najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية جيجل
ثانوية راشدي محمد -سيدي معروف

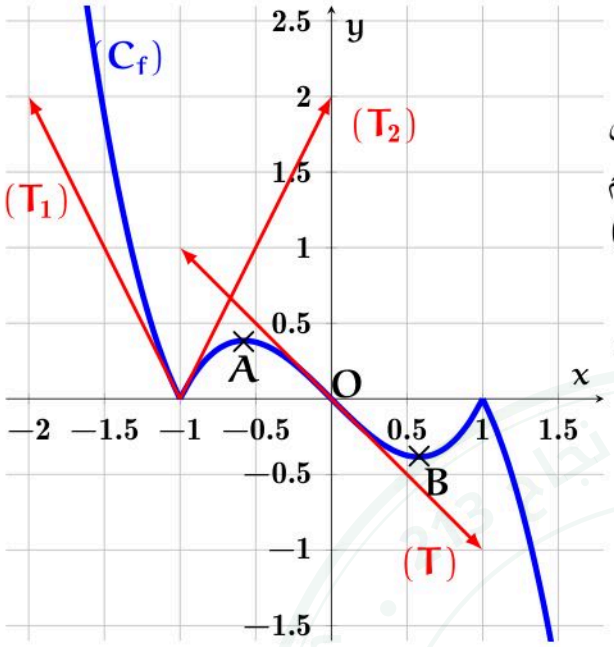
الموسم الدراسي: 2024-2025
المستوى: الثالثة -علوم تجريبية

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة: ساعة ونصف

التمرين الأول: (10 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ وقابلة للإشتقاق مرتين عند 0. الشكل المقابل يوضح منحناها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. حيث: يقبل نصفي مماسين (T_1) و (T_2) عند النقطة $C(-1;0)$ ويقبل مماسا (T) عند مبدأ المعلم. النقطتين $A(\frac{-\sqrt{3}}{3};0.4)$ و $B(\frac{\sqrt{3}}{3};-0.4)$ ذروتين للمنحنى (C_f).



• **بقراءة بيانية أجب على الأسئلة التالية:**

1/ هل الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟ علّل إجابتك.

2/ بيّن أن (C_f)يقبل نقطة إنعطاف يُطلب تعيينها.

3/ ا/ عين: $f(-1)$ ، $f'(\frac{\sqrt{3}}{3})$ و $f'(0)$.

ب/ عين النهايات: $\lim_{x\to -1^{>}}\left(\frac{f(x)}{x+1}\right)$ ، $\lim_{x\to -1^{<}}\left(\frac{f(x)}{x+1}\right)$ ، $\lim_{x\to 0}\left(\frac{f'(x)+1}{x}\right)$.

جـ/ هل الدالة f تقبل الإشتقاق عند -1؟ علّل إجابتك.

د/ علما أن الدالة المشتقة f' زوجية؛ استنتج $f'_d(1)$ و $f'_g(1)$.

4/ ا/ شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$، مبينا إشارة مشتقتها.

ب/ شكّل جدول إشارة الدالة f على $\mathbb{R}$.

5/ أدرس على $\mathbb{R}^* - \{-1;1\}$ إتجاه تغير الدالة: $g : x \longmapsto \frac{1}{[f(x)]^2}$.

التمرين الثاني: (10 نقاط)

نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ بـ: $f(x) = -x + 1 - \frac{x}{x^2-1}$ ،

وليكن (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ا/ أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة من مجموعة تعريفها.

ب/ استنتج أن (C_f)يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة، أحدها المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$.

جـ/ أدرس وضعية (C_f)بالنسبة إلى (Δ) .

2/ ا/ أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب/ استنتج أن المنحنى (C_f)يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها.

جـ/ أكتب معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3/ ا/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0.8 < \alpha < -0.7$.

ب/ أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f)بدقة.

☺☺بالتوفيق للجميع☺☺

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ثانوية رابشي محمد - سيدي معروف.
الرسم: 2024/2025
المستوى: 3 علوم تجريبية

إجابة الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1) نعم الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ لأن: (C_f) تمثيلها البياني يمكن رسمه دون رفع القلم (غير منقطع).

2) تبيان نقطة الإنعطاف لـ (C_f):
من خلال التمثيل البياني نلاحظ أن المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O يخترق المنحنى في جوار فاصلة نقطة المماس. وبالتالي النقطة $O(0,0)$ نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f).

3) أ- تعيين القيم:
- $f(-1)=0$
- $f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=0$ ← لأن (C_f) يقبل نقطة حدية محلية ماصلتها $\frac{\sqrt{3}}{3}$ فالمشتق عندها ينعدم.
- $f'(0)=\frac{-1-0}{1-0}=-1$

[لأن $f'(0)$ هو معامل توجيه المماس (T)، ولدينا النقطتين $O(0,0)$ و $C(1;-1)$ من (T)]

ب- تعيين القيم:
- $f(1)=0$
- $f'(-1)=0$ ← لأن (C_f) يقبل نقطة حدية محلية فاصلتها -1 فالمشتق عندها ينعدم.
- $f'(1)=\frac{-1-0}{1-0}=-1$

[لأن $f'(1)$ هو معامل توجيه المماس (T')، ولدينا النقطتين $O(0,0)$ و $C(-1;1)$ من (T')]

ج- تعيين القيم:
- $f(-2)=0$
- $f'(-2)=0$ ← لأن (C_f) يقبل نقطة حدية محلية فاصلتها -2 فالمشتق عندها ينعدم.
- $f'(-3)=\frac{-1-0}{1-0}=-1$

[لأن $f'(-3)$ هو معامل توجيه المماس (T'')، ولدينا النقطتين $O(0,0)$ و $C(1;-1)$ من (T'')]

4) أ- جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	$0,4$	0	$-0,4$	0	$-\infty$

ب- جدول إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

5) دراسة إتجاه تغير الدالة g:
$g: x \mapsto \frac{1}{(f(x))^2}$؛ الدالة g تقبل الإشتقاق على $\mathbb{R}^* - \{-1;1\}$ لأن:
$g'(x)=\frac{-2f'(x)}{(f(x))^3}$ ؛

x	$-\infty$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$
$(f(x))^3$	$+$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$-$
$g'(x)$	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على كل من: $]-\infty;-1[$ و $]-1;-\frac{\sqrt{3}}{3}]$ ومتزايدة تماما على كل من: $[-\frac{\sqrt{3}}{3};0]$ و $]0;\frac{\sqrt{3}}{3}]$ و $]1;+\infty[$

6) أ- تبيان أن f دالة زوجية:
لدينا $\mathbb{R}-\{1;-1\}$ مجال متناظر بالنسبة لـ 0، ومن أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1;-1\}$ لدينا: $f(-x)=f(x)$ ؛ إذن f دالة زوجية.

ب- تبيان أن f تقبل الإشتقاق عند -1:
لدينا: $f'_d(1)=f'_g(-1)=-e$.
و $f'_g(1)=f'_d(-1)=e$.
$f'_g(1)\neq f'_d(-1)$ لأن: f لا تقبل الإشتقاق عند -1.

www.dzexams.com
Scanné avec CamScanner
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثاني:

$f(x) = -x+1+\frac{x}{x^2-1}$ / $D_f = \mathbb{R}-\{-1,1\}$

1- أ- حساب النهايات:

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-x+1+\frac{x}{x^2-1}\right) = -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-x+1+\frac{x}{x^2-1}\right) = +\infty$

$\lim_{x\to-1} f(x) = \lim_{x\to-1}\left(-x+1+\frac{x}{x^2-1}\right) = +\infty$

$\lim_{x\to-1} f(x) = \lim_{x\to-1}\left(-x+1+\frac{x}{x^2-1}\right) = +\infty$

$\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1}\left(-x+1+\frac{x}{x^2-1}\right) = +\infty$

$\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1}\left(-x+1+\frac{x}{x^2-1}\right) = +\infty$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	ϕ	$-$	ϕ	$+$	

ب- التفسير الهندسي:

- (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب معادلتيهما: $x=-1$ و $x=1$
- وبما أن: $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{x^2-1} = 0$
- فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته: $y=-x+1$.

2- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ):

لدينا من أجل كل x من D_f:

$f(x)-(-x+1) = \frac{x}{x^2-1}$.

وعليه:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$-x$		$+$		$+$	ϕ	$-$		$-$	
x^2-1		$+$	ϕ	$-$		$-$	ϕ	$+$	
$f(x)-y$		$+$		$-$	ϕ	$+$		$-$	
الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)		(C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $(0;1)$		(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقع تحت (Δ)

$f(0)=1$

2- أ- دراسة اتجاه تغير الدالة f:

من أجل كل x من D_f لدينا:

$f'(x) = -1-\frac{x^2-1-2x(x)}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{-(x^2-1)^2-(x^2-1-2x^2)}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{-(x^4+1-2x^2)-(-x^2-1)}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{-x^4-1+2x^2+x^2+1}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{-x^4+3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(-x^2+3)}{(x^2-1)^2}$.

لدينا: $-x^4+3x^2=0$ و $x^2=3$ أي $x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	ϕ	$+$	$\|\|$	$+$	ϕ	$+$	$\|\|$	$+$	ϕ	$-$	

فالدالة f متناقصة تماما على كل من المجالين $[\sqrt{3};+\infty[$ و $]-\infty;-\sqrt{3}]$ ومتزايدة تماما على كل من المجالين $[-\sqrt{3};-1[$ و $]-1;1[$ و $]1;\sqrt{3}]$.

