1}{x}\right)$. استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_h) مع محور الفواصل .

7) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_h) .

8) v الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $v(x)=h(x^2)$.
أدرس تغيرات الدالة v ، ثم شكل جدول تغيراتها .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث(7ن):

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x-1+e^{-x}$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g .

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)\geq 0$ و أن: $1+xe^{x}>0$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1}{1+xe^{x}}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $2cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين بيانيا . (يُعطى $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x}=0$)

2) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{-(x+1)e^{x}}{(1+xe^{x})^{2}}$.

بـ ـ استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ ـ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور التراتيب .

بـ ـ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-(-x+1)=\dfrac{xe^{x}g(x)}{1+xe^{x}}$.

جـ ـ حدد الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) . ماذا تستنتج ؟

4) أنشئ كلا من (T) و (C_f) .

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=-m+1$.

6) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x)=\dfrac{x}{e^{x}-x}$. (C_k) تمثيلها البياني.

أ ـ بين أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $k(x)=f(-x)-1$.

بـ ـ إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_k) إعتمادا على المنحنى (C_f) ، ثم أنشئه .

www.dzexams.com

The only way to learn mathematics is to do mathematics

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الإختبار الأول في مادة الرياضيات

حل مقترح للتمرين الأول:

الإجابة بصحيح أو خطأ مع التبرير :

1) خطأ .

التبرير :

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})}{(\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x})(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x})}{2x}=\sqrt{a}$$

2) صحيح .

التبرير :

من أجل كل عدد حقيقي x ،

$$u(2-x)=\frac{(2-x)^2-2(2-x)}{2(2-x)^2-4(2-x)-2}=\frac{x^2-4x+4-4+2x}{2(x^2-4x+4)-8+4x-2}=\frac{x^2-2x}{2x^2-4x-2}=u(x)$$

3) خطأ .

التبرير :

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin(\pi x)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sin(\pi x)-\sin(\pi)}{x-1}=\sin(\pi x)'(1)=\pi\cos(\pi)=-\pi$$

4) صحيح .

التبرير :

ليكن (T_{x_0}) مماس المنحنى (Γ) في النقطة ذات الفاصلة x_0 . لدينا : معادلة لـ (T_{x_0}) من الشكل : $y=e^{x_0}(x-x_0)+e^{x_0}$.

(T_{x_0}) يشمل المبدأ معناه $e^{x_0}(-x_0)+e^{x_0}=0$ أي $e^{x_0}(1-x_0)=0$ و بالتالي $x_0=1$.

إذن يوجد مماس وحيد للمنحنى (Γ) يمر من مبدأ المعلم و هو المماس في النقطة ذات الفاصلة 1 و معادلة له $y=ex$.

5) خطأ .

التبرير :

$$\lim_{x\to+\infty}\left[(x+1)e^{\frac{1}{x}}-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[xe^{\frac{1}{x}}+e^{\frac{1}{x}}-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[x(e^{\frac{1}{x}}-1)+e^{\frac{1}{x}}\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\left(\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}\right)+e^{\frac{1}{x}}\right]=\lim_{y\to 0}\frac{e^y-1}{y}+\lim_{x\to+\infty}e^{\frac{1}{x}}=2$$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل مقترح للتمرين الثاني:

h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $h(x)=x-1+\dfrac{1-x}{x^2}$.

1) حساب النهايات :

$\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to0}h(x)=+\infty$.

2) أ ـ تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_h) .

لدينا : $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[h(x)-(x-1)\right]=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{1-x}{x^2}=0$ ومنه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_h) .

بـ ـ دراسة وضعية المستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_h) .

لدينا : $h(x)-(x-1)=\dfrac{1-x}{x^2}$ ومنه إشارة الفرق من إشارة $1-x$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$h(x)-y$		$+$	‖	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(Δ) فوق (C_h)		‖	(C_h) فوق (Δ)	(C_h) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;0)$	(C_h) تحت (Δ)	

3) أ ـ تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2+x+2)}{x^3}$.

