najah213.com · نجاح 213

ثانوية زروقي مستغانم

المستوى : ثالثة تقني رياضي (2)

السنة الدراسية : 2024 – 2025

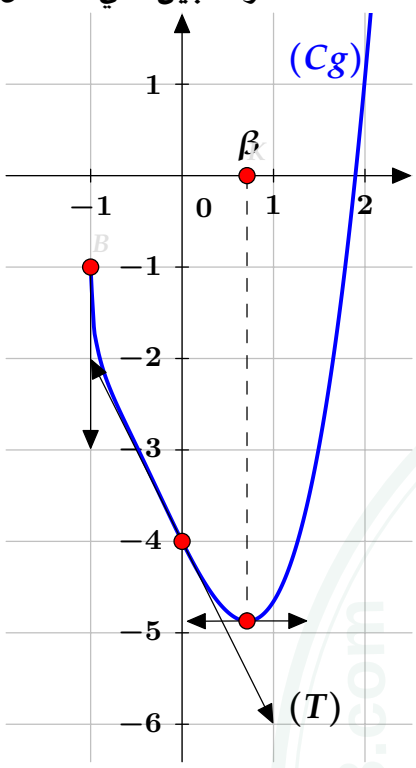
الفرض الأول في مادة الرياضيات

90 دقيقة

التمرين

I لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^3-4\sqrt{x+1}$

(C_g) تمثيلها البياني و المستقيم (T) مماس للمنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو مبين في الشكل :



❶ بقراءة بيانية عين :

◄ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(\dfrac{x\cos\pi x}{x^2+\sqrt{x}}\right)$.

◄ $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{g(h)+4}{2h}$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}\dfrac{g(x)+1}{x+1}$ ، $g'(\beta)$ و فسر النتائج بيانيا.

❷ اكتب معادلة المماس (T) ثم استنتج معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(-1,-1)$ و يوازي (T).

❸ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $g(x)=-2x+m$.

❹ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1,+\infty[$ ثم تحقق أن $1.89<\alpha<1.9$.

❺ استنتج اشارة $g(x)$.

II لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1,0[\cup]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{x^2}+\sqrt{x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

❶ احسب $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❷ بين أنه من أجل كل x من $]-1,0[\cup]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^3\sqrt{x+1}}$.

❸ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❹ ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0=-1$ و فسر النتيجة هندسيا.

❺ بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha^2}+\dfrac{\alpha^3}{4}$ ثم استنتج حصرا له.

❻ بين أن المنحنى (γ) الذي معادلته : $y=\sqrt{x+1}$ و المنحنى (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (γ).

❼ بين كيف يمكن استنتاج رسم المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة : $x\mapsto\sqrt{x}$ ثم ارسم (γ) و (C_f).



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الفرض الأول — 3 ثانوي

التمرين الثاني

① دراسة إشارة $g(x)$:

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g\left(\frac{x\cos\pi x}{x^2+\sqrt{x}}\right) = -4$ ($\frac{x\cos\pi x}{x^2+\sqrt{x}} \to 0$)

$\lim_{h\to 0} \frac{g(h)+4}{2h} = \frac{1}{2}g'(0) = \frac{1}{2}(-2) = -1$

(C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه -2.

$\lim_{x\to-1} \frac{g(x)+1}{x+1} = -\infty$

(C_f) يقبل نصف مماس موجه نحو الأعلى معادلته $x=-1$.

$g'(\beta)=0$ ، (C_f) يقبل مماسا أفقيا معادلته $y=f(\beta)$.

② معادلة المماس (T):

$y = g'(0)(x-0)+g(0)$

$(T): y = -2x-4$.

