الكالي للرياضيات

MATH

الأستاذ الكالي خليل



2AS

جميع الشعب العلمية

ملخص درس في المرجح مع تمارين بالحل

- جميع الشعب العلمية
- تمارين متنوعة شاملة
- شرح مبسط
- دروس وتمارين

من اعداد
الأستاذ الكالي خليل

لمتابعتنا عبر صفحتنا على الفيسبوك او على اليوتيوب قومو بالظغط على الروابط الاتية

facebook YouTube

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

ملخص درس المرجح

A, B و C ثلاث نقط من المستوى و k عدد حقيقي غير معدوم.

مرجح نقطتين

G مرجح يعني $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$ حيث $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$ وَ $\alpha + \beta \neq 0$

''إنشاء G''

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$$

'' تعين مجموعة النقط''

$$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{AG}$$

'' حساب احداثيات G''

$$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B}{\alpha+\beta}$$

$$y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B}{\alpha+\beta}$$

ملاحظة ونتائج

- تسمى النقطة G كذلك مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,a),(B,b)\}$
- إذا كانت النقطة G مرجحا للجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ فان G تنتمي الى المستقيم (AB)
- إذا كانت النقطة G مرجحا للجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ وكان α و β من نفس الإشارة فان $G \in [AB]$
- إذا كانت النقطة G مرجحا للجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ وكان α و β مختلفين في الإشارة فان G تقع خارج القطعة $[AB]$
- إذا كانت G مرجح للجملة المثقلة $\{(A,a),(B,\alpha)\}$ فإن G تقع في منتصف القطعة $[AB]$
- إذا كانت النقطة G مرجحا للجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ فإن G مرجح $\{(A,K\alpha),(B,K\beta)\}$
- إذا كانت النقطة G مرجحا للجملة $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ فإن G وحيدة

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مرجح ثلاث نقط

G مرجح يعني $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ حيث $\alpha,\beta,\gamma\in\mathbb{R}^*$ و $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$

''إنشاء G''

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$$

'' تعين مجموعة النقط M''

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$$

'' حساب احداثيات G''

$$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

$$y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

G مرجح للجملة

$\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$

$\alpha+\beta\neq 0$ ⇩ ليكن H مرجح $\{(A,\alpha),(B,\beta)\}$ ⇩

G مرجح $\{(H,\alpha+\beta),(C,\gamma)\}$

ملاحظة ونتائج

- تسمى النقطة G مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$
- مرجح ثلاث نقاط ليست في إستقامية A, B و C يقع داخل المستوي (ABC)
- إذا كانت النقطة G كذلك مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\alpha),(C,\alpha)\}$ وكانت A, B و C ليست على استقامية فان G مركز ثقل المثلث ABC
- إذا كانت G مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$ وكانت α و β و γ من نفس الإشارة وكانت A, B و C ليست على استقامية فإن G تقع داخل المثلث ABC
- إذا كانت G مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)\}$ فإن G مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,k\alpha),(B,k\beta),(C,k\gamma)\}$.

من اعداد الأستاذ خليل الكالي

facebook KHALIL ELKALI أستاذ الرياضيات خليل الكالي
YouTube KHALIL ELKALI
الكالي للرياضيات
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 01

ليكن في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I};\vec{J})$ ثلاث نقاط

$A(3,2)$, $B(2,-2)$, $C(-3,2)$

1) احسب احداثياتي النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-1)\}$
2) احسب احداثيات النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-2),(C,3)\}$
3) احسب احداثياتي H_1 منتصف القطعة $[AB]$
4) احسب احداثياتي النقطة H_2 مركز ثقل المثلث ABC

تمرين 02

لتكن A و B نقطتين متمايزتان من المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I};\vec{J})$

أنشئ النقطة I في كل حالة من الحالات التالية:

1) نعتبر النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2)\}$
2) نعتبر النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-1),(B,-2)\}$
3) نعتبر النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,3)\}$
4) نعتبر النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-3),(B,2)\}$
5) نعتبر النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3),(B,3)\}$

تمرين 03

لتكن A ، B و C ثلاث نقط من المستوي متمايزة

أنشئ G بطريقين في كل حالة من الحالات التالية:

1) أنشئ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,-2),(C,3)\}$
2) أنشئ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,2),(C,1)\}$
3) أنشئ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1),(C,1)\}$ (للمحاولة)
4) أنشئ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,3),(C,-2)\}$ (للمحاولة)

تمرين 04

ليكن A ، B ، C و D أربع نقط من المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I};\vec{J})$

G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-1),(B,2),(C,3)\}$ و I مرجح الجملة المثقلة $\{(D,1),(C,2)\}$

- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}||=2$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

- عين (E_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| = 3$
- عين (E_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| = 0$
- عين (E_3) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| = -2$
- عين (E_4) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| < 3$
- عين (E_5) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|| \leq 3$
- عين (E_6) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| > 3$
- عين (E_7) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| \geq 2$
- عين (E_8) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|| > 1$
- عين (E_9) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|| > 0$
- عين (E_{10}) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $3|| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|| = 4||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}||$
- عين (E_{11}) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|| = || -\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA}||$
- عين (E_{12}) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}) \perp \frac{4}{3}(\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC})$

تمرين 05

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{I}; \vec{J})$ وَ $||\vec{\imath}|| = 1cm$

$A(1,2)$, $B(1,-2)$, $C(-3,0)$

1) عين احداثيتي G مركز ثقل المثلث ABC
2) أنشئ النقط A، B، C و G
3) عين قيمة m حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A, m+2), (B, m^2+m), (C, m)\}$ مرجح لها حيث $m \in \mathbb{R}$.
4) عين احداثيتي H_1
5) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = 3$
   أ- اكتب $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$
   ب- عين مجموعة النقط (E) ثم أنشئها في المعلم السابق.
6) لتكن (E_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = 3||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = 5$
   أ- اكتب $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MH_1}$
   ب- عين مجموعة النقط (E_1) ثم أنشئها في المعلم السابق.

