najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية للجزائر وسط

إمتحان البكالوليا التجريبي — دورة ماي 2019

الشعبة : رياضيات — ثانوية سعد دحلب-القبة

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 4 سا

على المترشح اختيار احد الموضوعين التاليين :

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: (04 نقاط)

من اجل العدد الطبيعي $n$ نعرف المعادلة $(E_n)$ التالية: $645x-195y=13^{n}-54n-1$ ، حيث $x$ و $y$ عددين صحيحين.

1. أ ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $13^{n}$ على 15 .

ب) عين مجموعة قيم الطبيعي $n$ التي من اجلها العدد المعادلة $(E_n)$ تقبل حلول.

2. تحقق ان الثنائية $(1;3)$ حل للمعادلة $(E_2)$ ثم حل المعادلة $(E_2)$.

3. عين العددان الطبيعيان $\alpha$ و $\beta$ علما أنه في النظام ذي الأساس 6 ،العدد $a$ يكتب على الشكل $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ ويكتب على الشكل $\overline{\beta 0444}$ في النظام ذي الأساس 5.

4. الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;I;J;K)$

أ ) أثبت ان مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $(3x-y-12z)^2+(x-y-90z+2)^2=0$ هي لمستقيم $(\Delta)$.ثم اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(P)$ الذي يحوي $(\Delta)$ ويشمل النقطة $A(1;3;0)$ .

ب ) بين ان احداثيات نقط المستقيم $(\Delta)$ تحقق المعادلة $(E_2)$ ثم استنتج مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من المستقيم $(\Delta)$ التي احداثياتها اعداد صحيحة.

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n=\int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x}\sin(x)\,dx$

1- باستعمال البرهان بالتراجع بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $\cos(n\pi)=(-1)^n$.

2- أ ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n=(-1)^n\dfrac{e^{-\pi}+1}{2}e^{-n\pi}$

ب) بين ان المتتالية $(u_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

3- من اجل العدد طبيعي $n$ نعرف المجموع $S_n$ كما يلي : $S_n=1+\dfrac{u_1}{u_0}+\left(\dfrac{u_2}{u_1}\right)^2+\ldots+\left(\dfrac{u_n}{u_{n-1}}\right)^n$ .

- أكتب $S_n$ بدلالة $n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ .

4 – عبر بدلالة $n$ الجداء $P_n$ المعرف على $\mathbb{N}$ بـ : $P_n=u_0\times u_1\times\ldots\times u_n$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## اختبار في مادة : الرياضيات/ الشعبة : رياضيات / البكالوليا التجريبي - دورة ماي 2019-

### التمرين الثالث: (05نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1- ليكن العدد المركب $\beta$ بحيث: $\beta = 4\sqrt{2}(1+i)$

أ ) أكتب العدد $\beta$ على الشكل الأسي والمثلثي .

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(1).....z^3 = \beta$ .

جـ) بين انه اذا كان : $z_1$ ، $z_2$ و $z_3$ حلول المعادلة $(1)$ فإن: $\frac{z_2 \times z_3}{(z_1)^2} = \frac{z_1 \times z_3}{(z_2)^2} = \frac{z_1 \times z_2}{(z_3)^2}$

2- لتكن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $D$ و $H$ التي لاحقتها على الترتيب: $z_A = \alpha$ ، $z_B = e^{i2\pi} + \frac{\alpha - 1}{\alpha}i$ ،

$z_C = \alpha e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_D = -\frac{1}{\alpha}i$ و $z_H = 1 + z_D$ حيث : $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما يختلف عن 1.

أ ) تحقق ان : $z_B - z_D = \overline{z_D}(z_A - z_c)$ ثم بين ان: $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(z_B - z_D)\right]^{2016} = iz_A \times z_D$

ب) استنتج ان المستقيمين $(AC)$ و $(BD)$ متعامدان.

جـ) بين انه يوجد تحويل نقطي $f$ يحول النقطة $A$ إلى $B$ ويحول النقطة $C$ إلى $D$ يطلب تعيين عناصره المميزة.

د) بين ان المثلثين $OAC$ و $BHD$ متشابهان،ثم احسب مساحتيهما.

3- عين مجموعة النقط $(\Gamma)$ للنقط $M$ ذات الاحقة $z$ حيث : $\arg(\overline{z} + i\alpha) = -\arg(z_A - z_C) + 2k\pi$

$k \in \mathbb{Z}$

### التمرين الرابع : (07 نقاط)

$k$ حيث عدد حقيقي موجب تماما.

I. $g_k$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g_k(x) = 1 + (1+kx)e^{kx}$ .

1- ادرس اتجاه تغير الدالة $g_k$ على $\mathbb{R}$ مشكلا جدول تغيراتها.

2- استنتج اشارة $g_k(x)$ على $\mathbb{R}$ .

II. $f_k$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x) = x - 1 + xe^{kx}$ .

$(C_k)$ تمثيلها البياني في المتجانس و المتعامد المعلم في $(O;I;J)$. حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1- أ ) بين ان جميع المنحنيات $(C_k)$ تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثيتيها.

ب) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f_k(x)$ .

جـ) بين ان جميع المنحنيات $(C_k)$ تقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ ثابت يطلب كتابة معادلته. ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_k)$ و المستقيم $(\Delta)$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## اختبار في مادة : الرياضيات/ الشعبة : رياضيات / البكالوليا التجريبي - دورة ماي 2019-

2- ادرس اتجاه تغير الدالة $f_k$ على $\mathbb{R}$ مشكلا جدول تغيراتها.

3- أ ) بين ان جميع المنحنيات $(C_k)$ تقبل مماس $(T)$ معادلته $y = 2x - 1$ عند الفاصلة $x_0$ يطلب تعيينها.

ب) عين احداثيات $I$ نقطة انعطاف للمنحنيات $(C_k)$.

4- أ ) بين ان المعادلة $f_k(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0 \leq \alpha \leq 1$.

ب) بين ان المسافة بين النقطة $N\left(\alpha; f_1(\alpha)\right)$ و المستقيم $(\Delta)$ تساوي $\frac{\alpha e^{\alpha}}{\sqrt{2}}$

5- بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ فإن: $f_k(x) + f_{-k}(-x) = -2$ .ماذا تستنتج؟

6- أنشئ كل من : $(\Delta)$، $(T)$، $(C_1)$و $(C_{-1})$ في نفس المعلم

انتهى الموضوع الأول.
بالتوفيق

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## اختبار في مادة : الرياضيات/ الشعبة : رياضيات / البكالوليا التجريبي - دورة ماي 2019-

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

I. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $6x+7y=57...(E)$

II. الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;I;J;K)$

المستويات $(P_m)$ ذي المعادلة: $(m+1)x+(m+2)y+(m+3)z-57=0$ حيث $m\in\mathbb{R}$

1- أثبت ان جميع المستويات $(P_m)$ تتقاطع في مستقيم $(\Delta)$ يطلب كتابة تمثيلا وسيطيا له.

2- ناقش حسب قيم الوسيط تقاطع المستويات $(P_m)$ وسطح الكرة $(S)$ ذو المعادلة: $x^2+y^2+z^2+2y-6z-15=0$

3- ليكن المستقيم $(D)$ تقاطع المستوي $(P_5)$ مع المستوي $(O,I,J)$

أ) بين انه توجد نقطة وحيدة من $(D)$ احداثياتها أعداد طبيعية.

ب) $N(x_0;y_0;z_0)$ نقطة من المستوي $(P_5)$ حيث $x_0$ ، $y_0$ و $z_0$ أعداد طبيعية. بين ان $y_0=2k+1$ حيث $k\in\mathbb{N}$

ج) عين باقي قسمة العدد $(k+z_0)$ على3

د) $p$ عدد طبيعي حيث : $3p=k+z_0-1$ بين ان : $x_0+k+4p=7$ ثم استنتج القيم الممكنة للعدد $p$ .

و) استنتج كل النقط $N$ من المستوي $(P_5)$ ذات الإحداثيات الطبيعية.

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس $U_1$ يحتوي على $n$ كرة بيضاء ( $n$ عدد طبيعي غير معدوم) و3 كرات سوداء .

كيس $U_2$ يحتوي على كرتين بيضاوين و كرة سوداء.

كرات الكيسين متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نعرف اللعبة التالية :نسحب عشوائيا من الكيس $U_1$ كرة واحدة ونضعها في الكيس $U_2$ ثم نسحب عشوائيا من الكيس $U_2$ كرة واحدة ونضعها في الكيس $U_1$.

I. 1- احسب احتمال ان يسترجع الكيسين كرتاهم الإبتدايية.

2- ما هو احتمال ان تكون الكرة بيضاء واحدة فقط في الكيس $U_2$.

II. نضيف الى اللعبة مايلي:

اللاعب يدفع $200DA$ قبل بداية اللعبة

اللاعب يتحصل على $20\times n\ DA$ اذا كان في الكيس $U_2$ كرة بيضاء واحدة.

اللاعب يتحصل على $10\times n\ DA$ اذا كان في الكيس $U_2$ كرتين بيضاوين .

اللاعب لا يتحصل على مبلغ اذا كان في الكيس $U_2$ 3 كرات بيضاء.

$X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بقيمة المبلغ المتحصل عليه ( ربح أو خسارة)

1- أكتب قانون احتمال $X$ . ثم احسب $E(X)$.

2- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ ربح وخسارة الاعب .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## اختبار في مادة : الرياضيات/ الشعبة : رياضيات / البكالوليا التجريبي - دورة ماي 2019-

### التمرين الثالث: (05نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

I. $m$ عدد حقيقي غير معدوم.

1- نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E): z^3-(4+mi)z^2+(13+4mi)z-13mi=0$

بين ان المعادلة $(E)$ تقبل حلا تخيلا صرفا. ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E)$.

2- لتكن النقطتان $A$ و $B$ التي لاحقتها على الترتيب: $z_A=mi$ و $z_B=2+3i$

أ)بين ان لاحقة $C$ صورة $B$ بالتشابه $S$ الذي مركزه $A$ و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ هي : $z_C=\left(\frac{m-1}{2}\right)+i\left(\frac{5+m}{2}\right)$

ب)عين $z_E$ لاحقة النقطة $E$ صورة $D$ لاحقتها $z_D=5$ بالدوران $R$ الذي مركزه $I$ منتصف $[AB]$ وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

جـ) أكتب العدد $\frac{z_D-z_A}{z_E-z_C}$ على الشكل الأسي. ثم فسر النتيجة هندسيا

II. نضع : $m=1$

1- نرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $Z$ حيث $Z\neq Z_A$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $Z'$ حيث $Z'=\frac{\overline{Z}(Z-i)}{\overline{Z}+i}$

أ) اثبت انه اذا كان : $Z\neq 0$ و $Z'\neq 0$ فإن: $\begin{cases}|Z'|=|Z|\\ \arg(Z')\equiv 2\arg(Z-i)-\arg(Z)[2\pi]\end{cases}$

ب) بين انه اذا كان : $|Z|=1$ فإن: $Z'=-i$

2- عين مجموعة النقط $(\Gamma)$ للنقط $M$ حيث $Z'$ تخيلي صرف.

### التمرين الرابع : (07 نقاط)

$n$ عدد طبيعي غير معدوم .

$f_n$ دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases}f_n(x)=x(1-\ln x)^n;x>0\\ f(0)=0\end{cases}$.

$(C_n)$ تمثيلها البياني في المتجانس و المتعامد المعلم في $(O;I;J)$. حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

I. 1- أ )ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f_n$ على يمين 0 .

ب) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_2(x)$ .

2 - ادرس اتجاه تغير الدالتين $f_1$ و $f_2$ على $\mathbb{R}$ مشكلا جدول تغيراتها.

3- أ )بين ان للمنحنى $(C_2)$ نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $(C_1)$ و $(C_2)$ ثم انشئ كل $(C_1)$ و $(C_2)$من في نفس المعلم.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## اختبار في مادة : الرياضيات/ الشعبة : رياضيات / البكالوليا التجريبي - دورة ماي 2019-

**II.** نعتبر الدالة $F$ المعرفة على $]-\infty;0]$ كما يلي : $F(x)=\int_{e^x}^{1}\frac{f_1(t)}{1+t^2}dt$

1- أ ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-\infty;0]$ فإن: $F'(x)=\frac{(x-1)e^{2x}}{(1+e^{2x})}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $F$ على $]-\infty;0]$.

2 - أ ) بين انه من اجل كل $x\le 0$ فإن: $\frac{1}{2}\int_{e^x}^{1}f_1(t)dt\le F(x)\le\frac{1}{(1+e^{2x})}\int_{e^x}^{1}f_1(t)dt$

ب) بين انه $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\int_{e^x}^{1}f_1(t)dt\right)=\frac{3}{4}$

**III.** $(u_n)$ متتالية عددية معرفةعلى $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $u_n=\int_{1}^{e}f_n(x)dx$

1- أ )بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم: $u_n\ge 0$.

ب)ادرس اشارة $f_{n+1}(x)-f_n(x)$ على المجال $[1;e]$ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .ماذا تستنتج؟

2- أ ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم: $u_{n+1}=-\frac{1}{2}+\frac{(n+1)}{2}u_n$

ب) استنتج مساحة الحيز المحصور بين $(C_1)$ و $(C_2)$ و المستقيمين $x=1$ و $x=e$

3- بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n\ge 2$ : $\frac{1}{n+1}\le u_n\le\frac{1}{n-1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

**انتهى الموضوع الثاني.**

**بالتوفيق**

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com