الدالة h قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$

$$h'(x)=1+\frac{-x.x^2-2x.(1-x)}{x^4}=\frac{x^4-x^3-2x+x^2}{x^4}=\frac{x^3+x-2}{x^3}=\frac{(x-1)(x^2+x+2)}{x^3}$$

بـ ـ استنتاج إتجاه تغير الدالة h :

لدينا : $x^2+x+2>0$ لأن : $\Delta=-7<0$ ومنه إشارة $h'(x)$ من إشارة $x(x-1)$

و بالتالي الدالة h متزايدة على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]1;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]0;1[$.

جدول تغيرات الدالة h .

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

4) تبيان أن للمنحنى (C_h) نقطة إنعطاف :

الدالة h' قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$

$$h''(x)=\frac{x^3-3x^2(x-2)}{x^6}=\frac{x-3(x-2)}{x^4}=\frac{-2x+6}{x^4}$$

إشارة $h''(x)$ من إشارة $-2x+6$ و منه النقطة $w\left(3;\dfrac{16}{9}\right)$ هي نقطة إنعطاف .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

5) (T) المستقيم ذو المعادلة $y = x + \alpha$. حيث α عدد حقيقي .

تعيين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون (T) مماسا لـ (C_h) في نقطة يُطلب تعيين إحداثييها .

لنحل في $\mathbb{R}^*$ المعادلة : $h'(x) = 1$.

$h'(x) = 1$ تكافئ $\dfrac{x^3 + x - 2}{x^3} = 1$ تكافئ $x^3 + x - 2 = x^3$ تكافئ $x = 2$.

معادلة مماس المنحنى في النقطة ذات الفاصلة 2 من الشكل $y = h'(2)(x-2) + h(2)$ أي $y = x - \dfrac{5}{4}$.

إذن من أجل $\alpha = -\dfrac{5}{4}$ يكون (T) مماسا لـ (C_h) في النقطة $A\left(2; \dfrac{3}{4}\right)$.

6) التحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ ، $h(x) = \left(x - \dfrac{1}{x}\right)\left(1 - \dfrac{1}{x}\right)$.

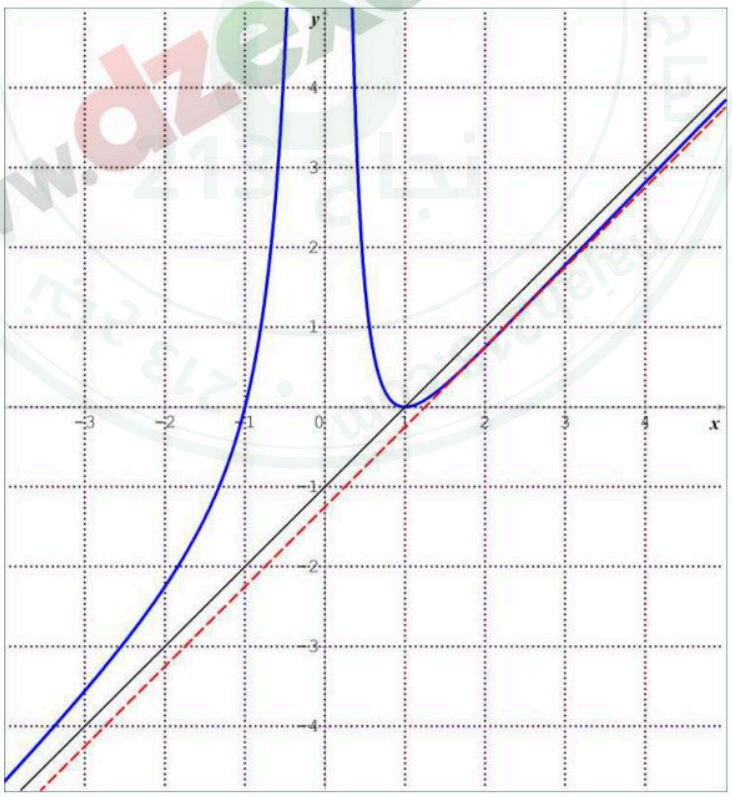
لدينا : من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم : $\left(x - \dfrac{1}{x}\right)\left(1 - \dfrac{1}{x}\right) = x - 1 - \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} = x - 1 + \dfrac{1 - x}{x^2} = h(x)$.