- معادلة المستقيم (Δ):

(Δ) و (T) لهما نفس معامل التوجيه

$(\Delta): y = -2x+b$

$A\in(\Delta)$ معناه:

$y_A = -2x_A+b$

$b=-3$

إذن معادلة المستقيم (Δ) هي $y=-2x-3$

③ كما قشة البيانية:

$g(x) = -2x+m$

قيم m	عدد وإشارة حلول المعادلة
$m<-4$	لا يوجد حلول
$m=-4$	حل مضاعف
$-4<m\leq-3$	حلين مختلفين في الإشارة

$m>-3$	حل وحيد موجب

④ نبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد:

- بما أن g مستمرة ومتناقصة تماما على $[-1,\beta]$ و $0\notin]-1,f(\beta)[$ فإنه لا يوجد حل في المجال $[-1,\beta]$.

- بما أن الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[\beta,+\infty[$ و $0\in]f(\beta),+\infty[$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $g(\alpha)=0$.

- التحقق: $g(1,29)\times g(1,3) < 0$

$\approx -0,05$ $\approx +0,05$

⑤ استنتاج إشارة $g(x)$:

x	-1		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

II

① حساب:

$\lim_{x\to0} f(x) = +\infty$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=0$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} + \sqrt{x+1} = +\infty$

② إثبات أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^3\sqrt{x+1}}$

لدينا:

$f'(x) = \frac{-2x}{x^4} + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$= \frac{-2(2\sqrt{x+1})+x^3}{2x^3\sqrt{x+1}} = \frac{g(x)}{2x^3\sqrt{x+1}}$

إشارة المشتقة من إشارة البسط والمقام.

جدول التغيرات:

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ⓒ اثبات أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{\alpha^3}{4}$

لدينا: $g(\alpha) = 0$ تكافئ $\alpha^3 - 4\sqrt{\alpha+1} = 0$

$\sqrt{\alpha+1} = \frac{\alpha^3}{4}$

ومنه: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2} + \sqrt{\alpha+1} = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{\alpha^3}{4}$.

حصر $f(\alpha)$:

$1{,}89 < \alpha < 1{,}9$

$0{,}277 < \frac{1}{\alpha^2} < 0{,}279$

$1{,}689 < \frac{\alpha^3}{4} < 1{,}714$

اذن: $1{,}966 < f(\alpha) < 1{,}993$

ⓓ اثبات أن (γ) و (C_f) متقاربان:

$\ell : f(x) - \sqrt{x+1}$

$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 0$

اذن (γ) و (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$.

- دراسة الوضعية:

x	-1		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	‖	$+$	
الوضعية النسبية		(C_f) فوق (γ)	‖	(C_f) فوق (γ)	

ⓔ يمكن تبرير (γ) اقتراب من منحنى الدالة $\sqrt{x}$ وهو نصف قطع مكافئ رأسه النقطة $\vec{w}(-1;0)$.

x	-1		0		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x^3$		$-$	0	$+$		$+$	
$\sqrt{x+1}$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$+$	0	$+$	0	$+$	

الدالة f متزايدة تماما على المجالين $[\alpha; +\infty[$ و $]-1; 0[$ وتناقصة تماما على $]0; \alpha[$.

- جدول التغيرات:

x	-1		0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ 1	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

ⓕ دراسة قابلية اشتقاق الدالة f:

$$\lim_{x \to -1} \frac{\frac{1}{x^2} + \sqrt{x+1} - 1}{x+1}$$

$$= \lim_{x \to -1} \frac{\frac{1-x^2}{x^2} + \sqrt{x+1}}{x+1}$$

$$= \lim_{x \to -1} \frac{1-x^2}{x^2(x+1)} + \frac{\sqrt{x+1}}{x+1}$$

$$= \lim_{x \to -1} \frac{(1-x)(1+x)}{x^2(x+1)} + \frac{\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}(x+1)}$$

