najah213.com · نجاح 213

مجلة 5 min Maths

أولى جذع مشترك

علوم

الفصل الثاني

تشمل المحاور:

- الحساب الشعاعي و معادلة المستقيم
- الدوال المرجعية
- العبارات الجبرية

فكرة و اعداد الأستاذ: شعبان أسامة

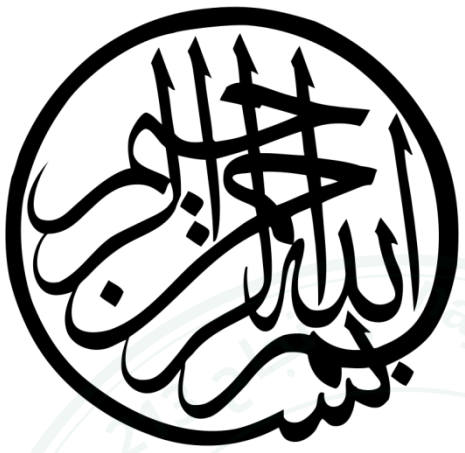
فيفري 2020

شكر خاص للأستاذ خالد بخاشة

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213



بتوفيق من الله عز و جل انجزت هذا العمل المتواضع الذي أرجوا
ع أن يفيد

تلاميذ السنة أولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا على ما تحتوي
ع من جوانب علمية قيمة و مطروحة بشكل واضح و بسيط.

كما أود أن أشكر زميلي الأستاذ: **بخاخشة خالد** على مساعدته
ع بتقديم أعماله القيمة لاضافتها في المجلة

ع

ع أهدي هذا العمل الى كل عائلتي و أحبائي

أ.شعبان أسامة

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مجلة 5min Maths

السنة الأولى جذع مشترك علوم (الفصل الثانى)

تجدون فيها:

الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

ملخص الدرس.....ص

QCM.....ص

تمارين محلولة.....ص

تمارين مقترحة.....ص

الدوال المرجعية

ملخص الدرس.....ص

QCM.....ص

تمارين محلولة.....ص

تمارين مقترحة.....ص

العبارات الجبرية

ملخص الدرس.....ص

QCM.....ص

تمارين محلولة.....ص

تمارين مقترحة.....ص

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

محور

الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ملخص الدرس

1. الأشعة المرتبطة خطيا.

• تساوي شعاعين نقول عن شعاعين أنّهما متساويان إذا كان لهما نفس المنحى، ونفس الاتجاه، ونفس الطويلة.

نقول أن شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا إذا و فقط إذا وجد عدد حقيقي k حيث أن $\vec{u}=k\vec{v}$.

يكون الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطين خطيا إذا و فقط إذا كان المستقيمين (AB) و (CD) متوازيين .

ملاحظة: الشعاع المعدوم الذي نرمز له $\vec{0}$ مرتبط خطيا مع كل شعاع من المستوي.

2. طويلة شعاع.

طويلة شعاع $\vec{u}$ حيث $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ هي طول القطعة $[AB]$ و نرمز لها $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ ونكتب $\left\|\vec{u}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=AB$.

ملاحظات:

يكون الشعاع $\vec{u}$ شعاع وحدة إذا و فقط إذا كان $\left\|\vec{u}\right\|=1$ (وحدة أطوال في المستوي).

$\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=0$ معناه النقطة A منطبقة على النقطة B .

من أجل كل شعاع $\vec{u}$ و من أجل كل عدد حقيقي k لدينا $\left\|k\vec{u}\right\|=|k|\times\left\|\vec{u}\right\|$.

$M\in(AB)$ معناه $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$ (k عدد حقيقي)

3. التوازي و الإستقامة.

القول أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان معناه أنه يوجد عدد حقيقي k حيث أن $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{CD}$.

القول أن النقط A ، B ، C استقامة واحدة معناه أنه يوجد عدد حقيقي k حيث أن $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.

4. الأشعة المرتبطة خطيا في الهندسة التحليلية.

في المستوي المنسوب إلى معلم (O,I,J) ليكن الشعاعان $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$. القول أن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا معناه: $xy'-x'y=0$.

في المستوي المنسوب إلى معلم (O,I,J) لتكن القطتان $A(x,y)$ و $B(x',y')$. مركبتا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هي: $\begin{pmatrix}x'-x\\y'-y\end{pmatrix}$.

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O,I,J) ليكن الشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$. طويلة الشعاع $\vec{u}$ هي : $\left\|\vec{u}\right\|=\sqrt{x^2+y^2}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

5. حساب مركبتي شعاع وإحداثيي منتصف قطعة مستقيم

لتكن $A(x_A\ ;\ y_A)$ ، $B(x_B\ ;\ y_B)$ **في معلم** $(O\ ;\ i\ ,\ j)$.

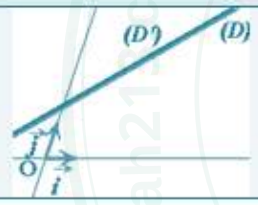
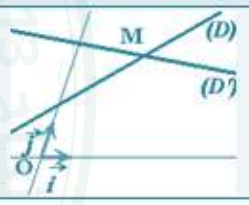
1) **مركبتا الشّعاع** $\overrightarrow{AB}$ **هما** $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

2) **إحداثيا** M **منتصف** [AB] **هما** $\begin{pmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{pmatrix}$

6.عدد حلول جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

جملة المعادلتين $\begin{cases} a\,x + b\,y = c \\ a'\,x + b'\,y = c' \end{cases}$ **إمّا لها حلا وحيدا ، وإمّا لا حل لها، وإمّا لانهاية لها من الحلول، وذلك حسب الوضع النّسبي للمستقيمين** (D) **و**(D').

- **إذا كان** $a\,b' - b\,a' \neq 0$ **فإنّ الجملة (S) تقبل حلا وحيدا.**
- **إذا كان** $a\,b' - b\,a' = 0$ **فالجملة (S) إمّا لا حل لها، وإمّا لانهاية لها من الحلول.**

$a\,b' - b\,a' \neq 0$	$ab' - ba' = 0$	
		
(D) ، (D') متقاطعان في M الجملة لها حل وحيد $(x_M;y_M)$	لا توجد نقطة مشتركة بين (D) ، (D') والجملة ليس لها حل	$(D') = (D)$ والجملة لها لانهاية من الحلول

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

QCM

الأسئلة: ضع علامة $(\times)$ أمام الجواب الصحيح مع التعليل .

1. النقطة M منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ معناه :

أ) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ ☐ ب) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ ☐ ج) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$ ☐

التعليل: .....

.....

2. شعاع توجيه المستقيم (D) ذو المعادلة $3x-5y=7$ هو:

أ) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ ☐ ب) $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ ☐ ج) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$ ☐

التعليل: .....

3. قيمة العدد الحقيقي x حتى تكون النقط $A(x,3)$ ، $B(4,5)$ و $C(0,-1)$ في استقامية هي:

أ) $x=0$ ☐ ب) $x=\frac{-3}{2}$ ☐ ج) $x=\frac{8}{3}$ ☐

التعليل: .....

.....

4. المستقيمان (D_1) ، (D_2) معادلتيهما على الترتيب $y=\frac{2}{3}x-1$ و $y=\frac{2}{3}x+1$ هما مستقيمان :

أ) منطبقان ☐ ب) متوازيان تماما ☐ ج) غير متوازيان ☐

التعليل: .....

.....

5. جملة المعادلتين ذات المجهولين الحقيقيين x,y $(S):\begin{cases}2x-y=5\\x-2y=1\end{cases}$

أ) تقبل حل وحيد هو الثنائية $(3,1)$ ☐ ب) تقبل عدد غير منته من الحلول ☐ ج) ليس لها حل ☐

التعليل: .....

.....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل QCM :

1. النقطة M منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ معناه :

أ) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

التعليل: $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$ و $\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

2. شعاع توجيه المستقيم (D) ذو المعادلة $3x-5y=7$ هو:

أب) $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$

التعليل: **لأن معامل توجيه هذا المستقيم هو:** $\frac{3}{5}$

3. قيمة العدد الحقيقي x حتى تكون النقط $A(x,3)$ ، $B(4,5)$ و $C(0,-1)$ في استقامية هي:

ج) $x=\frac{8}{3}$

التعليل:: لاثبات أن النقط A,B,C في استقامية علينا اثبات أن النقطة A تنمي الى المستقيم (BC).

معادلة المستقيم (BC) تكتب: $(BC): y=\frac{3}{2}x-1$.

4. المستقيمان (D_1) ، (D_2) معادلتيهما على الترتيب $y=\frac{2}{3}x-1$ و $y=\frac{2}{3}x+1$ هما مستقيمان :

ب) متوازيان تماما

التعليل لأن معامل توجيههما متساوي

5. جملة المعادلتين ذات المجهولين الحقيقيين x,y $(S):\begin{cases}2x-y=5\\x-2y=1\end{cases}$

أ) تقبل حل وحيد هوالثنائية $(3,1)$

التعليل: **لأن** $2(-2)-1(-1)\neq 0$ **. و بالتالي الممستقيمان:** $\begin{cases}(\Delta): 2x-y=5\\(\Delta'): x-2y=1\end{cases}$ **يتقاطعان في نقطة وحيدة** $(3,1)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمارين محلولة

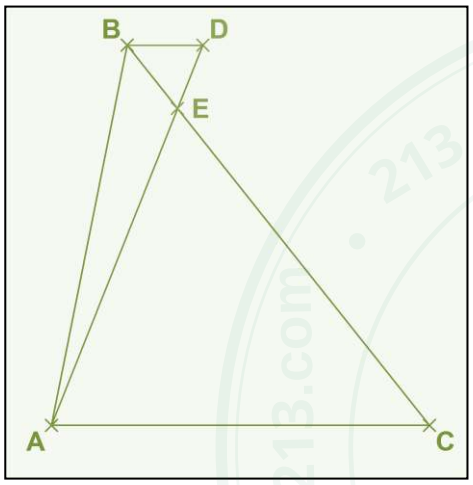
تمرين 1:

ليكن ABC مثلث من المستوي، لتكن النقطة D حيث $5\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$ و لتكن النقطة E حيث $6\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}$

أثبت أن النقط A ، E ، D على استقامة واحدة .

حل مقترح:

طريقة: لإثبات أن النقط A ، E ، D على استقامة واحدة نثبت أن $\overrightarrow{EA}=k\overrightarrow{DE}$ (k عدد حقيقي) .



بتطبيق علاقة شال $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CA}$.

نعلم أن $5\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$ ومنه $5\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{CA}$.ونعلم أن $6\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}$.

لدينا $\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{EC}=6\overrightarrow{BE}$ (الرسم المقابل) ومنه $\overrightarrow{EC}=5\overrightarrow{BE}$.

أي $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CA}$ ومنه $\overrightarrow{EA}=5\overrightarrow{BE}+5\overrightarrow{DB}$

ومنه $\overrightarrow{EA}=5\overrightarrow{DB}+5\overrightarrow{BE}$ $\overrightarrow{EA}=5\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BE}\right)$

أي $\overrightarrow{EA}=5\overrightarrow{DE}$

إذن النقط A ، E ، D في استقامية .

تمرين 2:

A ، B ، C ، D أربع نقط من المستوي.
بيّن أنّ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$
وكذلك $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

حل مقترح:

استعمال خواص مجموع شعاعين (علاقة شال)

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}$

بالجمع طرف إلى طرف نجد

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}$

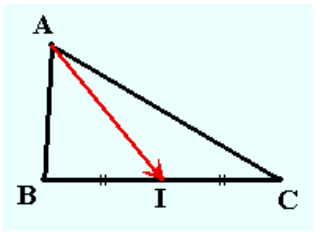
و بما أنّ $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CC}=\vec{0}$ فإنّ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

كذلك:

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ (لأنّ $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DD}=\vec{0}$)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



تمرين 3:

A ، B ، C ثلاث نقط ، I منتصف $[BC]$.

1) بيّن أنّه من أجل كلّ نقطة O فإنّ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

2) بيّن أنّ: $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

حل مقترح:

1) لدينا حسب علاقة شال $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ ومنه

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = (-\overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

2) لدينا حسب علاقة شال:

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$

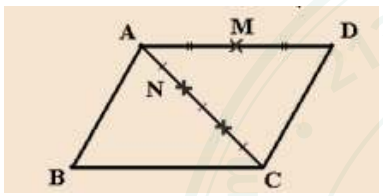
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI}$

وبالجمع طرف إلى طرف نجد:

$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI})$

وبما أنّ $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} = \vec{0}$ لأنّ I منتصف $[BC]$ فإنّ

$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$



تمرين 4:

$ABCD$ متوازي أضلاع ، و M منتصف $[AD]$ ، و N نقطة بحيث $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

بيّن أنّ النقط B ، N ، M في استقامية.

حل مقترح:

لدينا حسب علاقة شال:

$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ (لأنّ $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$)

$= \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$

$= \overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

ومنه $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ... (1)

وكذلك: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

ومنه $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ (لأنّ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$)

من (1) نجد $\frac{3}{2}\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

وبالتالي فان $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BN}$ والشعاعان $\overrightarrow{BM}$ ، $\overrightarrow{BN}$ مرتبطان خطيا.

ونستنتج أن النّقط B ، N ، M في استقامية.

تمرين 5:

$(O ; \vec{i}, \vec{j})$ معلم للمستوي ، $A(-2 ; 1)$ ، $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ ، $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\0\end{pmatrix}$.

أ) احسب إحداثيي النّقطة A' صورة النّقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$.