* جدول التغيرات:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	ϕ	$+$	$\|\|$	$+$	ϕ	$+$	$\|\|$	$+$	ϕ	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(-\sqrt{3})$	$\nearrow$	$+\infty$	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$f(\sqrt{3})$	$\searrow$	$-\infty$
					$-\infty$				$-\infty$				

- $f(-\sqrt{3}) = 1+\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{e} \simeq 3{,}6$.
- $f(\sqrt{3}) = 1-\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{e} \simeq -1{,}6$.

ب- نقطة الإنعطاف:

لدينا $f'(x)$ تنعدم عند 0 ولا تغير إشارتها جواره

إذن النقطة $(0;1)$ نقطة إنعطاف لـ (C_f).

3- معادلة المماس (T):

$(T): y = f'(0)(x-0)+f(0)$

$(T): y = 1$

3- أ- لدينا الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على $[-0{,}8;-0{,}7]$

$f(-0{,}8)\times f(-0{,}7) < 0$

إذن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث: $-0{,}8 < \alpha < -0{,}7$.

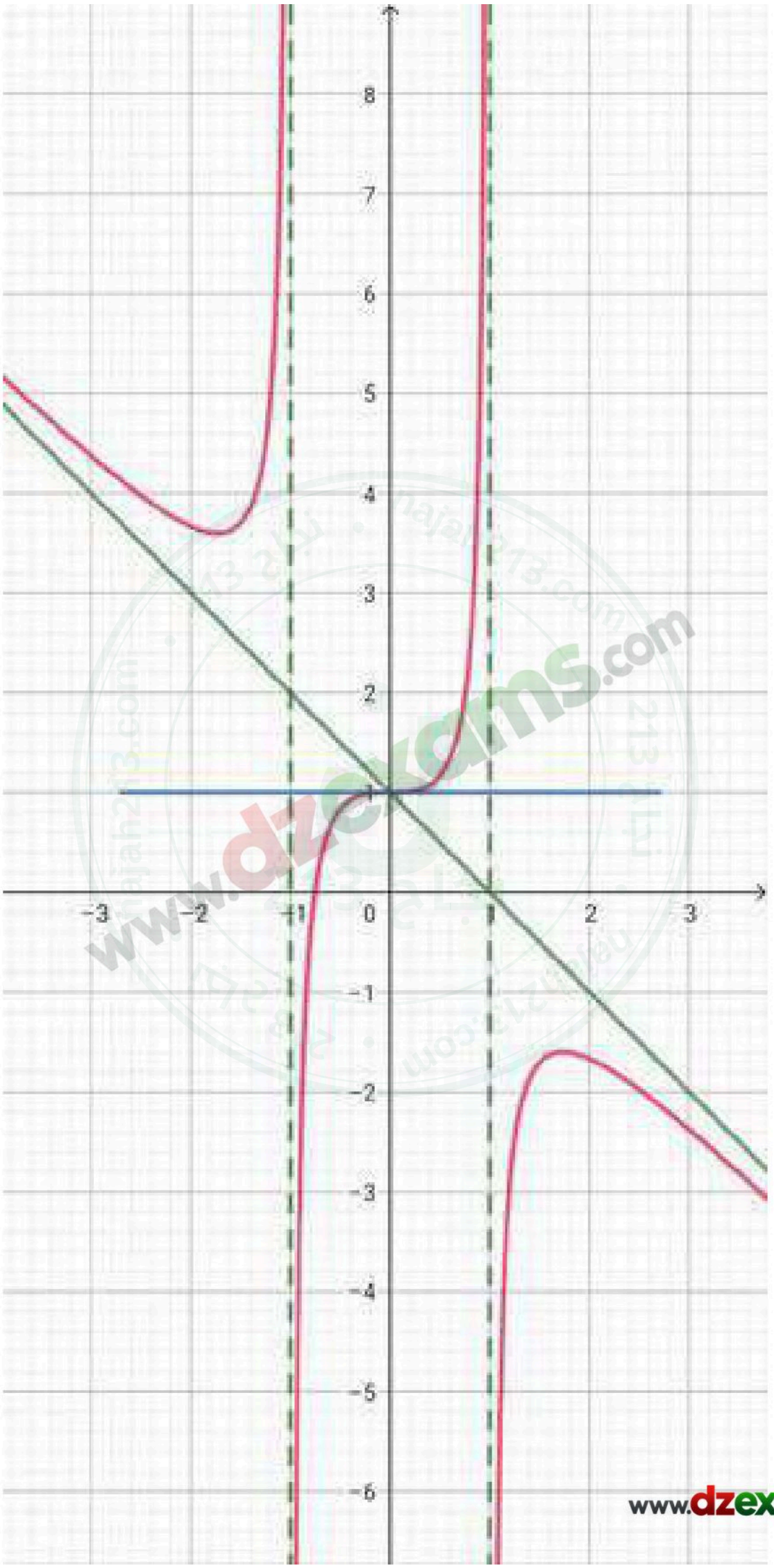
ب- الإستنتاج.

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com


8
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-3
-2
-1
0
2
3
www.dzexams.com