7) استنتاج نقط تقاطع المنحنى (C_h) مع حامل محور الفواصل .

فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_h) مع حامل محور الفواصل هي حلول المعادلة : $h(x) = 0$.

$h(x) = 0$ تكافئ $\left(x - \dfrac{1}{x}\right)\left(1 - \dfrac{1}{x}\right) = 0$ تكافئ $\begin{cases} x - \dfrac{1}{x} = 0 \\ \text{أو} \\ 1 - \dfrac{1}{x} = 0 \end{cases}$ تكافئ $x = 1$ أو $x = -1$.

8) الرسم :



www.dzexams.com

najah213.com · نجاح 213

9) v الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $v(x)=h(x^2)$.

دراسة تغيرات الدالة v :

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} v(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} v(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 0} v(x)=+\infty$.

الدالة v قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]0;+\infty[$ و $]-\infty;0[$ و $v'(x)=2xh'(x^2)$.

من أجل $0<x^2\leq 1$، أي $x\in]-1;0[\cup]0;1]$ يكون $h'(x^2)\leq 0$.

من أجل $x^2\geq 1$، أي $x\in]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ يكون $h'(x^2)\geq 0$.

جدول تغيرات الدالة v .

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$v'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
$v(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

حل مقترح للتمرين الثالث:

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x-1+e^{-x}$.

1) دراسة إتجاه تغير الدالة g :

الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و من أجل كل عدد حقيقي x، $g'(x)=1-e^{-x}$.

$g'(x)\geq 0$ تكافئ $1-e^{-x}\geq 0$ تكافئ $e^0\geq e^{-x}$ تكافئ $-x\geq 0$ أي: $x\geq 0$.

$g'(x)\leq 0$ تكافئ $1-e^{-x}\leq 0$ تكافئ $e^0\leq e^{-x}$ تكافئ $-x\leq 0$ أي: $x\leq 0$.

و بالتالي الدالة g متزايدة على المجال $[0;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;0]$.

2) استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $g(x)\geq 0$

لدينا: $g(0)=0$ قيمة حدية صغرى للدالة g و بالتالي: من أجل كل عدد حقيقي x، $g(x)\geq 0$

إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $1+xe^x>0$.

لدينا: من أجل كل عدد حقيقي x، $g(x)\geq 0$ أي $x+e^{-x}\geq 1$ ومنه $xe^x+1\geq e^x$ وبالتالي $xe^x+1>0$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{1}{1+xe^x}$.

1) النهايات:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$.

التفسير:

- المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.
- المستقيم ذو المعادلة $y=0$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

2) أ- تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\dfrac{-(x+1)e^x}{(1+xe^x)^2}$.

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و $f'(x)=-\dfrac{e^x+xe^x}{(1+xe^x)^2}=\dfrac{-(x+1)e^x}{(1+xe^x)^2}$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

بـ ـ استنتاج إتجاه تغير الدالة f :

لدينا : إشارة $f'(x)$ من إشارة $-(x+1)$ و بالتالي الدالة f متزايدة على المجال $[-1;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;-1]$.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↗	$\frac{1}{1-e^{-1}}$	↘	0

3) أ ـ كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور التراتيب .

لدينا : معادلة لـ (T) من الشكل $(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$ أي $(T): y=-x+1$.

بـ ـ التحقق :

من أجل كل عدد حقيقي x ،

$$f(x)-(-x+1)=\frac{1}{1+xe^x}-(-x+1)=\frac{1-(-x+1)(1+xe^x)}{1+xe^x}=\frac{x+x^2e^x-xe^x}{1+xe^x}=\frac{xe^x(e^{-x}+x-1)}{1+xe^x}=\frac{xe^xg(x)}{1+xe^x}$$