ب) احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{OM}$ حيث $\overrightarrow{OM} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل مقترح:

أ) نفرض $A'(x\,;y)$ ، فيكون $\overrightarrow{AA'}\begin{pmatrix}x-(-2)\\y-1\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AA'}\begin{pmatrix}x+2\\y-1\end{pmatrix}$

من $\overrightarrow{AA'}=\vec{u}$ نجد $\begin{cases}x+2=1\\y-1=3\end{cases}$ ومنه $x=-1$ و $y=4$

وبالتّالي $A'(-1\,;4)$

ب) لدينا: $u=\vec{i}+3\vec{j}$ و $v=-4\vec{i}$

ومنه $\overrightarrow{OM}=2\vec{u}-3\vec{v}$

$\overrightarrow{OM}=2(\vec{i}+3\vec{j})-3(-4\vec{i})=2\vec{i}+6\vec{j}+12\vec{i}$

ومنه $\overrightarrow{OM}=14\vec{i}+6\vec{j}$

وبالتّالي $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}14\\6\end{pmatrix}$

تمرين 6:

$(O\,;\vec{i},\vec{j})$ معلما للمستوي . A ، B نقطتان حيث $A(-3\,;1)$ ، $B(4\,;2)$

جد معادلة للمستقيم (AB) .

حل مقترح:

بما أنّ النّقطتين A ، B ليس لهما نفس الفاصلة فإنّ للمستقيم (AB) معادلة من الشّكل $y=ax+b$.

إحداثيا النّقطة A تحقّق المعادلة $y=ax+b$ ومنه $1=a(-3)+b$ ومنه $b=3a+1$

إحداثيا النّقطة B تحقّق المعادلة $y=ax+b$ ومنه $2=a(4)+b$ ومنه $b=-4a+2$

وبالتّالي: $3a+1=-4a+2$ ومنه $7a=1$ أي $a=\frac{1}{7}$

ومنه $b=3\times\frac{1}{7}+1=\frac{10}{7}$

والنتيجة: المعادلة التّي نبحث عنها هي: $y=\frac{1}{7}x+\frac{10}{7}$

- يمكن إيجاد معادلة للمستقيم (AB) باستعمال الارتباط الخطي للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ حيث النّقطة $M(x\,;y)$ تنتمي إلى (AB).
احسب مركبتي $\overrightarrow{AB}$ ومركبتي $\overrightarrow{AM}$ ، ثمّ طبّق شرط الارتباط الخطي للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$

تمرين 7:

$(O\,;\vec{i},\vec{j})$ معلما للمستوي . (D) مستقيم معادلته $y=-2x+3$ و A نقطة حيث $A(2\,;3)$.

جد معادلة للمستقيم (D') الذي يشمل النّقطة A ويوازي المستقيم (D)

حل مقترح:

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

بما أنّ المستقيمين (D) و (D') متوازيان فإنّ لهما نفس معامل التوجيه $a = -2$

للمستقيم (D') معادلة من الشّكل $y = -2x + b$

إحداثيا النّقطة A تحقّق المعادلة $y = -2x + b$ ومنه $3 = -2(2) + b$ ومنه $b = 7$

والنتيجة: معادلة (D') هي: $y = -2x + 7$

تمرين 8:

نعتبر جمل المعادلتين الآتية: عيّن عدد حلول كلّ جملة ، وجدْها.

$$(S_1)\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - 3y = -3 \end{cases} \qquad (S_2)\begin{cases} -x + 2y = 6 \\ 3x - 6y = 12 \end{cases} \qquad (S_3)\begin{cases} -x + 2y = 6 \\ 3x - 6y = -18 \end{cases}$$

حل مقترح:

1) بالنّسبة إلى الجملة (S_1)

نكتب المعادلة المختزلة لكل من (D) و (D'):

لدينا $2x + y = 8$ تكافئ $y = -2x + 8$

و $x - 3y = -3$ تكافئ $y = \frac{1}{3}x + 1$

بما أنّ $-2 \neq \frac{1}{3}$ فإنّ المستقيمين (D) و (D') متقاطعان ، ومنه الجملة (S_1) تقبل حلا وحيدا

إذا $(x ; y)$ حل للجملة (S_1) فإنّ $x = 3y - 3$ (من المعادلة (2))

وبالتّعويض في المعادلة (1) نجد $y + 2(3y - 3) = 8$ وهي تكافئ $y=2$.

وبالتّعويض في المعادلة (2) نجد $x = 3$.

وبما أنّ الجملة (S_1) تقبل حلا وحيدا فهو $(3 ; 2)$

2) بالنّسبة إلى الجملة (S_2)

نحسب المقدار $a b' - b a'$ فنجد $ab'-ba'=(-1)(-6)-2\times3=0$ وبالتّالي فالجملة إمّا لها لانهاية من الحلول وإمّا ليس لها حل.

الجملة (S_2) تكافئ $\begin{cases} -x + 2y = 6 \\ -x + 2y = -4 \end{cases}$ بقسمة طرفي المعادلة (2) على -3

لا توجد قيم لِـ $(x ; y)$ تجعل $x + 2y$ يساوي 6 و$4-$ في أن واحد

ومنه الجملة (S_2) لا حل لها.

3) بالنّسبة إلى الجملة (S_3)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

نحسب المقدار $a\,b' - b\,a'$ فنجد $ab'-ba'=(-1)(-6)-2\times 3=0$ وبالتّالي فالجملة إمّا لها لانهاية من الحلول وإمّا لا حل لها.

الجملة (S_2) تكافئ $\begin{cases} -x+2y=6 \\ -x+2y=6 \end{cases}$ بقسمة طرفي المعادلة (2) على 3−

كلّ نقطة من المستقيم (D) الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x+3$ إحداثياها تحقّق الجملة (S_3) .

نستنتج أنّ الجملة (S_3) لها لا نهاية من الحلول من الشّكل:

$(x,\frac{1}{2}x+3)$ و x عدد حقيقي.

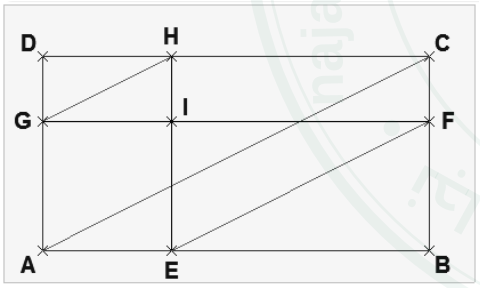
تمرين 9:

ليكن $ABCD$ مستطيلا من المستوي، α عدد حقيقي غير معدوم ويختلف عن 1 ، E النقطة حيث $\overrightarrow{AE}=\alpha\overrightarrow{AB}$.لتكن F النقطة حيث $\overrightarrow{BF}=(1-\alpha)\overrightarrow{BC}$.المستقيم الموازي للمستقيم (AD)و يشمل E يقطع المستقيم (CD)في H .المستقيم الموازي للمستقيم (AB)و يشمل F يقطع المستقيم (AD)في G .المستقيمان (EH)و (FG) يتقاطعان في النقطة I . أثبت أن المستقيمات (AC) ، (EF) و (GH) متوازية .

حل مقترح:

طريقة: لإثبات أن المستقيمات (AC)، (EF)و(GH)متوازية نثبت أن الأشعة $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{EF}$و $\overrightarrow{GH}$مرتبطة خطيا مثنى مثنى .

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{EB}$ (محصلة شعاعين)



$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{EF}=(1-\alpha)\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}-\alpha\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{EF}=(1-\alpha)\overrightarrow{BC}+(1-\alpha)\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{EF}=(1-\alpha)\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}\right)$ و منه $\overrightarrow{EF}=(1-\alpha)\overrightarrow{AC}$

إذن (AC)و (EF) متوازيين . $\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{GI}$ (محصلة شعاعين) ومنه $\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AE}$

$\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{BC}-(1-\alpha)\overrightarrow{BC}+\alpha\overrightarrow{AB}$ ومنه $\overrightarrow{GH}=\alpha\overrightarrow{BC}+\alpha\overrightarrow{AB}$ أي $\overrightarrow{GH}=\alpha\overrightarrow{AC}$

ومنه (EF) و (GH) متوازيين . و بالتالي المستقيمات (AC) ، (EF) و (GH) متوازية .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمارين مقترحة

1:

C, B, A ثلاثة نقط ليست في استقامة واحدة. نضع $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ أنشئ النقط المعرفة بالعلاقة الشعاعية التالية:

$\overrightarrow{AE} = \vec{u} + \vec{v}$

$\overrightarrow{AF} = \vec{u} - \vec{v}$

$\overrightarrow{AH} = -\vec{u} + \vec{v}$

$\overrightarrow{AG} = -\vec{u} - \vec{v}$

2:

1.برهن أنه من أجل من النقط B, A, O لدينا: $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

2. C, B, A ثلاثة نقط . I منتصف $[BC]$.

برهن أن: $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

3 :

$ABCD$ معين. لتكن النقط N, M, O, P منتصفات الأضلاع:

$[AB], [BC], [CD], [DA]$ على الترتيب.

-أثبت أن: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

4 :

ليكن ABC مثلث .

أ-أنشئ النقطة Mالمعرفة بالعلاقة : $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

ب-برهن أن $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$

ج-لتكن N نقطة من المستوي حيث $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

د-برهن أن $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$ ثم أنشئ النقطة N

هـ-اثبت أن النقط $A;M;N$ في استقامية .

5 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط $A(-5,\frac{1}{2}),B(\alpha,\frac{3}{2}),C(3,2)$ حيث α عدد حقيقي

1.عين قيمة α حتى تكون النقطة B منتصف $[AC]$.

2.عين α حتى يكون الشعاع $\overrightarrow{AB}$ موازيا للشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$.

3.عين احداثيتي النقطة D بحيث: $2\overrightarrow{DA}+3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$.

6 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر النقط $A(2,-3),B(-1,\frac{3}{2}),C(m,2)$

1- أكتب معادلة المستقيم (AC) .

2- عين قيم m بحيث : $B\in(AC)$.

3- عين قيم m بحيث يكون (AC) مستقيم موازي لحامل محور التراتيب.

4- عين قيم m بحيث يكون معامل توجيه المستقيم (AC) يساوي 1.

5- عين معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل I منتصف $[AB]$ و يوازي الشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$.

7 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر النقط A و B و C حيث :

$\overrightarrow{AB}=-4\vec{i}-2\vec{j}$ ، $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$.

1- بين أن $B(-2,-1)$ و $C(-2,5)$.

2- برهن أن النقط O,A,B على استقامية .

3- عين احداثي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع ثم عين احداثي مركزه I

4- ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطتين A و C

أ- عين معامل توجيه المستقيم (Δ) ثم أكتب معادلته.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

ب- عين احداثي M نقطة تقاطع (Δ) مع حامل محور الفواصل.

8:

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر النقط $\overrightarrow{OA}=-\vec{i}-\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=2\vec{i}+6\vec{j}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}$.

1)- عين احداثيا النقطتين B و C ثم علم النقط في المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

2)- أ- أحسب الأطوال AB، AC ، BC.

ب- استنتج نوع المثلث ABC.

3)- أحسب احداثيا النقطة N منتصف [BC].

4)- عين النقطة M المعرفة بالشكل : $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{OC}$

9:

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1)- تحقق أن (S) تقبل حلا وحيدا في مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

2)- حل في مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ جملة المعادلتين التالية : $(S)\begin{cases}x-y=-3\\-3x+y=1\end{cases}$

3)- أكتب معادلة المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) حيث:

*المستقيم (Δ_1) يشمل النقطتين $A(-2,1), B(2,5)$

*المستقيم (Δ_2) يشمل النقطة $C(-\frac{1}{3};0)$ و يوازي الشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

4)- أرسم بعناية المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) في المعلم مع تعيين نقطة التقاطع .

10:

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقط $C(3,2)$ ، $B(\alpha,-1)$ ، $A(2,3)$ حيث α عدد حقيقي .

1-عين α حتى تكون النقط O,A,B في استقامية.

2- نعتبر الآن أن $\alpha=2$:

- عين احداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

3- نعتبر النقطة $E(\frac{5}{2},\frac{5}{2})$ من هذا المستوي .

- بين أن النقطة E مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

4- أ- أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و يوازي المستقيم (BC).

ب-عين احداثي M نقطة تقاطع (Δ) مع حامل محور الفواصل.

ج- ليكن (Δ') مستقيم معادلته : $y=x+1$ ، أوجد نقطة تقاطع (Δ) و (Δ').

11:

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

نعتبر مجموعة النقط (D_m) المعرفة بالمعادلة: $m(m+2)x+(m^2-4)y-m+10=0$

حيث m عدد حقيقي.

1.أوجد E مجموعة قيم m التي من أجلها تكون المجموعة (D_m) مستقيما.

2.أكتب معادلة المستقيم (D_m) الذي يوازي $(\Delta): y=x$.

3.عين المستقيمات (D_m) التي تقطع المحور $(x'x)$ في النقطة ذات الفاصلة 3

12:

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

نعتبر النقط التالية : $A(2;1), B(3;-1), C(1;-4)$.

1.أ-عين احداثيا الشعاعين $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

ب-هل النقط A, B, C في استقامية ؟.

2.عين احداثيا منتصف $[AC]$.

3.أ-عين معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل C و $\overrightarrow{AB}$ شعاع توجيهه.

ب-هل النقطة $D(0;1)$ تنتمي الى المستقيم (Δ) ؟.

4.عين معادلة المستقيم (Δ_1) الذي يشمل A و يوازي محور التراتيب.

5. عين معادلة المستقيم (Δ_2) الذي يشمل A و يوازي محور الفواصل.

6.عين معامل توجيه المستقيم الذي معادلته: $5x-3y-2=0$.

7.نعتبر النقطة $E(2x;x)$ حيث x عدد حقيقي.عين قيمة التي من أجلها:

أ-تكون النقط E,B,A على استقامة واحدة.

ب-يكون المثلث EBA متساوي الساقين $[EA]$ و $[EB]$.