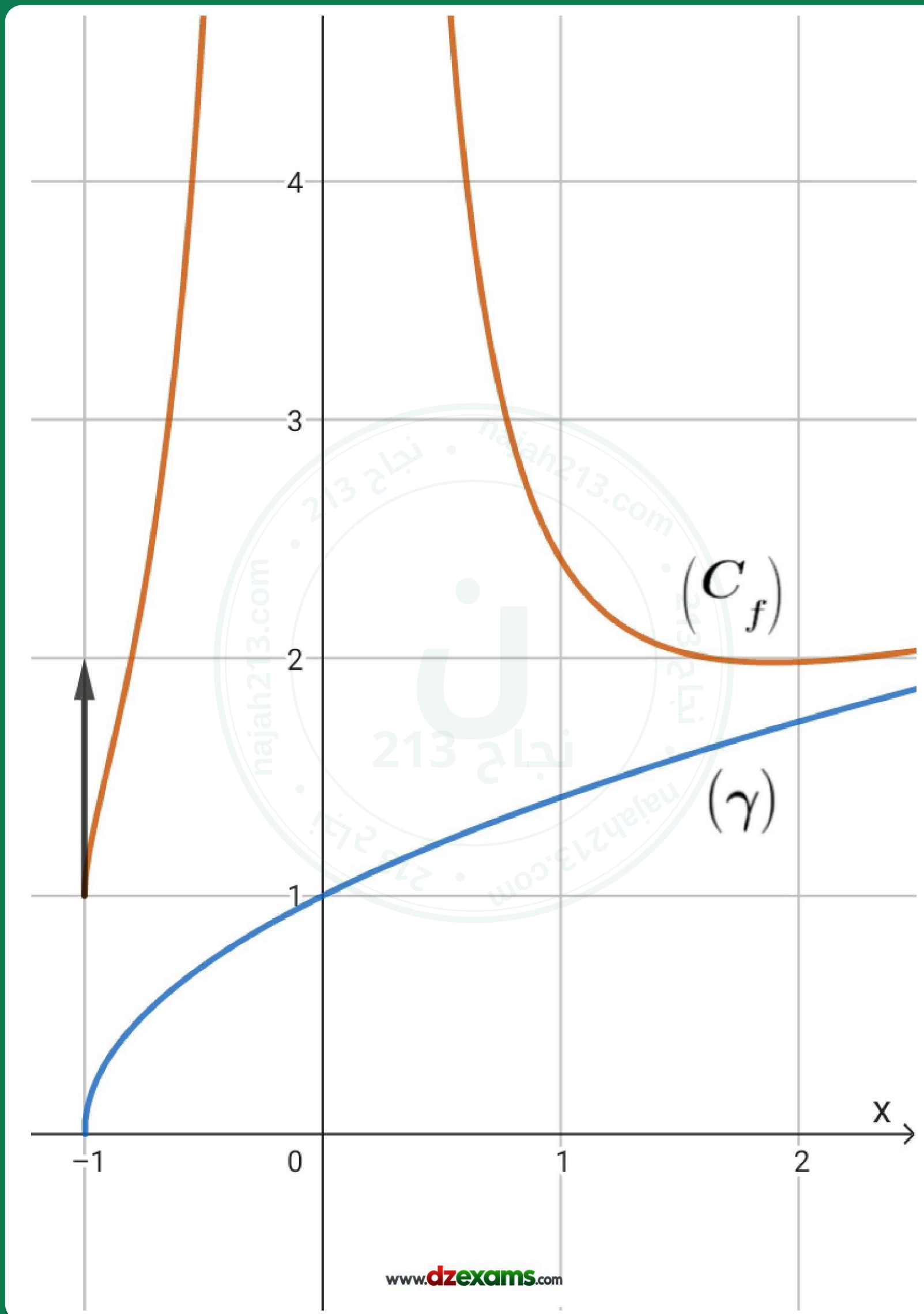
$$= \lim_{x \to -1} \frac{1-x}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = +\infty$$

($x^2 \to 2$، $\sqrt{x+1} \to 0^+$)

(C_f) يقبل مماس موجه نحو الأعلى معادلته $x = -1$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً