najah213.com · نجاح 213



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عبد الحق بن حمودة + بن سخرية الطيب
إمتـحانات بكالوريا تجريبية



الشعبة : عـلوم تـجريبية
دورة مـاي 2021

إختبارفي مادة: الرياضيات — المـدة: 03 سا و 30 د

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعـين التـاليين :**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: ( 04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة كما يلي : $u_0=-3$ و من أجل كلّ كلّ عدد طبيعي $n$ ؛ $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+3n-1$

1/ أ) أحسب $u_1,u_2,u_3$ .

ب) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n\geq 3$ ؛ $u_n>0$ .

ج) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n\geq 4$ ؛ $u_n>3n-4$ ، ثمّ استنتج نهاية المتتالية $(u_n)$ .

2/ لتكن المتتالية العددية $(v_n)$ من أجل كلّ عدد طبيعي ؛ $v_n=u_n-9n+30$ .

أ) برهن أنّ $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول $v_0$ .

ب) أكتب $v_n$ بدلالة $n$ ، ثمّ استنتج $u_n$ بدلالة $n$ .

3/ أ) أحسب بدلالة $n$ الجداء : $P_n=e^{v_0}\times e^{v_1+1}\times e^{v_2+2}\times\cdots\times e^{v_n+n}$ .

ب) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$ .

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام $0,0,0,1,2,3,4$ و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام $-1,3,-4$ نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

1/ أحسب إحتمال الحوادث التالية :

$A$ : الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون .

$B$ : الحصول على كرية حمراء على الأقل تحمل عددا سالبا.

$C$ : الحصول على ثلاث كريات جداء أعدادها معدوم .

2/ نعيد الصندوق إلى وضعيته الأولى و نسحب منه كرتين على التوالي دون إرجاع .

أ) أحسب إحتمال الحدثين $D$ و $E$ حيث $D$ : الحصول على كرتين مختلفتين في اللون ، $E$ الحصول على كرتين جداء رقميهما عدد سالب تماما .

ب) نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد $e^a$ حيث $a$ يساوي أكبر العددين الذين تحملهما الكرتين المسحوبتين إذا كانا مختلفين و يساوي نفس العدد الظاهر على الكرتين المسحوبتين اللتين تحملان نفس العدد .

◁ عيّن قيم $X$ ◁ عيّن قانون إحتمال $X$ ، ثمّ أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ .

◁ أحسب $P(\ln X>4)$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## التمرين الثالث: ( 04 نقطة)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=iz_A$ ، و $z_C=\overline{z_A}$ .

1/ أكتب كلا من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل الجبري و الأسي .

2/ أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ التالية : $\cdots(E)$ $\dfrac{1+i-z}{-1+i-z}=2e^{i\pi}$ .

ب) استنتج أنّ النقطة $A$ هي صورة النقطة $B$ بالتشابه $S$ الذي مركزه $\Omega$ ذات اللاحقة $z_\Omega$ ($z_\Omega$ هو حل المعادلة $(E)$) يطلب تعيين نسبته و زاويته .

3/ عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا تماما .

4/ أ) عيّن $(\Gamma_1)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث : $z=z_C-k\dfrac{z_A}{z_C}$ ، لما $k$ يمسح $\mathbb{R}_+^*$ .

ب) عيّن $(\Gamma_2)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث ؛ $\arg\left[\left(\dfrac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=\pi+2\pi k$ .

## التمرين الرابع: ( 08 نقطة)

**I**) $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-x+1+e^{-x}$ .

1/ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ .

2/ أدرس إتجاه تغير $g$ و شكّل جدول تغيراتها .

3/ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $1.27<\alpha<1.28$ ، ثمّ استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

**II**) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=(2-x)(e^x-1)$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1/ أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ .

ب) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=-2$ ، ثمّ استنتج أنّ $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له .

ج) أدرس الوضع النسبي بين $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة : $y=x-2$ .

2/ أ) أدرس إتجاه تغير $f$ و شكّل جدول تغيراتها .

ب) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{(2-\alpha)^2}{\alpha-1}$ .

ج) أنشئ $(C_f)$ و $(\Delta)$ (نأخذ : $f(\alpha)=1.9$) .

3/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=f(m)$ .

4/ $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=1+(e^{|x|+1}-1)(1-|x|)$ .

أ) بيّن أنّ $h$ زوجية .

ب) تأكد أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من المجال $[0;+\infty[$ : $h(x)=f(x+1)+1$ .

ج) أنشئ $(C_h)$ منحنى الدالة $h$ إنطلاقا من $(C_f)$ مع الشرح .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 04 نقطة)

لتكن المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 1 - \dfrac{1}{2u_n + 1}$ .

1/ برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ؛ $0 < u_n < \dfrac{1}{2}$ .

2/ أثبت $(u_n)$ متزايدة و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

2/ لتكن المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n = \dfrac{3^n u_n}{2u_n - 1}$ .

أ) أثبت أنّ $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أكتب $v_n$ بدلالة $n$ ، ثمّ استنتج $u_n$ بدلالة $n$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ من جديد .

ج) أحسب بدلالة $n$ كلا من $S_n$ و $P_n$ حيث : $S_n = \dfrac{u_0}{2u_0 - 1} + \dfrac{u_1}{2u_1 - 1} + \cdots + \dfrac{u_n}{2u_n - 1}$ .

$P_n = e^{v_0} \times e^{v_1+1} \times e^{v_2+2} \times \cdots e^{v_n+n}$ .

### التمرين الثاني: ( 04 نقطة)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذا ت المجهول $z$ التالية : $(iz + 2i - 2\sqrt{3})(z^2 - 4z + 16) = 0$ .

2/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب $z_A = -2 - 2i\sqrt{3}$ ، $z_B = 2 - 2i\sqrt{3}$ ، و $z_C = 2 + 2i\sqrt{3}$ .

أ) أكتب كلا من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل الأسي .

ب) عيّن الشكل الأسي للعدد المركب $Z$ حيث : $Z = \dfrac{z_B}{z_C^4}$ ، ثمّ استنتج شكله الجبري .

ج) بيّن أنّ : $\left(\dfrac{z_A}{4}\right)^{2020} + \left(\dfrac{z_C}{4}\right)^{1442} = -1$ .

3/ هل توجد قيم للعدد الطبيعي $n$ حتى يكون : $\left(\dfrac{z_A}{4}\right)^n \times \left(\dfrac{z_B}{4}\right)^n \times \left(\dfrac{z_C}{4}\right)^n$ حقيقي سالب ؟ .

4/ أ) عيّن طويلة و عمدة العدد المركب $L$ حيث ؛ $L = \dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ ، ثمّ استنتج طبيعة المثلث $ABC$ .

ب) عيّن مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث : $\arg(z + 2 + 2i\sqrt{3}) + \arg(\overline{z} - 2 + 2i\sqrt{3}) = \dfrac{\pi}{2}$ .

### التمرين الثالث: ( 04 نقطة)

يحتوي صندوق على 5 كريات حمراء تحمل الأعداد $-2, 2, 2, 2, 3$ و أربع كريات خضراء تحمل الأعداد $-2, 3, 3, 3$ و كرية زرقاء تحمل العدد $-1$ ، كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند المس ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .

1/ أ) أحسب إحتمال الحدثين $A$ و $B$ حيث ؛ $A$ : الحصول على كرتين من نفس الون ، $B$ : الحصول على كرتين تحملان عددين جداء هما عدد سالب .

ب) أحسب الإحتمالين ؛ $P(A \cap B)$ و $P(\overline{A \cup B})$ .

2/ نعتبر المتغير العشوائي $X$ المعرف كما يلي :

إذا كانت الكرتين المسحوبتين تحملان نفس العدد فإنّ $X$ يأخذ العدد نفسه ، و إذا كانت الكرتين المسحوبتين تحملان عددين مختلفين فإنّ $X$ يأخذ العدد الأكبر فيهما .

أ) عيّن القيم الممكنة لـ $X$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



ب) عيّن قانون إحتمال $X$ ، ثمّ أحسب أمله الرياضي $E(X)$ .

ج) أحسب $P(C_5^x = 10)$ .

## التمرين الرابع: ( 08 نقطة)

**I)** لتكن الدالة $g$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x) = \dfrac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$ .

1/ أدرس تغيرات الدالة $g$ (حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف مطلوب ) .

2/ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $0.4 < \alpha < 0.5$ .

3/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$ .

**II)** لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$ ، ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1/ أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ، ثمّ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

2/ أ) أدرس إتجاه تغير $f$ و شكّل جدول تغيراتها .

ب) بيّن أنّ $f(\alpha) = 4 - \alpha - \dfrac{4}{\alpha+1}$ ، ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ ($\alpha$ هو حل المعادلة $g(x) = 0$) .

3/ بيّن أنّه يوجد مماسان $(T_a)$ ، $(T_b)$ للمنحنى $(C_f)$ يشملان النقطة $A(1;0)$ ، يطلب تعيين معادلتيهما .

4/ أنشئ $(C_f)$ ، $(T_a)$ و $(T_b)$ .

5/ $m$ وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة $m + (x-1)\ln(x+1) = mx - 1$ .

6/ نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(x^2)$ .

◁ أدرس تغيرات الدالة $h$ دون حساب $h'(x)$ .

بالتوفيق في إمتحان شهادة البكالوريا إن شاء الله



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com