8.عين احداثيتي النقطة M بحيث: $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MB}$

9. عين احداثيتي النقطة F بحيث يكون الرباعي $ABCF$ متوازي أضلاع.

10.هل المثلث ABC قائم؟علل.

13::

1.حل جملة المعادلتين (S) حيث: $(S)\begin{cases}2x-y=-1\\3x+y=21\end{cases}$

2.استنتج حلول الجملة (S') حيث: $(S')\begin{cases}2z^2-t^2=-1\\3z^2+t^2=21\end{cases}$ (ارشاد يمكن وضع: $z^2=x$ و $t^2=y$).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

محور

الدوال المرجعية

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ملخص الدرس

1. الدالة التآلفية:

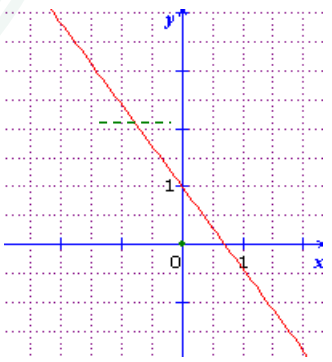
تعريف

نسمّي **دالة تآلفية** كلّ دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x)=ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان مفروضان.

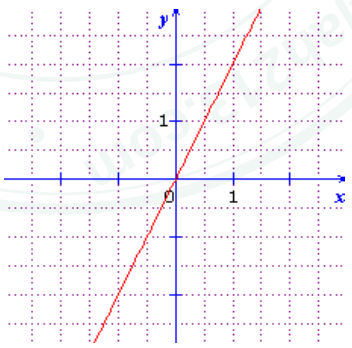
أمثلة:

- الدالة $f: x \mapsto 2x-3$ هي دالة تآلفية حيث $a=2$ هو المعامل الذي يُضرب فيه x و $b=-3$ هو صورة 0 بالدالة f، بمعنى $f(0)=-3$.
- في حالة $b=0$، الدالة $x \mapsto ax$ هي دالة **خطية** ذات معامل التناسبية a.
  $g: x \mapsto \frac{1}{2}x$ دالة خطية حيث $a=\frac{1}{2}$.
- في حالة $a=0$، $x \mapsto b$ هي دالة ثابتة.

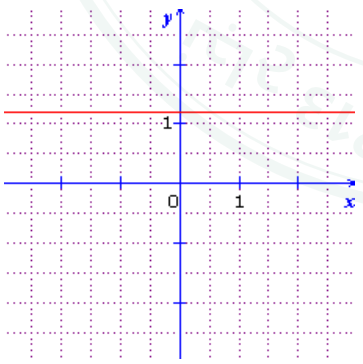
1. الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل:
$f(x)=-\sqrt{2}x+1$
تمثل بالمستقيم $(\mathcal{D})$ الذي معادلته
$y=-\sqrt{2}x+1$.
$(\mathcal{D})$ يمر من النقطة $B(0\,;1)$ ومعامل توجيهه
$a=-\sqrt{2}$



2. في حالة دالة خطية $x \mapsto ax$، المستقيم $(\mathcal{D})$ الذي معادلته يمرّ من مبدأ المعلم.



3. في حالة دالة ثابتة $x \mapsto b$ المستقيم $(\mathcal{D})$ الذي معادلته $y=b$ يوازي محور الفواصل.



اتجاه تغيّر دالة تآلفية

مبرهنة

f دالة تآلفية معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x)=ax+b$.

- إذا كان $a<0$، فإنّ f متناقصة تماما.
- إذا كان $a>0$ فإنّ f متزايدة تماما.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2. الدّالة "مربّع":

تعريف

الدّالة "مربّع" هي الدّالة الّتي ترفق بكل عدد حقيقي X مربّعه X^2 .

إذا رمزنا إلى الدّالة مربع بالرّمز f ، نكتب $f(x)=x^2$ أو $x \xrightarrow{f} x^2$.

مثال:

3 و -3 لهما نفس الصّورة بالدّالة مربع: $9 = (-3)^2 = 3^2$

اتجاه التغيّر

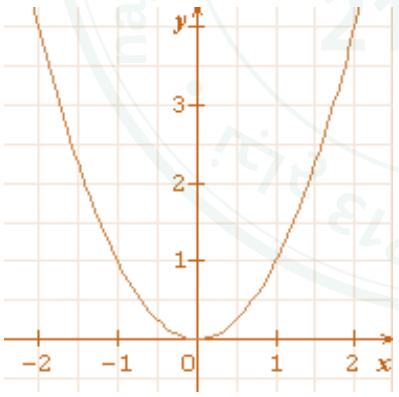
مبرهنة 1

الدّالة مربع متزايدة تماما على $[0,+\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $]-\infty,0]$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

التمثيل البياني

عندما نمثّل في معلم $(O\ ;I\ ,J)$ النّقط ذات الإحداثيات $(x\ ;x^2)$ نحصل على المنحنى الممثل للدّالة "مربّع".



(C) هو منحنى الدّالة مربّع

معادلة (C) هي : $y = x^2$

يسمّى (C) قطعا مكافئا ذروته

خاصية:

من أجل كلّ عدد حقيقي X، لدينا $(-X)$ عدد حقيقي و $(-x)^2 = x^2$ أي $f(-x)=f(x)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

نستنتج أنّ الدّالة مربّع زوجية.

ملاحظة

في معلم متعامد يكون بيان الدّالة مربّع متناظرا بالنّسبة إلى محور التّراتيب.

3. الدّالة "مقلوب" :

تعريف

$\frac{1}{x}$. غير معدوم مقلوبه x، والتّي ترفق بكلّ عدد حقيقي $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$ على المجموعة الدّالة "مقلوب" هي الدّالة المعرفة

مثال: $f(2)=\frac{1}{2}$ و $f\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{5}{2}$.

- **اتجاه التغيّر**

الدّالة "مقلوب" متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]0,+\infty[$ و $]-\infty,0[$

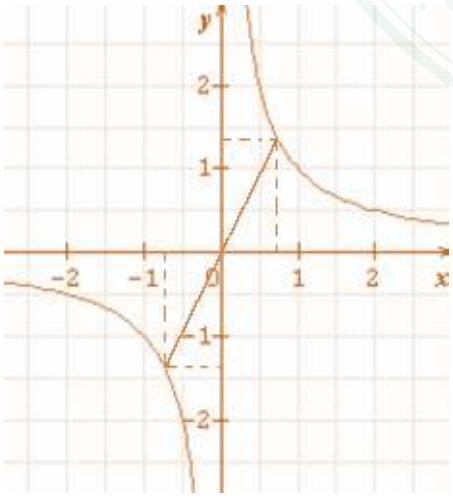
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{1}{x}$	0	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	0

الخط المضاعف في الجدول يعني أنّ الدّالة "مقلوب" غير معرّفة عند 0

تذكير : إذا كان $0<x_1<x_2$ **فإن** $0<\frac{1}{x_2}<\frac{1}{x_1}$

وإذا كان $x_1<x_2<0$ **فإن** $\frac{1}{x_2}<\frac{1}{x_1}$ **(حسب قواعد ترتيب الأعداد)**

- **التمثيل البياني**



بما أنّ 0 ليس له صورة بالدّالة مقلوب ، فإنّ منحنيها لا يقطع محور التّراتيب .

يسمّى المنحنى الممثل للدّالة "مقلوب" قطعا زائدا.

خاصية: من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم،لدينا $(-x)$ عدد حقيقي غير معدوم

و $\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}$ أي $f(-x)=-f(x)$.

نستنتج أنّ الدّالة مقلوب فردية.

ملاحظة في كلّ معلم يكون منحنى الدّالة مقلوب متناظرا بالنّسبة إلى مبدأ هذا المعلم.

4. الدّالة "الجذر التربيعي" :

تعريف

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

$\sqrt{x}$. جذره التربيعي x والتّي ترفق بكلّ عدد حقيقي $[0,+\infty[$ على المجال الدّالة "الجذر التّربيعي" هي الدّالة المعرفة

إذا رمزنا إلى الّدالة "الجذر التّربيعي" بالرّمز f ، نكتب $f(x)=\sqrt{x}$ أو $x \xrightarrow{f} \sqrt{x}$.

مثال: $f(0,49)=\sqrt{0,49}=0,7$ و $f\left(\frac{7}{9}\right)=\sqrt{\frac{7}{9}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$

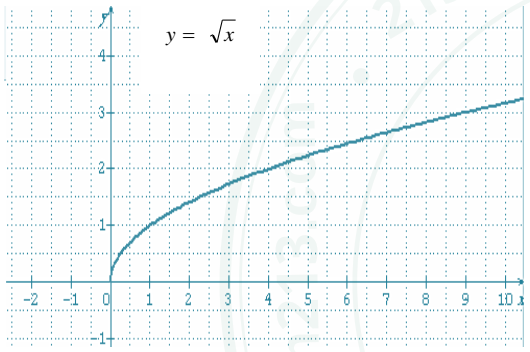
- **اتجاه التغيّر**

الدّالة "الجذر التّربيعي" متزايدة على المجال $[0,+\infty[$.

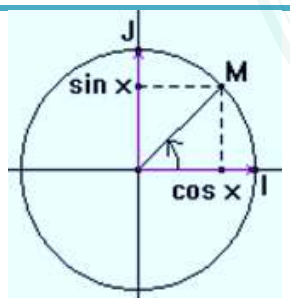
x	0	$+\infty$
$\sqrt{x}$	0	$+\infty$

- **التمثيل البياني**

بما أنّ الّدالة "الجذر التّربيعي" معرّفة فقط على المجال $[0;+\infty[$ فإنّ منحنيها يقع في الربع الأول من المعلم كما هو موضّح في الشّكل المقابل



5. الدّالة "جيب" ، الدّالة "جيب التّمام"



تعريف

x عدد حقيقي. M النقطة المرفقة بالعدد x من الدائرة المثلثية .

في المعلم $(O\,;I\,,J)$:

- نسمّي جيب تمام العدد الحقيقي x ، فاصلة النقطة M ونرمز إليه بالرّمز $\cos x$. الدالة cos هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\cos x$.
- نسمّي جيب العدد الحقيقي x ، ترتيب النقطة M ونرمز إليه بالرّمز $\sin x$. الدالة sin هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\sin x$.

أمثلة

صورة العدد $\frac{\pi}{2}$ هي النقطة $J(0,1)$ إذن $\cos\frac{\pi}{2}=0$ و $\sin\frac{\pi}{2}=1$.

للعددين $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ نفس الصورة $J'(0,-1)$ إذن $\cos\frac{3\pi}{2}=\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right)=0$ و $\sin\frac{3\pi}{2}=\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right)=-1$

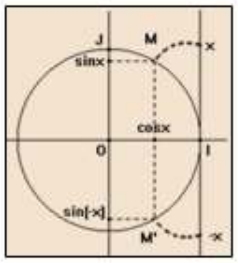
صورة العدد π هي النقطة $I'(-1,0)$ إذن $\cos\pi=-1$ و $\sin\pi=0$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ميرهنة:

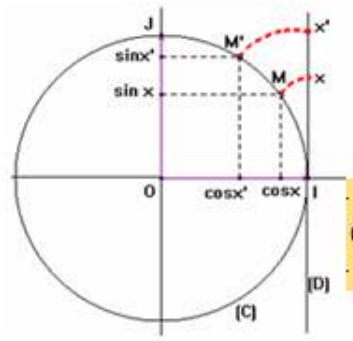


من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ و $-1 \le \sin x \le 1$ و $-1 \le \cos x \le 1$
- $\cos(-x) = \cos x$ و $\sin(-x) = -\sin x$

أي أنّ الدّالة جيب تمام زوجية و الدالة جيب فردية.

اتجاه تغيّر الدّالتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

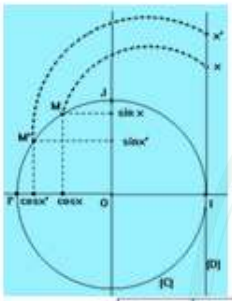


خاصية 1

- الدالة $\cos x$ متناقصة تماما على المجال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ • الدالة $\sin x$ متزايدة تماما على المجال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

خاصية2

- الدالة cos متناقصة تمام على المجال $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ • الدالة sin متناقصة تماماعلى المجال $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.



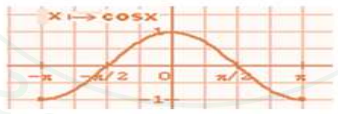
- **جدول تغيّرات الدّالتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال $[0\ ;\ \pi]$**

نستنتج من الخاص1 و من الخاصة2 :

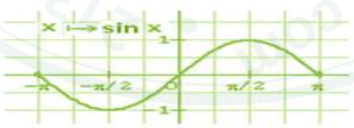
x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
sin	0	↗	1	↘	0

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
cos	1	↘	0	↘	-1

التمثيل البياني



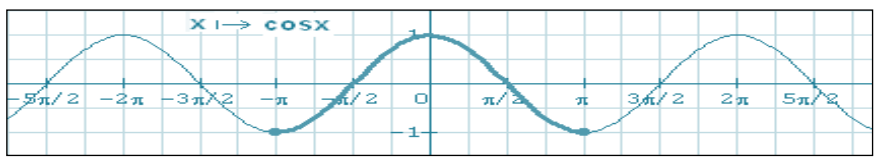
- ننشئ التمثيل البياني للدالة cos على المجال $[0, \pi]$ انطلاقا من جدول تغيراتها.
نتمم هذا الرسم على $[-\pi, 0]$ بالتناظر بالنسبة للمبدأ لأن الدالة cos زوجية .



- ننشئ التمثيل البياني للدالة sin على المجال $[0, \pi]$ انطلاقا من جدول تغيراتها.
نتمم هذا الرسم على $[-\pi, 0]$ بالتناظر بالنسبة للمبدأ لأن الدالة sin فردية .