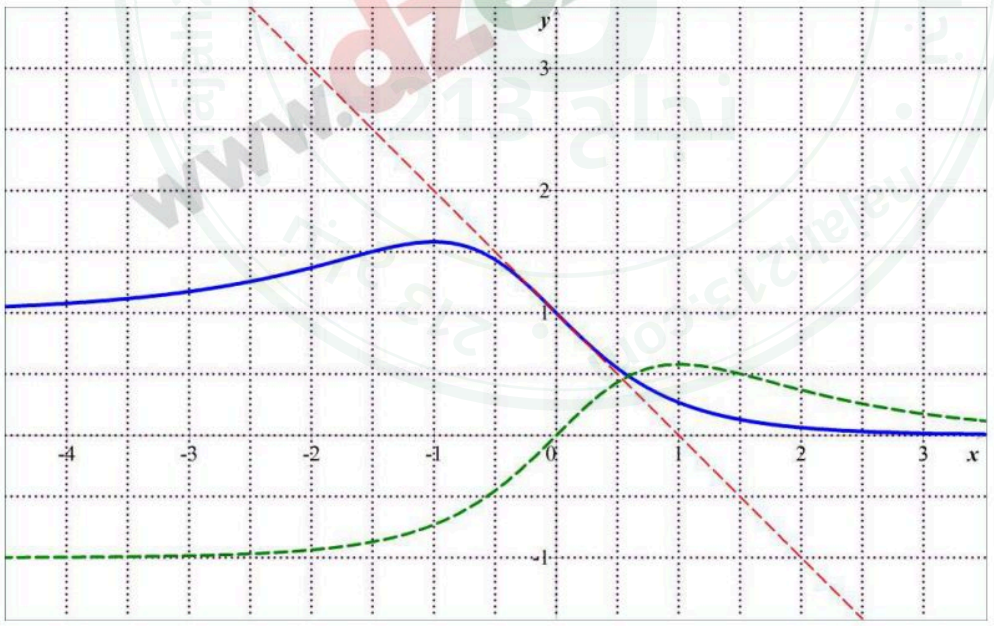
جـ ـ الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) .

لدينا : $f(x)-(-x+1)=\frac{xe^xg(x)}{1+xe^x}$ ومنه إشارة الفرق من إشارة x و بالتالي :

المنحنى (C_f) فوق المماس (T) من أجل $x\in[0;+\infty[$ و أسفل منه من أجل $x\in]-\infty;0]$.

نستنتج أن النقطة $A(0;1)$ هي نقطة إنعطاف .

4) الرسم :



www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

5) المناقشة البيانية :

حلول المعادلة حلول المعادلة : $f(x)=-m+1$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى مع المستقيم ذو المعادلة $y=-m+1$.

من أجل $1-\frac{1}{1-e^{-1}}<m<0$ أي $1<-m+1<\frac{1}{1-e^{-1}}$ ، المعادلة تقبل حلين .

من أجل $0\leq m<1$ أي $0<-m+1\leq 1$ ، المعادلة تقبل حل واحد .

من أجل $m>1$ أي $-m+1<0$ ، المعادلة لا تقبل حلول .

من أجل $m=1-\frac{1}{1-e^{-1}}$ أي $-m+1=\frac{1}{1-e^{-1}}$ ، المعادلة تقبل حل واحد .

من أجل $m<1-\frac{1}{1-e^{-1}}$ أي $-m+1>\frac{1}{1-e^{-1}}$ ، المعادلة لا تقبل حلول .

6) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x)=\frac{x}{e^x-x}$. (C_k) تمثيلها البياني.

أ ـ تبيان أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $k(x)=f(-x)-1$.

لدينا : من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(-x)-1=\frac{1}{1-x^{-x}}-1=\frac{1-1+xe^{-x}}{1-xe^{-x}}=\frac{xe^{-x}}{1-xe^{-x}}=\frac{xe^{-x}}{e^{-x}(e^x-x)}=\frac{x}{e^x-x}=k(x)$

بـ ـ شرح كيفية إنشاء المنحنى (C_k) إعتمادا على المنحنى (C_f) :

نرسم نظير المنحنى (C_f) بالنسبة لحامل محور التراتيب ، ثم نسحبه بالشعاع $-\vec{j}$.



نشر يوم : 01.12.2021

The only way to learn mathematics is to do mathematics

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com