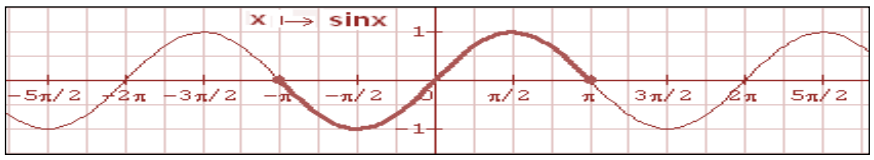
ملاحظة:

بيان الدالة "جيب تمام" و بيان الدالة "جيب" على $\mathbb{R}$ مما



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

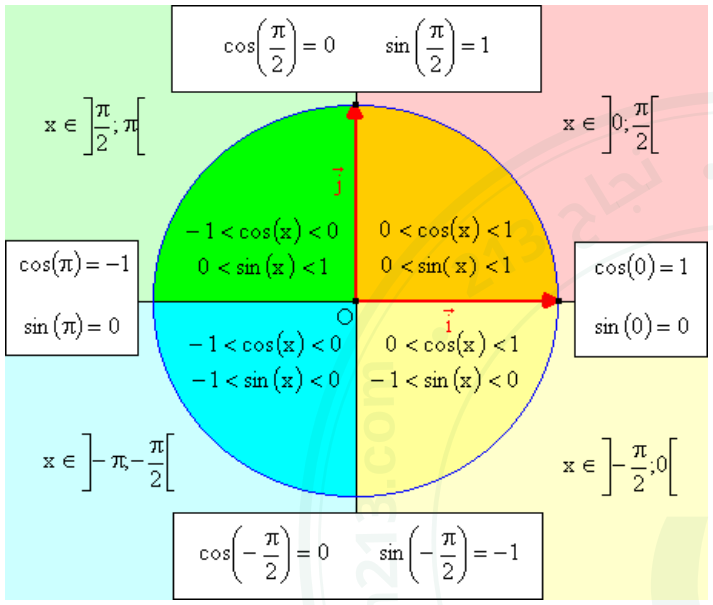
najah213.com

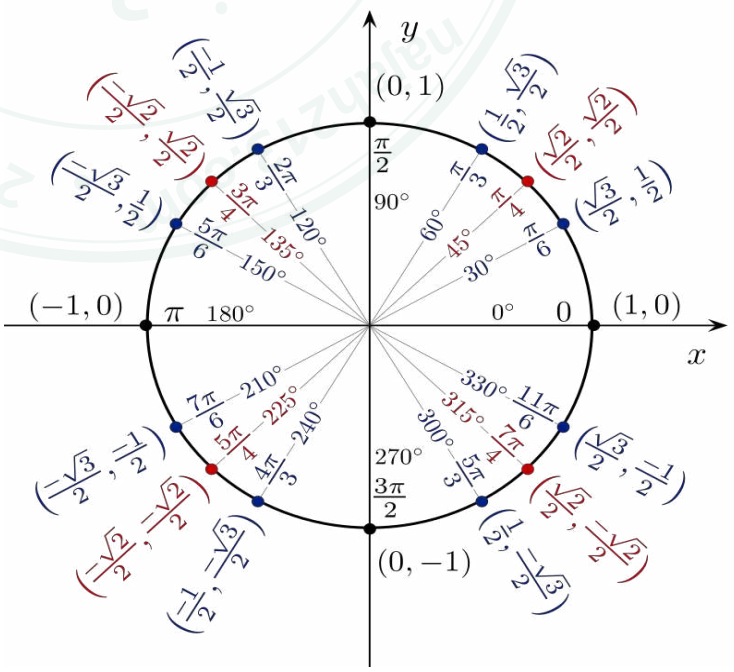


لاحظ انه يمكن استنتاج أي جزء من بيان الدالة "جيب تمام" (أو الدالة "جيب") من الجزء الملون بالأحمر وذلك بانجاز " دوريا" مثيلات له لأن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $\cos(x+2\pi)=\cos x$ و($\sin(x+2\pi)=\sin x$) نقول إنّ الدالة "جيب تمام" (الدالة "جيب" أيضا) دورية ودورها 2π.

جدول جيب وجيب تمام القيم الشهيرة:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0





فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

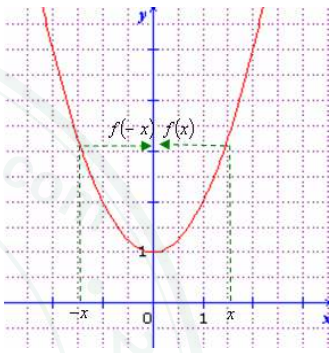
معارف سابقة

شفعية دالة

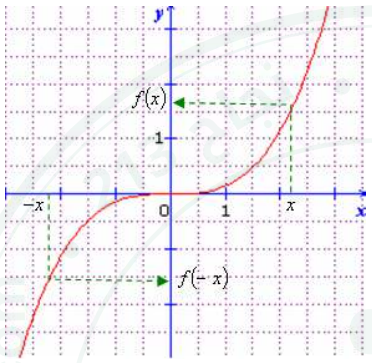
تعريف

D جزء من $\mathbb{R}$، f دالة معرّفة على D.

- نقول إنّ f دالة **زوجية** إذا كان D متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان لكلّ x من D، $f(-x)=f(x)$
- نقول إنّ f دالة **فردية** إذا كان D متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان لكلّ x من D، $f(-x)=-f(x)$.



بيان الدالة الزوجية في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد يكون متناظرا بالنسبة إلى محور التراتيب.



بيان الدالة فردية في المستوي المنسوب إلى معلم يكون متناظرا بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

أمثلة:

1. الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $f(x)=2x^2+1$ دالة زوجية، لأنّ :

   مجموعة تعريفها $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة إلى 0 (بمعنى، لكلّ x من R، $-x\in R$)

   ولكلّ x من $\mathbb{R}$، $f(-x)=2(-x)^2+1=2x^2+1=f(x)$.

2. الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة $g(x)=-\frac{2}{x}$ فردية، لأنّ:

   مجموعة تعريفها $\mathbb{R}^*$ متناظرة بالنسبة إلى 0

   ولكلّ x من $\mathbb{R}^*$، $g(-x)=-\frac{2}{(-x)}=-\left(-\frac{2}{x}\right)=-g(x)$.

3. الدالة h المعرفة على $[0\,;+\infty[$ بالعبارة $f(x)=2x^2+1$ ليست زوجية ولا فردية، لأنّ المجال $[0\,;+\infty[$ غير متناظر بالنسبة إلى 0.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

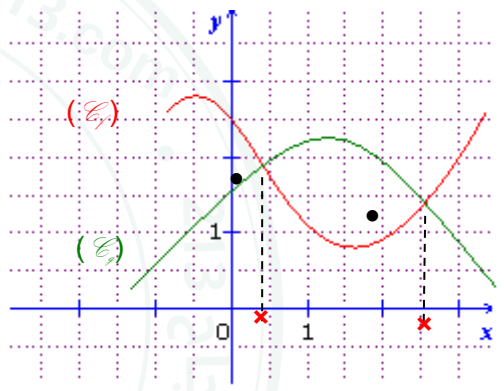
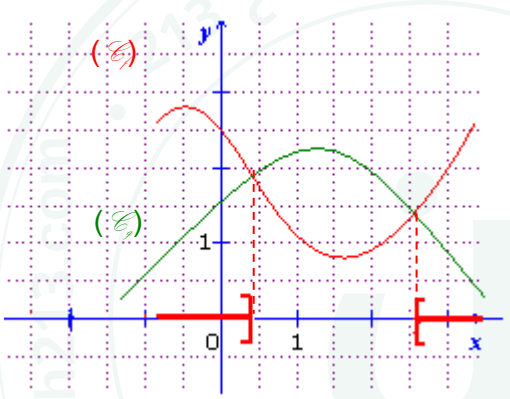
4. الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $u(x)=x+3$ ليست زوجية ولا فردية، لأنّه بالرغم من أنّ مجموعة تعريفها $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة إلى 0، لكن $u(-x)=-x+3$ لا يساوي $u(x)$ ولا يساوي $-u(x)$.

ملاحظة

للبرهان على أنّ f ليست دالة زوجية (أو دالة فردية)، يكفي إيجاد عنصر a من مجموعة تعريفها حيث $f(-a)\neq f(a)$ (أو $f(-a)\neq -f(a)$). ويعتبر التمثيل البياني للدّالة وسيلة للتحقّق من شفعية الدالة.

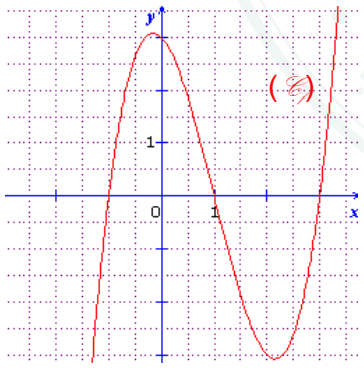
حلّ معادلات ومتراجحات بيانيا

f و g دالتان معرفتان على مجموعة D، $(\mathscr{C}_f)$ و $(\mathscr{C}_g)$ منحنياهما في معلم للمستوي.

• حلّ المعادلة $f(x)=g(x)$ بيانيا يعني: تعيين فواصل النقط المشتركة للمنحنيين (C_f) و (C_g).	• حلّ المتراجحة $f(x)>g(x)$ بيانيا يعني: تعيين فواصل نقط المنحني (C_f) الواقعة فوق المنحني (C_g).
	

أمثلة

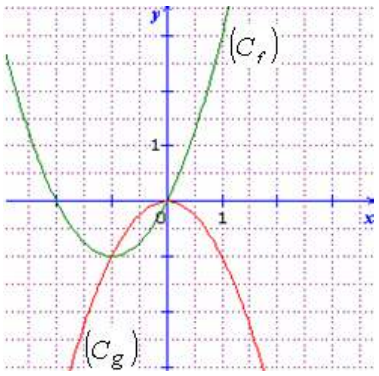
1. نعرّف الدالة f بالمنحني $(\mathscr{C}_f)$ المقابل.
حلّ المعادلة $f(x)=0$ بيانيا يؤول إلى تعيين فواصل نقط تقاطع المنحني $\mathscr{C}_f$ مع محور الفواصل.
المنحني $(\mathscr{C}_f)$ يقطع ثلاث مرات محور الفواصل.



حلول المعادلة $f(x)=0$ هي فواصل هذه النقط:

$$S=\{-1\,;1\,;3\}$$

2. f ، g دالتان معرفتان بالمنحنيين $(\mathscr{C}_f)$ و $(\mathscr{C}_g)$ (الشكل المقابل).
حلّ المتراجحة $f(x)\geq g(x)$ بيانيا يؤول إلى تعيين فواصل نقط المنحني $(\mathscr{C}_f)$ الواقعة فوق المنحني $(\mathscr{C}_g)$ وفواصل النقط المشتركة.



$$S=]-\infty;-1]\cup[0;+\infty[$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

إشارة جداء أو حاصل قسمة

خاصية

جداء و حاصل قسمة عددين غير معدومين ومن نفس الإشارة هو عدد موجب تمام.

جداء و حاصل قسمة عددين غير معدومين ومن إشارتين متعاكستين هو عدد سالب تمام.

مثال

لندرس إشارة $f(x)=(2x+3)(1-x)$ **على** $\mathbb{R}$ **.**

إنّ $2x+3$ **هي عبارة دالة تآلفية، تمثيلها البياني مستقيم معادلته** $y=2x+3$ **ومعامل التوجيه له** 2 **موجب تماما. ولدينا كذلك** $2x+3=0$ **يكافئ** $x=-\frac{3}{2}$ **.**

كما أنّ $1-x$ **هي عبارة دالة تآلفية، تمثيلها البياني مستقيم معادلته** $y=-x+1$ **ومعامل التوجيه له** -1 **سالب تماما. ولدينا كذلك** $1-x=0$ **يكافئ** $x=1$ **. منه:**

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		1		$+\infty$
إشارة $2x+3$		-	0	+		+	
إشارة $1-x$		+		+	0	-	
إشارة $(2x+3)(1-x)$		-	0	+	0	-	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

Vrai ou faux

1. **إذا كان** $x>2$ **فإن** $x^2>4$.
2. **إذا كان** $x^2>4$ **فإن** $x>2$.
3. **إذا كان** $x\le -2$ **فإن** $x^2\le 4$.
4. **إذا كان** $x\in[-7;-5]$ **فإن** $x^2\ge 9$.
5. **إذا كان** $x^2\le 9$ **فإن** $-3\le x\le 3$.
6. **إذا كان** $-5\le x\le -3$ **فإن** $9\le x\le 25$.
7. **إذا كان** $4\le x^2\le 36$ **فإن** $2\le x\le 6$.
8. **إذا كان** $x\in[-2,3]$ **فإن** $x^2\in[4,9]$
9. **مربع كل عدد حقيقي** x **يكون أكبر من** x.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

الحل:

1. صحيح

2. خاطئ: لأن اذا أخذنا $x=-3$ فان : $x^2=9>4$.

3. صحيح

4. صحيح

5. صحيح

6. صحيح لأن الدلة مربع متناقصة على $\mathbb{R}-$.

7. خاطئ:

8. صحيح

9. خاطئ: لأن اذا كان $0<x<1$ الخاصية غير محققة مثال مضاد:

$$a=0.5$$
$$a^2=0.25$$

najah213.com · نجاح 213

تمارين محلولة

تمرين 1:

ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f:x\mapsto(x+2)^2+3$ **ثم مثّلها بيانيا.**

الحل:

- لاحظ أنّ القيمة -2 التي تعدم المقدار $x+2$ هي القيمة التي تقسم $\mathbb{R}$ إلى المجالين المعتمدين في هذه الدراسة.
- لاحظ أيضا أنّ إضافة العدد 3 لا يغيّر من اتجاه المتباينات المستعملة.

دراسة اتجاه تغيّر f

- **الدالة التآلفية** $x\mapsto x+2$ **متزايدة و سالبة في المجال** $]-\infty,-2]$ **و متناقصة و موجبة في المجال** $[-2,+\infty[$ **.**
- **دراسة اتجاه تغيّر الدالة** f **في الجال** $]-\infty,-2]$ **:**

x_1 **و** x_2 **عددان حقيقيان حيث** $x_1\prec x_2\prec -2$ **...(أ) .**

نضيف 2 لأطراف (أ) و نجد $x_1+2\prec x_2+2\prec 0$

إذن $(x_1+2)^2\succ(x_2+2)^2$ **...(ا) لأن الدّالة مربع متناقصة على** $]-\infty,0]$ **و** $]-\infty,0]\subset]-\infty,-2]$ **.**

نضيف 3 لطرفي (ا) و نجد $(x_1+2)^2+3\succ(x_2+2)^2+3$ **أي**

$f(x_1)\succ f(x_2)$ **.**

الخلاصة : إذا كان $x_1\prec x_2$ **فإن** $f(x_1)\succ f(x_2)$ **أي** f **متناقصة على** $]-\infty,-2]$ **.**

- **دراسة اتجاه تغيّر الدالة** f **في الجال** $[-2,+\infty[$ **:**

x_1 **و** x_2 **عددان حقيقيان حيث** $-2\prec x_1\prec x_2$ **...(ب) .**

نضيف 2 لأطراف (ب) و نجد $0\prec x_1+2\prec x_2+2$

إذن $(x_1+2)^2\prec(x_2+2)^2$ **...(ب ب) لأن الدّالة مربع متزايدة على** $[0,+\infty[$ **و** $[0,+\infty[\subset[-2,+\infty[$ **.**

نضيف 3 لطرفي (ب ب) و نجد $(x_1+2)^2+3\prec(x_2+2)^2+3$ **أي**

$f(x_1)\prec f(x_2)$ **.**

الخلاصة: إذا كان $x_1\prec x_2$ **فإن** $f(x_1)\prec f(x_2)$ **أي** f **متزايدة على** $[-2,+\infty[$ **.**

نستنتج جدول تغيرات الدالة f **على** $\mathbb{R}$ **:**

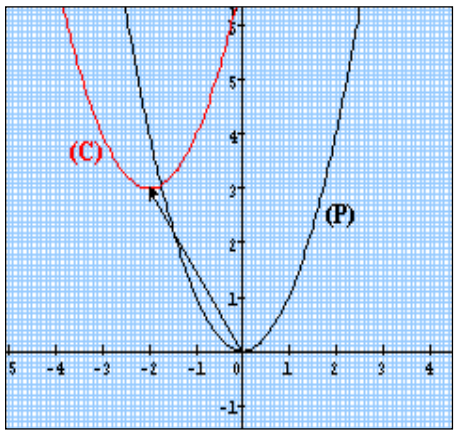
x	$-\infty$	-2	$+\infty$
f	↘	3	↗

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

2) تمثيل f بيانيا

نسمي $(\square)$ التمثيل البياني للدالة f و$(\square)$ التمثيل البياني للدالة $g: x \to x^2$. النقطة $M(x,y)$ تنتمي إلى $(\square)$ إذا و فقط إذا كان $y = (x+2)^2 + 3$ أي $y-3 = (x+2)^2$. النقطة $N(x+2, y-3)$ تنتمي إلى القطع المكافئ $(\square)$ إذن نمر من



(P) إلى (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

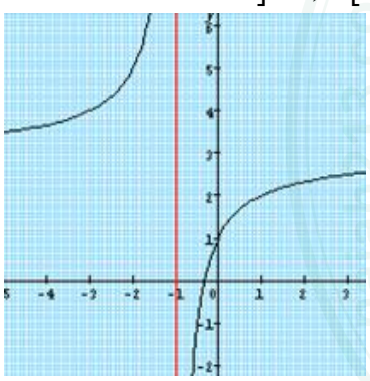
يمكن دراسة اتجاه تغيّر الدوال من الشكل $x \to m(x+a)^2 + b$ بنفس الكيفية.

تمرين 2:

ادرس تغيرات الدالة $f: x \mapsto 3 - \frac{2}{x+1}$.

الحل:

1) الدالة f تكون معرفة من أجل $x \neq -1$ إذن مجموعة تعريفها هي $\mathbb{R}$ ماعدا -1 أي $]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$.



2) تخمين تغيرات الدالة f : يظهر ان f متزايدة على $]-\infty,-1[$ و متزايدة على $]-1,+\infty[$.

3) لنبرهن المخمّنة في المجال $]-\infty,-1[$:

x_1 و x_2 عددان حقيقيان ينتميان إلى $]-\infty,-1[$ أي $x_1 \prec x_2 \prec -1$ ... (i)

- **نضيف 1 لطرفي (i) و نجد** $x_1 + 1 \prec x_2 + 1 \prec 0$.

4) العددان x_1+1 و x_2+1 سالبان تماما إذن $\frac{1}{x_1+1} \succ \frac{1}{x_2+1}$ ... (ii) لأن الدّالة مقلوب متناقصة على $]-\infty,0[$.

- **نضرب طرفي (ii) في -2 و نجد** $\frac{-2}{x_1+1} \prec \frac{-2}{x_2+1}$ ... **(iii)** .
- **نضيف 3 لطرفي (iii) ونجد** $3 - \frac{2}{x_1+1} \prec 3 - \frac{2}{x_2+1}$ **أي** $f(x_1) \prec f(x_2)$
- **الخلاصة:**
- **إذا كان** $x_1 \prec x_2$ **فإن** $f(x_1) \prec f(x_2)$ **إذن** f **متزايدة على** $]-\infty,-1[$

5) لنبرهن المخمنة في المجال $]-1,+\infty[$:

بإتباع نفس الخطوات نجد ان من أجل كل x_1 و x_2 حيث $-1 \prec x_1 \prec x_2$ لدينا $f(x_1) \prec f(x_2)$ أي f متزايدة على $]-1,+\infty[$.

najah213.com · نجاح 213

تمرين 3:

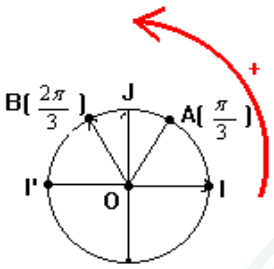
1.) ضع على الدائرة المثلثية النقط A و B و C التي صورها $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{2\pi}{3}$ و $-\frac{\pi}{3}$ على الترتيب.

2) جد عددا يختلف عن $\frac{\pi}{3}$ و صورته A .

3.) ضع على الدائرة المثلثية النقطة E التي صورتها $\frac{197\pi}{4}$ ثم النقطة F التي صورتها $-\frac{35\pi}{4}$.

الحل:

نتصورأنّ نقطة M تتحرك على الدائرة المثلثية منطلقة من النقطة $I(1,0)$.



النقط A و B و C هي وضعيات مختلفة للنقطة M .

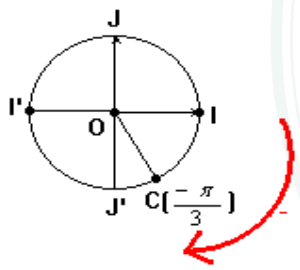
آ) $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{2\pi}{3}$ عددان موجبان إذن M تتحرك في الاتجاه المباشر.

لتحديد الوضعية A :

ننشئ المثلث المتقايس الأضلاع IOA بالمدور.

لتحديد الوضعية B : ننقل القوس IA مرتين.

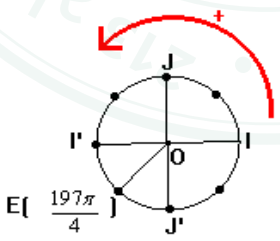
$-\frac{\pi}{3}$ عدد سالب إذن M تتحرك في الاتجاه غير المباشرلتحديد الوضعية C : ننشئ المثلث المتقايس الأضلاع IOC بالمدور.



ب)لإيجاد عدد أخر يكون صورة للنقطة A نضيف 2π للعدد $\frac{\pi}{3}$.

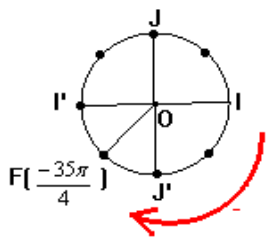
A هي صورة $\frac{\pi}{3}$ و كذلك صورة $\frac{\pi}{3}+2\pi$ أي $\frac{7\pi}{3}$.

جـ) • $\frac{197\pi}{4}$ عدد موجب إذن M تتحرك في الاتجاه المباشر و تقطع قوسا IE طوله $\frac{197\pi}{4}rad$ بعد عدة دورات.



نقسم **197**على **4** و نجد $197=49\times4+1$ و منه $\frac{197\pi}{4}=49\pi+\frac{\pi}{4}$. العدد 49π يعبرعن " **24**دورة و نصف دورة ".

بعد **24** دورة ونصف دورة ، M تنطبق على I' و يبقى لها قطع القوس $I'E$ الذي طوله $\frac{\pi}{4}$ (E هي منتصف القوس $I'J'$).



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

• $\frac{-35\pi}{4}$ عدد سالب إذن M تتحرك في الاتجاه
غير المباشر و تقطع قوسا طوله $\frac{35\pi}{4}$.

$\frac{35\pi}{4} = 8\pi + \frac{3\pi}{4}$ و بالتالي M تنطلق من I و تقطع 4 دورات و قوس طوله $\frac{3\pi}{4}$ ، منه F تنطبق على E .

تمرين 4:

I) f الدالة المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x}$.
(C_f) تمثيلهما البياني في مستو المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكل جدول تغيّراتها.
2) أنشئ المنحنى (C_f) .

II) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ : $g(x)=\sqrt{-x}$.
(C_g) تمثيلهما البياني في المستو المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكل جدول تغيّراتها.
2) أنشئ المنحنى (C_g) .

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\sqrt{|x|}$.
(C_h) تمثيلهما البياني في المستو المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1) بيّن أن الدالة h زوجية .
2) أكتب h دون رمز القيمة المطلقة .
3) شكل جدول تغيّرات الدالة h .
4) إعتمادا على ما سبق ،أنشئ المنحنى (C_h) .

حل مقترح:

I) $f(x)=\sqrt{x}$ ، $D_f=[0;+\infty[$
1) دراسة إتجاه تغيّر الدالة f :
ليكن a و b عددان حقيقيان حيث $0\le a<b$ و منه $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ أي : $f(a)<f(b)$
إذن: الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.
جدول تغيّرات الدالة " f :

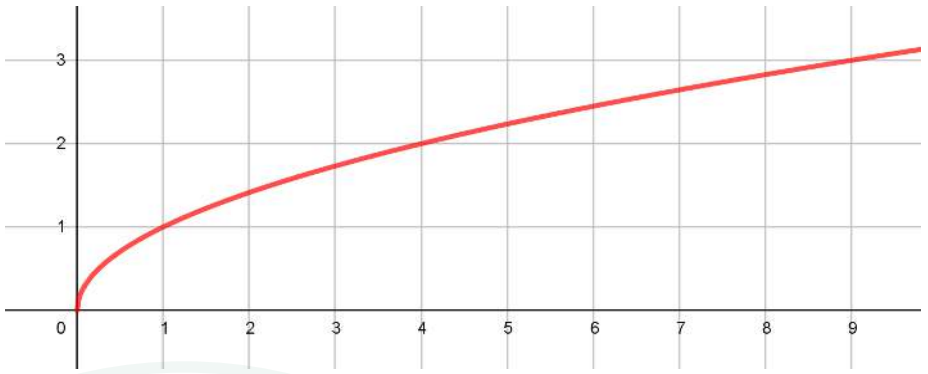
x	0	$+\infty$
$f(x)$	0 ↗	

2) التمثيل البياني للدالة f :

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

جدول لبعض القيم :

x	0	1	2	4	9
$f(x)$	0	1	$\sqrt{2}$	2	3



II) $g(x)=\sqrt{-x}$ ، $D_f=]-\infty;0]$

1) دراسة إتجاه تغيّر الدالة g :

ليكن a و b عددان حقيقيان حيث $a<b\leq 0$ و منه $-a>-b\geq 0$ و منه $\sqrt{-a}>\sqrt{-b}$

$g(a)>g(b)$

إذن : الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$.

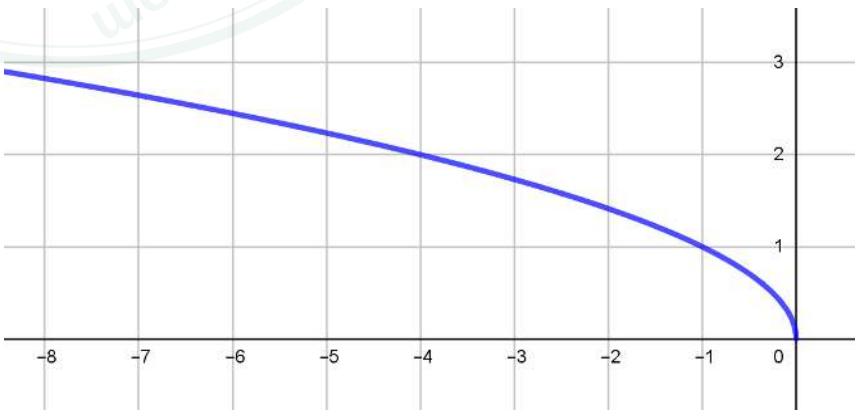
جدول تغيّرات الدالة " g :

x	$-\infty$		0
$g(x)$		↘	0

2) التمثيل البياني للدالة g :

جدول لبعض القيم :

x	-9	-4	-2	-1	0
$g(x)$	3	2	$\sqrt{2}$	1	0



III) $h(x)=\sqrt{|x|}$ ، $D_h=\mathbb{R}$

1) المجموعة $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة إلى الصفر ، و من أجل كل عدد حقيقي x ،

$h(-x)=\sqrt{|-x|}=\sqrt{|x|}=h(x)$ إذن h زوجية .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

2) كتابة h دون رمز القيمة المطلقة :

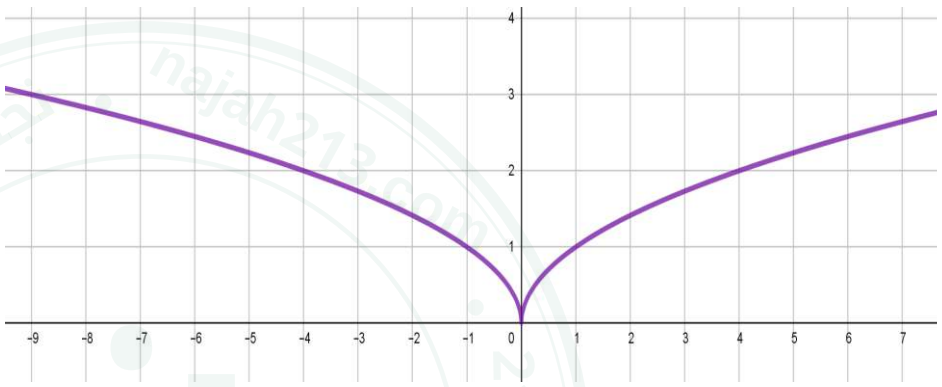
نذكر أن : $|x| = \begin{cases} x & ; \ x \in [0;+\infty[\\ -x & ; \ x \in]-\infty;0] \end{cases}$ **و بالتالي** أ $h(x) = \sqrt{|x|} = \begin{cases} \sqrt{x} & ; \ x \in [0;+\infty[\\ \sqrt{-x} & ; \ x \in]-\infty;0] \end{cases}$

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \in [0;+\infty[\\ g(x) & ; x \in]-\infty;0] \end{cases}.$$

3) جدول تغيّرات الدالة h.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h(x)$	↘	0	↗

4) إنشاء المنحنى (C_h) : (C_h) هو نفسه (C_f) على المجال $[0;+\infty[$ و نكمل إنشاء الباقي



تمرين 5:

I) أنقل و أكمل الجدول التالي:

القيس بالدرجات	20°	.....	140°	.....
القيس بالراديان	.....	$\frac{3\pi}{5}$	.....	$\frac{5\pi}{12}$

II) أ- ضع على الدائرة المثلثية النقط A ، B و C التي صورها 2019π ، $\frac{19\pi}{3}$ و $\frac{31\pi}{4}$ على الترتيب

ب - أحسب القيم المضبوطة لجيب تمام و جيب القيم السابقة .

III) إذا علمت أن : $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

1) **عيّن القيمة المظبوطة لـ :** $\sin\frac{\pi}{8}$ ، $\tan\frac{\pi}{8}$.

2) **استنتج القيم المضبوطة لكل من :** $\sin\frac{7\pi}{8}$ ، $\cos\frac{15\pi}{8}$ و $\tan\frac{2017\pi}{8}$.

IV) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

1) $\sin^2(x)-\cos^2(x)=1-2\cos^2(x)$

2) $\cos^2(x)-\sin^2(x)=1-2\sin^2(x)$

3) $\sin^4(x)-\cos^4(x)=\sin^2(x)-\cos^2(x)$

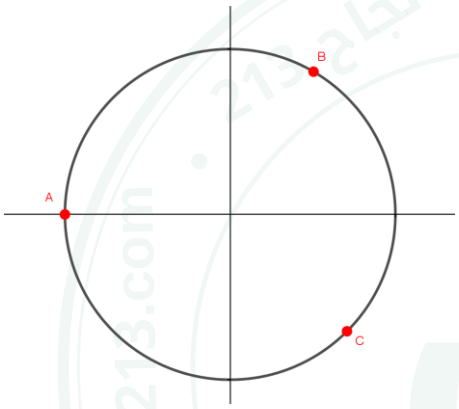
$.(\cos x+\sin x)^2-(\cos x-\sin x)^2=4\cos x.\sin x$

☜ حل مقترح:

I) الجدول :

القيس بالدرجات	20°	108°	140°	75°
القيس بالراديان	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{3\pi}{5}$	$\frac{7\pi}{9}$	$\frac{5\pi}{12}$

II) أ- تعليم على الدائرة المثلثية النقط A ، B و C التي صورها -2019π ، $\frac{19\pi}{3}$ و $\frac{31\pi}{4}$ على الترتيب :



لدينا :

$$-2019\pi=-2020\pi+\pi=-2\times1010\pi+\pi$$

$$\frac{19\pi}{3}=\frac{18\pi+\pi}{3}=6\pi+\frac{\pi}{3}=3\times2\pi+\frac{\pi}{3}$$

$$\frac{31\pi}{4}=\frac{32\pi-\pi}{4}=8\pi-\frac{\pi}{4}=4\times2\pi-\frac{\pi}{4}$$

ب - حساب القيم المضبوطة لجيب تمام و جيب القيم :

$\cos(-2019\pi)=\cos(-2\times1010\pi+\pi)=\cos(\pi)=-1$ ، $\sin(-2019\pi)=\sin(-2\times1010\pi+\pi)=\sin(\pi)=0$

$\cos\left(\frac{19\pi}{3}\right)=\cos\left(3\times2\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$ ، $\sin\left(\frac{19\pi}{3}\right)=\sin\left(3\times2\pi+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)=\cos\left(4\times2\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{31\pi}{4}\right)=\sin\left(4\times2\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

III) علما أن : $\cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

1) تعيين القيمة المظبوطة لـ : $\sin\frac{\pi}{8}$ و $\tan\frac{\pi}{8}$

لدينا: $\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=1$ و منه $\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=1-\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)^2$ أي: $\sin\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$. (لأن $\frac{\pi}{8}\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$)

$$\tan\frac{\pi}{8}=\frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}}=\frac{\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}{\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}=\sqrt{\frac{(2-\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}}=\sqrt{\frac{(2-\sqrt{2})^2}{2}}=\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$$

2) نتائج :

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

$$\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{8\pi-\pi}{8}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{15\pi}{8}\right)=\cos\left(\frac{16\pi-\pi}{8}\right)=\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{8}\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\tan\left(\frac{2017\pi}{8}\right)=\tan\left(\frac{2016\pi+\pi}{8}\right)=\tan\left(252\pi+\frac{\pi}{8}\right)=\tan\left(126\times 2\pi+\frac{\pi}{8}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}-1 .$$

IV) البرهان على صحة المساويات :

من أجل كل عدد حقيقي x :

نعلم أن $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$ **و منه :**

1) $1-2\cos^2(x)=\cos^2(x)+\sin^2(x)-2\cos^2(x)=\sin^2(x)-\cos^2(x)$

2) $1-2\sin^2(x)=\cos^2(x)+\sin^2(x)-2\sin^2(x)=\cos^2(x)-\sin^2(x)$

3) $\sin^4(x)-\cos^4(x)=\left(\sin^2(x)-\cos^2(x)\right)\left(\sin^2(x)+\cos^2(x)\right)=\sin^2(x)-\cos^2(x)$

$$(\cos x+\sin x)^2-(\cos x-\sin x)^2=(2\sin x)\times(2\cos x)=4\cos x.\sin x .$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمارين مقترحة

.1

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+4x+7$

1- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=(x+a)^2+b$

2- عين اتجاه تغير الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها

3- أحسب $f(1), f(0), f(-1), f(2), f(-2)$,ثم أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد متجانس

4 -ماذا يمثل المنحنى (C_f) بالنسبة إلى منحنى الدالة " مربّع ".

.2

1- حول أقياس الزوايا التالية من الدرجات الى الراديان : $10°$ ، $315.°$

2- حول أقياس الزوايا التالية من الراديان الى الدرجات : $\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{5}$.

3- أحسب جيب و جيب تمام الأعداد : $\frac{4\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$.

4-علم على الدائرة المثلثية النقط B, A التي صورها : $\frac{115\pi}{4}$ ، $\frac{-2467\pi}{6}$ على الترتيب.

.3

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-ax-b$ حيث a و b عددان حقيقيان، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.عين العددين الحقيقيين a و b علما أن : $f(0)=-3$ و $f(-1)=0$.

2.نضع فيما يلي : $a=2$ و $b=3$.

أ-احسب $f(2)$ و $f(-2)$.

ب-ما قولك حول شفعية الدالة f ؟ برر اجابتك.

3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=(x-1)^2-4$.

4-أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1]$ ثم على المجال $[1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

5-(P) التمثيل البياني للدالة "مربع" في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ- عين احداثيا شعاع الانسحاب $\vec{u}$ الذي يسمح برسم (C_f) انطلاقا من (P).

ب-في نفس المعلم أرسم بعناية (P) و (C_f).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

.4

نعتبر المثلث ABC القائم في A حيث: $AC=8cm$ ، $AB=6cm$

لتكن M نقطة من القطعة $[AB]$

نرمز للمسافة AM ب: x . (الوحدة cm)

نرمز للمسافة CM ب: $g(x)$. (الوحدة cm)

نرفق بكل عدد حقيقي x ، العدد الحقيقي $g(x)$.

1.ما هي مجموعة تعريف الدالة g ؟

2.أكتب الدستور المعرف للدالة g .

3.عين القيم الحدية للدالة g .

4.ما هي مجموعة قيم الدالة g .

.5

لتكن الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عين مجموعة تعريف الدالة f ؟

2.هل النقط التالية تنتمي الى المنحنى (C_f) : $C(3;1), B(2;3), A\left(-2;\dfrac{5}{4}\right)$

3.عين النقطة من المنحنى التي ترتيبها 1.

4.أثبت أن مهما يكن من فان: $4-x\in D_f$ و $f(4-x)+f(x)=6$

5.استنتج $f(6), f(1)$.

.6

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

باستعمال الترميز: $f(a)=b$ ، عبرعن الجمل التالية:

1.صورة العدد 5 بالدالة f هي 4.

2.للعدد 2- سابقتان وفق الدالة f هما: 2 و 3.

3.المنحنى (C_f) يشمل النقطة $A(-1;10)$.

4.المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل $(x'x)$ في نقطتان فاصلتهما 1 ، 4.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

5.المنحنى (C_f) يقطع محور االتراتيب $(y'y)$ في نقطتان فاصلتهما 4.

.7

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالدستور: $f(x)=2x^2-4x-6$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1.أ-أثبت أن مهما يكن من فان : $f(x)=2(x-1)^2-8$.

ب-استنتج أن للدالة f قيمة حدية يطلب تعينها .

2.نعتبر النقطة $\Omega(1;-8)$.

أ-أكتب معادلة ديكارتية للمنحنى (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$.

ب-استنتج رسم المنحنى (C_f) .

3.عين نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (D) ذو المعادلة : $y=-8x-8$.

.8

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\sqrt{x-1}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1.أثبت أن المنحنى (C_f) محول المنحنى (C) الممثل للدالة $x\mapsto\sqrt{x}$ بانسحاب يطلب تحديده ثم أرسم المنحنى (C_f) .

2.أ-بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$

ب-عين نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (D) ذو المعادلة : $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$

3.لتكن الدالة g المعرفة على $]-\infty-1[\cup]1;+\infty[$ ب: $g(x)=\sqrt{|x|-1}$

أ-أكتب الدالة g دون رمز القيمة المطلقة.

ب-بين أن الدالة g دالة زوجية.

ج-كيف يمكن رسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g من خلال المنحنى (C_f).

.9

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$

x	-3		1	2	4
$g(x)$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$ 2	$\searrow$ 0

1. أدرس شفعية الدالة f..

2. أحسب $f(-1), f(2)$ ثم استنتج قيمتي $f(1)$ و $f(-2)$.

3. حل في $\mathbb{R}^*$ المعادلة : $f(x)=2x$

4. إذا كان جدول تغيرات الدالة g موضح كما يلي :

أ- أذكر المجالات التي تقبل فيها الدالة g قيما حدية وما هي؟

ب- حل المعادلة $g(x)=0$ ، ثم أنشئ المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

10.

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ ب: $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أثبت أن مهما يكن x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$ جيث: b,a عددان حقيقيان يطلب تعينهما.

2. نعتبر النقطة $\Omega(1;-a)$.

أ- أكتب معادلة ديكارتية للمنحنى (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$.

ب- استنتج رسم المنحنى (C_f).

3. ليكن وسيط حقيقي. ناقش بيانيا حسب قيم ، عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول: $(2-m)x+m+3=0$

(غير مقررة على 1.ج م. ع)

11.

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=\sin 2x$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أدرس شفعية الدالة f .

2. أثبت أن الدالة f دورية دورها π .

3. أدرس تغيرات الدالة f على المجال $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4.أرسم المنحنى (C_f)

12.

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=\cos^2 x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.أثبت أن الدالة f زوجية.

2.أثبت أن الدالة f دورية دورها π .

3.أدرس تغيرات الدالة f على المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. 4.أرسم المنحنى (C_f)

13.

$ABCD$ مربع ضلعه $4cm$.نضع النقط G,F,E و H على القطع $[AB],[BC],[CD]$ و $[AD]$ على الترتيب حيث: $AE=BF=CG=DH$. نضع: $AE=x$ نقبل أن $EFGH$ مربع.

1.احسب EH بدلالة x .

2.عبر بدلالة x عن مساحة المربع $EFGH$.

3.نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;4]$ ب: $f(x)=2(x-2)^2+8$.

أثبت أن مساحة $EFGH$ تساوي $f(x)$.

4.أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;4]$.

5.أ-ضع جدول تغيرات الدالة f .

ب-أنشئ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

6.أ-استنتج مما سبق قيمة x التي من أجلها تكون مساحة $EFGH$ صغرى.

ب-أوجد هذه النتيجة جبريا.

7.أ-عين بيانيا قيم x التي من أجلها تكون مساحة $EFGH$ هي: $10cm^2$.

ب-أوجد هذه النتيجة حسابيا.

8.أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;2]$ يكون: $f(a+2)=f(2-a)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

محور

المعادلات و المتراجحات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ملخص الدرس

المتطابقات الشهيرة:

A ، B عبارتان جبريتان.

- $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
- $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

أمثلة:

$$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2\times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 2\times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right) = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$$

معادلة جداء:

يكون جداء عدّة عوامل معدوما إذا وفقط إذا كان أحد العوامل على الأقّل معدوما.

$A(x) \times B(x) = 0$ تكافئ $A(x)=0$ أو $B(x)=0$

مثال: حلّ في R *المعادلة:*

$$(2x-1)^2+x(1-2x)=4x^2-1 \quad (1)$$

بعد تحليل $4x^2-1$ في المعادلة *(1)*، نلاحظ وجود عامل مشترك هو $(2x-1)$. مما يسمح لنا بكتابة *(1)* على شكل معادلة جداء:

$$(2x-1)^2+x(1-2x)=4x^2-1$$
$$(2x-1)^2+x(1-2x)=(2x-1)(2x+1)$$
$$(2x-1)^2+x(1-2x)-(2x-1)(2x+1)=0$$
$$(2x-1)\left[(2x-1)-x-(2x+1)\right]=0$$
$$(2x-1)(-x-2)=0$$

منه $2x-1=0$ أو $-x-2=0$

أي: $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-2$

إذن، مجموعة حلول المعادلة هي: $S=\left\{-2\,;\,\frac{1}{2}\right\}$

نتيجة

n عدد طبيعي غير معدوم.

$[A(x)]^n = 0$ تكافئ $A(x)=0$

مثال: المعادلة $(2x+3)^2=0$ تكافئ $2x+3=0$ أي $x=-\frac{3}{2}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

معادلة حاصل قسمة:

المعادلة $\frac{A(x)}{B(x)}=0$ تكافئ $A(x)=0$ و $B(x)\neq 0$

مثال: حلّ، في $\mathbb{R}$، المعادلة: $\frac{4x^2-1}{2x+1}=0$ (2)

المعادلة (2) تكافئ: $4x^2-1=0$ و $2x+1\neq 0$

(يسمح الشرط $2x+1\neq 0$ بتعيين المجموعة المرجعية للمعادلة).

أي $(2x-1)(2x+1)=0$ و $x\neq -\frac{1}{2}$ أي ($x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$) و $x\neq -\frac{1}{2}$

بما أنّ $x\neq -\frac{1}{2}$، ينتج $x=\frac{1}{2}$ الحلّ الوحيد للمعادلة.

إذن مجموعة حلول المعادلة (2) هي: $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

1- معادلات و متراجحات من الدرجة الأولى:

-حل معادلة من الدرجة الأولى من الشكل: $ax+b=0$ ،حيث a,b أعداد حقيقية و $a\neq 0$ هو : $x=-\frac{b}{a}$

-اشارة العبارة $ax+b$ **نلخصها في الجدول التالي:**

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	عكس اشارة a	0	نفس اشارة a

مثال:

حل في المعادلة: $-2x+1=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ **هو حل لهذه المعدلة واشهرتها هي من الشكل:**

حلول متراجحة $-2x+1\leq 0$ **هي :** $x\in\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$.

حلول متراجحة $-2x+1>0$ **هي :** $x\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-2x+1$	+	0	--

مثال: حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $\frac{x-2}{2x+3}\geq 0$ (2)

تكون العبارة $\frac{x-2}{2x+3}$ معرفة عندما يكون $2x+3$ غير معدوم، بمعنى $x\neq -\frac{3}{2}$

لدراسة إشارة حاصل القسمة هذا، ندرس إشارة الجداء $(x-2)(2x+3)$ باستعمال جدول الإشارات:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
$x-2$	-	-	0	+
$2x+3$	-	0 +		+
$\frac{x-2}{2x+3}$	+	|| -	0	+

نقرأ في السّطر الأخير للجدول أنّ $\frac{x-2}{2x+3}$ يكون موجبا (أكبر من 0 أو يساويه) على المجموعة $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[\cup[2;+\infty[$. مجموعة حلول المتراجحة (2) هي: $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup[2;+\infty[$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

2- معادلات و متراجحات من الدرجة الثانية:

لحل معادلة من الدرجة الثانية من الشكل: $ax^2+bx+c=0$ **،حيث** a,b,c **أعداد حقيقية و** $a\neq 0$ **يتطلب علينا اتباع مايلي:**

حساب المميز Δ $(\Delta=b^2-4ac)$

الحالة(1) | **الحالة(2)** | **الحالة(3)**

اذا كان $\Delta>0$ **يوجد**

حلان هما: x_1 **و** x_2

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\text{ ، }x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

التحليل:

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

ش. النموذجي:

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

اذا كان $\Delta=0$ **يوجد**

حل مضاعف هو : $x_{1,2}$

$$x_{1,2}=\frac{-b}{2a}$$

التحليل:

$$ax^2+bx+c=a(x-x_{1,2})^2$$

ش. النموذجي:

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2\right]$$

اذا كان $\Delta<0$ **لا يوجد**

حلول في $\mathbb{R}$

التحليل: لا يمكن التحليل

ش. النموذجي:

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

مثال1:

حل في $\mathbb{R}$ **المعادلة التالية :** $2x^2-3x+1=0$

علينا حساب المميز Δ **نجد:** $\Delta=(-3)^2-4(2)(1)=1>0$

$\Delta>0$ **اذن يوجد حلان هما:**

$x_1=\frac{3+\sqrt{1}}{2(2)}=\frac{4}{4}=1$ ، $x_2=\frac{3-\sqrt{1}}{2(2)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

التحليل: $x^2-4x+4=(x-2)^2$

ش.النموذجي: $2x^2-3x+1=2\left[\left(x+\frac{-3}{2(2)}\right)^2-\frac{1}{4(4)}\right]$

مثال2:

حل في $\mathbb{R}$ **المعادلة التالية :** $x^2-4x+4=0$

علينا حساب المميز Δ **نجد:** $\Delta=(-4)^2-4(1)(4)=0$

$\Delta=0$ **اذن يوجد حل مضاعف هو:**

$x_{1,2}=-\frac{-4}{2(1)}=\frac{4}{2}=2$

ش.النموذجي: $x^2-4x+4=1\left[(x+\frac{-4}{2})^2\right]$

مثال3:

حل في $\mathbb{R}$ **المعادلة التالية :** $x^2+1=0$

علينا حساب المميز Δ **نجد:** $\Delta=(0)^2-4(1)(1)=-4$

$\Delta<0$ **اذن: لايوجد حلول في** $\mathbb{R}$

التحليل: $2x^2-3x+1=2(x-1)(x-\frac{1}{2})$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

Vrai ou Faux

1. من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $(-2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

2. من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x ، $\frac{1}{x^2+2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2}$

3. من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $(x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$

4. A عبارة جبرية حيث $A = (-x+2)^2$ الشكل المنشور والمبسط للعبارة A هو: $x^2 + 4$

5. تحليل العبارة $9 - x^2$ هو $(x-3)(x+3)$

6. حلول المعادلة $x^2 + 49 = 0$ هما: 7 ، -7

7. من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $-x - 1 \leq 0$

8. المتراجحة : $\frac{x-3}{x-1} \geq \frac{2}{3}$ تكافئ $3(x-3) \geq 2(x-1)$

9. الشكل النموذجي للعبارة $A = x^2 + 4x - 12$ هو: $(x+2)^2 - 16$

10. المعادلة $-x^2 - x - 1 = 0$ لا تقبل حلولا في R

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

حل:

1. من أجل كلّ عدد حقيقي x، $(-2x-1)^2 = 4x^2-4x+1$ ...خاطئ $(-2x-1)^2 = 4x^2+4x+1$

2. من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x، $\frac{1}{x^2+2} = \frac{1}{x^2}+\frac{1}{2}$ خاطئ

3. من أجل كلّ عدد حقيقي x، $(x-1)(x-3) = x^2-4x+3$ صحيح

4. A عبارة جبرية حيث $A = (-x+2)^2$ الشكل المنشور والمبسط للعبارة A هو: x^2+4 خاطئ

5. تحليل العبارة $9-x^2$ هو $(x-3)(x+3)$ خاطئ

6. حلول المعادلة $x^2+49=0$ هما: 7، -7 صحيح

7. من أجل كلّ عدد حقيقي x، $-x-1 \leq 0$ خاطئ

8. المتراجحة $\frac{x-3}{x-1} \geq \frac{2}{3}$ تكافئ $3(x-3) \geq 2(x-1)$ صحيح

9. الشكل النموذجي للعبارة $A = x^2+4x-12$ هو: $(x+2)^2-16$ صحيح

10. المعادلة $-x^2-x-1=0$ لا تقبل حلولا في R صحيح

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمارين محلولة

تمرين 1:

حلّ كلا من المتراجحتين الآتيتين:

$$(1)\quad (3x-2)^2 \geq (x-1)^2 \qquad (2)\quad \frac{4x+1}{(2x-1)^2} < \frac{1}{2x-1}$$

الحل:

(1) ننقل كلّ الحدود إلى نفس الطرف:

$$(3x-2)^2-(x-1)^2 \geq 0$$

نحلّل الطرف الأوّل:

$$[(3x-2)-(x-1)][(3x-2)+(x-1)] \geq 0$$

$$(3x-2-x+1)(3x-2+x-1) \geq 0$$

$$(2x-1)(2x-3) \geq 0$$

ندرس إشارة $(2x-1)(2x-3)$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-1$		-	0	+		+	
$2x-3$		-		-	0	+	
$(2x-1)(2x-3)$		+	0	-	0	+	

نستخلص، مجموعة حلول المتراجحة هي:

$$S=\left]-\infty\,;\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2}\,;+\infty\right[$$

(2) المقامات تتضمن المجهول، نبحث إذن عن الشروط:

$2x-1=0$ تكافئ $x=\frac{1}{2}$. وبالتالي يكون $\frac{1}{2}$ قيمة ممنوعة. ننقل كلّ الحدود إلى نفس الطرف: $\frac{4x+1}{(2x-1)^2}-\frac{1}{2x-1}<0$

نوّحد المقامات:

$$\frac{4x-1-(2x-1)}{(2x-1)^2}<0 \quad \text{أي} \quad \frac{2x}{(2x-1)^2}<0$$

ندرس إشارة $\frac{2x}{(2x-1)^2}$:

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x$		- 0 +		+
$(2x-1)^2$		+	0 +	+
$\frac{2x}{(2x-1)^2}$		- 0 +	||	+

نستخلص، مجموعة حلول المتراجحة هي: $S=]-\infty\ ;\ 0[$

تمرين 2:

x عدد حقيقي ، $E(x)=(x-1)^2-16$

1. تحقّق من أنّ:

أ) $E(x)=x^2-2x-15$ **ب) $E(x)=(x-5)(x+3)$**

2. استعمال الصيغة الأنسب للعبارة $E(x)$:

أ) احسب $E(0)$

ب) حلّ المعادلات: $E(x)=0$ ؛ $E(x)=9$ ؛ $E(x)=-15$

الحل:

1. أ) ننشر العبارة $E(x)$ في صيغتها المفروضة ونجد:

$$(x-1)^2-16=x^2-2x+1-16=x^2-2x-15$$

ب) نحلّل العبارة $E(x)$ في صيغتها المفروضة ونجد:

$$(x-1)^2-16=(x-1-4)(x-1+4)=(x-5)(x+3)$$

2. أ) لحساب $E(0)$، نستعمل الصيغة المنشورة للعبارة ونجد:

$$E(0)=0^2-2\times 0-15=-15$$

ب) لحلّ المعادلة $E(x)=0$ ، نستعمل الصيغة المحللة للعبارة ونجد:

$E(x)=0$ تكافئ $(x-5)(x+3)=0$

تكافئ $x-5=0$ أو $x+3=0$

أي $x=5$ أو $x=-3$

ومنه مجموعة حلول المعادلة: $\boxed{S=\{-3\ ;\ 5\}}$

لحلّ المعادلة $E(x)=9$، نستعمل الصيغة المفروضة للعبارة ونجد:

$E(x)=9$ تكافئ $(x-1)^2-16=9$

تكافئ $(x-1)^2=25$

تكافئ $x-1=5$ أو $x-1=-5$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

أي $x=6$ أو $x=-4$

ومنه مجموعة حلول المعادلة: $\boxed{S=\{-4\ ;\ 6\}}$

لحلّ المعادلة $E(x)=-15$، نختار الصيغة المنشورة للعبارة ونجد:

$E(x)=-15$ تكافئ $x^2-2x-15=-15$

تكافئ $x^2-2x=0$

تكافئ $x(x-2)=0$

تكافئ $x=0$ أو $x-2=0$

أي $x=0$ أو $x=2$

ومنه مجموعة حلول المعادلة: $\boxed{S=\{0\ ;\ 2\}}$

تمرين 3:

$ABCD$ **مستطيل حيث** $AB=10cm$ ، $AD=4cm$ ، I **منتصف** $[AB]$، J **منتصف** $[CD]$.

M **نقطة متغيرة من** $[CD]$.

عيّن مواضع M **التي يكون من أجلها المثلث** AMB **قائما في** M.

الحل:

- نضع $MJ=x$.

الدائرة ذات القطر $[AB]$ المحيطة بالمثلث القائم AMB تقطع $[CD]$ في نقطتين متناظرتين بالنسبة إلى J تجيبان عن السؤال.

- نعبّر عن DM و MC بدلالة x، نجد:
$DM=5-x$ ، $MC=5+x$

حسب مبرهنة فيثاغورس، المثلث AMB قائم في M يكافئ:

$$AM^2+MB^2=AB^2$$

لكن، $AM^2=AD^2+DM^2$ ، $MB^2=MC^2+CB^2$

منه $MC^2+CB^2+AD^2+DM^2=AB^2$

أي $(5+x)^2+4^2+4^2+(5-x)^2=10^2$

بالنشر والتبسيط، نجد: $2x^2+82=100$ أي $x^2=9$

- وبما أنّ $0\le x\le 5$ 5 5، فإنّ $x=3$.
نعيد نفس العمل عندما تكون M من JC، نجد أيضا $x=3$.

- توجد، إذن، نقطتان تحققان المطلوب.
لإنشائهما، نرسم الدائرة التي قطرها $[AB]$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

تمرين 4:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

ا) $x^2+2x=0$ ب) $x^2+x+1=0$ جـ) $x^2-4x+4=0$ د) $x^2+x-6=0$

الحل:

ا) $x^2+2x=0$ تعني $x(x+2)=0$ أي $x=0$ أو $x=-2$ ومنه مجموعة الحلول هي $S=\{-2,0\}$

ب) لدينا $a=1$، $b=1$ و $c=1$ ومنه $\Delta=(1)^2-4(1)(1)=-3$ إذن ليس للمعادلة حلول ومنه $S=\varnothing$

جـ) $x^2-4x+4=0$ تكافئ $(x-2)^2=0$ إذن للمعادلة حل مضاعف $x=2$ ومنه $S=\{2\}$

د) لدينا $a=1$، $b=1$ و $c=-6$ ومنه $\Delta=(1)^2-4(1)(-6)=25$ إذن للمعادلة حلان متمايزان:

$x_1=\dfrac{-1+\sqrt{25}}{2}=2$ و $x_2=\dfrac{-1-\sqrt{25}}{2}=-3$ ومنه $S=\{-3,2\}$.

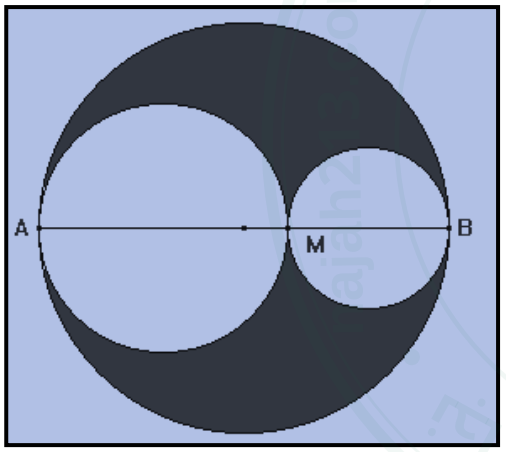
تمرين 5:

نعتبر دائرة قطرها $[AB]$ حيث $AB=4$. M نقطة من $[AB]$

ننشئ الدائرتين اللتين قطراهما $[AM]$ و $[MB]$.

نرمز بِـ S إلى مساحة الحيز الملون و بِـ a إلى مساحة القرص

الذي قطره $[AB]$. نضع $AM=x$



1. **أحسب S بدلالة x.**
2. **هل توجد وضعية للنقطة M يكون من أجلها: $S=\dfrac{1}{2}a$؟**

الحل:

1. **حساب S بدلالة x**

إذا رمزنا إلى مساحة القرص الذي قطره $[AM]$ بِـ a_1 و إلى مساحة القرص الذي قطره $[MB]$ بِـ a_2 فإن:

$$S=a-a_1-a_2$$

لدينا: $a=\pi\left(\dfrac{4}{2}\right)^2=4\pi$ ، $a_1=\pi\left(\dfrac{x}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}\pi x^2$ و $a_2=\pi\left(\dfrac{4-x}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}\pi(4-x)^2$ ومنه:

$$S=4\pi-\frac{1}{4}\pi x^2-\frac{1}{4}\pi(4-x)^2$$

بعد النشر و التبسيط نجد: $S=\dfrac{\pi}{2}\left(-x^2+4x\right)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

2. تعيين وضعية M حيث: $S=\frac{1}{2}a$

$S=\frac{1}{2}a$ يكافئ $\frac{\pi}{2}\left(-x^2+4x\right)=\frac{1}{2}(4\pi)=2\pi$ أي: $-x^2+4x-4=0$ أي: $x^2-4x+4=0$

لدينا: $x^2-4x+4=0$ يكافئ $(x-2)^2=0$ و منه: $x=2$

وضعية النقطة M **التي** يكون من أجلها: $S=\frac{1}{2}a$ هي منتصف القطعة $[AB]$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمارين مقترحة

.1

دون حساب المميز، حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلات ذات المجهول x التالية :

1) $x^2-3x=0$ 2) $x^2-4=0$

3) $3x^2-3=0$ 4) $4x^2-7=0$

5) $x^2+9=0$ 6) $x^2+2x+1=0$

7) $-x^2+6x-9=0$ 8) $(x-3)^2=4$

.2

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول x التالية : $ax^2+bx+c=0$

حيث a ، b ، c أعداد حقيقية و a غير معدوم. نضع $b'=\frac{b}{2}$

1) أحسب Δ ، مميز المعادلة (E) ، بدلالة a ، b' ، c .

2) نضع $\Delta'=\frac{\Delta}{4}$ ، أحسب Δ' بدلالة a ، b' ، c .

3) أثبت أنه إذا كان $\Delta'\geq 0$ فإن المعادلة (E) تقبل حلين هما $\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$ ؛ $\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$.

.3

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات الآتية :

1) $t^2-5t+6=0$

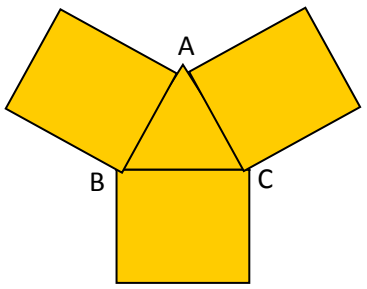
2) $-u^2-16u+17=0$

3) $x^2-(3+\sqrt{2})x+3\sqrt{2}=0$

4) $1+r+r^2=0$.

.4

ABC مثلث متقايس الأضلاع ارتفاعه $\sqrt{3}\,m$ ، محاط بثلاث مربعات.



1. أنشر العبارة $\left(1+\sqrt{3}\right)^2$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

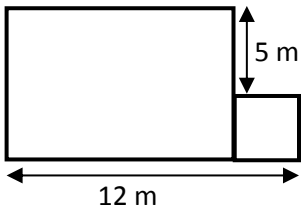
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2 . أحسب طول ضلع المثلث ،علماً أن

مساحة الشكل الملون هي $\left(12+\sqrt{3}\right)m^2$.

.5



في الشكل أدناه مساحة المستطيل هي 8 مرات مساحة المربع ،

أحسب طول ضلع المربع.

.6

ABC **مثلث قائم في** B **حيث** $AB=4cm$ ، $BC=3cm$. (Δ) **مستقيم يوازي** (BC) **ويقطع** (AB) **في** M **و** $[AC]$ **في** N .

أ) أرسم شكلا يترجم المعطيات السابقة.

ب) هل يوجد وضع للمستقيم (Δ) **الذي من لأجله تكون مساحة المثلث** NMC **نصف مساحة المثلث** ABC **؟**

.7

هل توجد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية هي أطوال أضلاع مثلث قائم؟

.8

عائلة تنظم مصاريفها الشهرية كالآتي:

نصف الدخل الشهري للإطعام وربع الباقي للإيجار والمصاريف الأخرى (ماء، كهرباء) والباقي يخصص منه 10% **للتنزه وشراء الملابس والمبلغ الباقي للادخار أي** 1400 **د.ج.**

ما هو الدخل الشهري لهذه العائلة ؟

.9

$ABCD$. **مربع.** E **نقطة من** $[AB]$, F **نقطة من** (AD) **حيث** $EB=DF=5\ cm$.

عيّن طول ضلع المربع الذي من أجله تكون مساحة المثلث AEF **مساوية ربع مساحة المربع** $ABCD$.

.10

ورقة مربعة الشكل ضلعها $6\ cm$ **.نقتطع من كلّ ركن من أركانها نفس المربع الصغير كما في الشكل.**

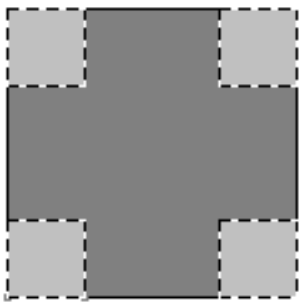
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

كيف نختار ضلع المربع

الصغير حتى تكون مساحة

الجزء الملوّن ثلاث أرباع مساحة الورقة المربعة ؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

نموذج ① اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول: 09 نقاط

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{-2x+3}{x-1}$ ، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.أثبت أن مهما يكن x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$ جيث: b,a عددان حقيقيان يطلب تعينهما.

2.نضع : $a=-2$ و $b=1$.

أ-- أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]1;+\infty[\cup]-\infty;1[$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

3- بين أن النقطة $\Omega(0;-3)$ تنتمي الى (C_f). ماذا تمثل هذه النقطة بيانيا؟

4- عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل $(x'x)$.

5 -أ-بين أنه يمكن استنتاج رسم المنحنى (C_f) انطلاقا من (H) منحنى الدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعين شعاعه.

ب- أنشئ (C_f).

التمرين الثاني: 06 نقاط

1.ضع على الدائرة المثلثية النقط B,A و C صور الأعداد $-\dfrac{112\pi}{3},\dfrac{106\pi}{4}$ و $\dfrac{2009\pi}{6}$ على الترتيب .

2.احسب القيم المضبوطة لجيب و جيب تمام كل من B,A و C .

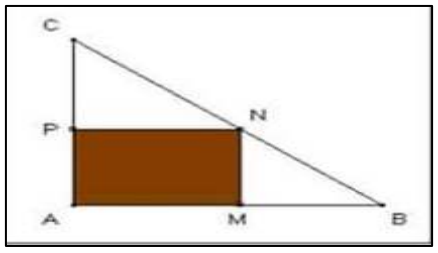
3.ليكن $0\le x\le\dfrac{\pi}{2}$. عين العدد الحقيقي x حتى يكون حل للمعادلة التالية: $\cos(x)=2$.

4.أ- بسط العبارة T حيث: $T=(\cos x+\sin x)^2-(\cos x-\sin x)^2$.

ب- من أجل: $x=-\pi$ عين قيمة T.

التمرين الثالث: 05نقاط

ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث: $AB=AC=6cm$ ، M نقطة متغيرة من الضلع $[AB]$ حيث: $AM=x$. و $(x\in[0;6])$ كما هو موضح في الشكل المقابل .لتكن نقطة N من الضلع $[BC]$ و نقطة P من الضلع $[AC]$ بحيث يصبح الرباعي $AMNP$ مستطيل.



1.نضع $S(x)$ مساحة المستطيل $AMNP$.

أ- تحقق أن : $S(x)=-x^2+6x$.

ب- باستعمال الشكل النموذجي بين أن : $S(x)=-(x-3)^2+9$

2.عين قيمة العدد الحقيقي x حتى تكون مساحة المستطيل $AMNP$ تساوي $5cm^2$.

3. عين قيمة العدد الحقيقي x حتى تكون مساحة المستطيل $AMNP$ تساوي نصف مساحة المثلث ABC .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

نموذج ② اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقط $C(3,2)$ ، $B(\alpha,-1)$ ، $A(2,3)$ حيث α عدد حقيقي .

1-عين α حتى تكون النقط O,A,B في استقامية.

2- نعتبر الآن أن $\alpha=2$:

- عين احداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

3- نعتبر النقطة $E(\frac{5}{2},\frac{5}{2})$ من هذا المستوي .

- بين أن النقطة E مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

4- أ- أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و يوازي المستقيم (BC).

ب-عين احداثيي M نقطة تقاطع (Δ) مع حامل محور الفواصل.

ج- ليكن (Δ') مستقيم معادلته : $y=x+1$ ، أوجد نقطة تقاطع (Δ) و (Δ').

التمرين الثاني : (06 نقاط)

1- حول أقياس الزوايا التالية من الدرجات الى الراديان : $10°$ ، $315°$.

2- حول أقياس الزوايا التالية من الراديان الى الدرجات : $\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{8}$.

3- أحسب جيب و جيب تمام الأعداد : $-\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}$.

4-علم على الدائرة المثلثية النقط A,B التي صورها : $\frac{115\pi}{4}$ ، $\frac{-2467\pi}{6}$ على الترتيب.

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-ax-b$ حيث a و b عددان حقيقيان، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- عين العددين الحقيقيين a و b علما أن : $f(0)=-3$ و $f(-1)=0$.

2- نضع فيما يلي : $a=2$ و $b=3$.

أ- أحسب $f(2)$ و $f(-2)$.

ب- ما قولك حول شفعية الدالة f ؟ برر اجابتك.

3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=(x-1)^2-4$.

4-أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;1]$ ثم على المجال $[1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

5- (P) التمثيل البياني للدالة "مربع" في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ- عين احداثيا شعاع الانسحاب $\vec{u}$ الذي يسمح برسم (C_f) انطلاقا من (P).

ب-في نفس المعلم أرسم بعناية (P) و (C_f).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مع تمنياتي لكم بالنجاح و التوفيق

أستاذ شعبان

تجدون هذا الملف على صفحة: *5min Maths*

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com