تمرين 06

ليكن في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{I}; \vec{J})$ وَ $||\vec{\imath}|| = 1cm$

ABC مثلث متقايس الاضلاع حيث $AB = 4cm$ وَ $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

1) بين ان H مرجح النقطتين A و B المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعينها.
2) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,2), (B,1), (C,3)\}$
   - أنشئ النقطة G بطريقتين مختلفتين.
3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|| = 3|| -\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}||$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أ- اكتب الشعاع $\overrightarrow{MG}$ بدلالة $-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}$

ب- بين ان الشعاع $-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ مستقل على M

ت- عين مجموعة النقط (E) ثم انشئها.

تمرين 07

ليكن في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I};\vec{J})$ وَ $\|\vec{\imath}\|=1cm$. $ABCD$ مستطيل

حيث $AB=6cm\ ;\ AC=3cm\ ;\ \overrightarrow{AH}=\frac{4}{3}AB$

1) تبيان ان H مرجح النقطتين A و B المرفقتين على الترتيب بالمعاملين 1 و -4 ثم أنشئها.

2) ليكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,-4),(C,1)\}$

- بين ان G ، H و C على إستقامية واحدة، ثم أنشها.

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||=||\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||$

أ- بين ان B تنتمي الى (E).

ب- احسب BD

ج- بين ان الشعاع $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ مستقل على M.

د- اكتب الشعاع $\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$

ه- عين مجموعة النقط (E) ،ثم أنشئها؟

تمرين 08

ليكن في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I};\vec{J})$ وَ $\|\vec{\imath}\|=1cm$. $ABCD$ متوازي اضلاع، ليكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2),(C,3),(D,-1)\}$

1) أنشئ I و H مرجحي الجملتين المثقلتين $\{(A,1),(B,2)\}$ و $\{(C,3),(D,-1)\}$ على التوالي.

2) باستعمال خاصية التجميع بين ان G مرجح I و H المرفقتين بالمعاملين 3 و 2 على الترتيب. ثم أنشئ G.

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $||\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}||=3$

أ- اكتب $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$

ب- عين مجموعة النقط (E) ،ثم انشئها

4) لتكن (E_1) مجموعة النقط M من المستوي:

$$||\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}||<||\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||$$

أ- بين ان الشعاع $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ مستقل على M.

ب- عين مجموعة النقط M. ثم أنشئها (يعطى $BD=4cm$)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 09

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I};\vec{J})$ وَ $\|\vec{\imath}\| = 1cm$ حيث ABC مثلث كيفي.

وَ H نقطة من المستوي التي تحقق $2\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ و G نقطة من المستوي المعرفة كما يلي $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

1) بين ان H مرجح للنقطتين A و B مرفقتين بمعاملين يطلب تعينهما
2) بين ان G مرجح نقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ،β و γ يطلب تعينهما
3) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $2\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 3\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$
4) أ) *عين* قيم الحقيقي m حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A,m+1),(B,m^2),(C,m+3)\}$ مرجح لها I_m
ب) *عين* احداثياتي I_m بدلالة m إذا علمت ان $A(-1,-1)$ ، $B(-2,3)$ و $C(2,-3)$.

ج) *هل* توجد قيمة ل m حتى تكون النقطة $I(3,2)$ مرجح للجملة.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل تمرين 01

1) حساب احداثياتي النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-1)\}$

$$x_I = \frac{2x_A+(-1)x_B}{2-1} = \frac{2(3)+(-1)(2)}{1} = 4$$

$$y_I = \frac{2y_A+(-1)y_B}{2-1} = \frac{2(2)+(-1)(-2)}{1} = 6$$

اذن $I(4,6)$

2) حساب احداثياتي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-2),(C,3)\}$

$$x_G = \frac{2x_A+(-2)x_B+3x_C}{2-2+3} = \frac{2(3)+(-2)(2)+3(-3)}{3} = \frac{-7}{3}$$

$$y_G = \frac{2y_A+(-2)y_B+3y_C}{2-2+3} = \frac{2(2)+(-2)(-2)+3(2)}{3} = \frac{14}{3}$$

اذن $G\left(\frac{-7}{3},\frac{14}{3}\right)$

3) حساب احداثيات H_1 منتصف القطعة $[AB]$

بما ان H_1 منتصف القطعة $[AB]$ إذا H_1 مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\alpha)\}$ حيث $\alpha \neq 0$ من اجل $\alpha = 1$ نجد ان H_1 مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1)\}$ ومنه

$$x_{H_1} = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$$

$$y_{H_1} = \frac{y_A+y_B}{2} = \frac{2-2}{2} = 0$$

اذن $H_1\left(\frac{5}{2},0\right)$

4) حساب احداثيات النقطة H_2 مركز ثقل المثلث ABC

هذا يعني H_2 مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\alpha),(C,\alpha)\}$ حيث $\alpha \neq 0$ نضع $\alpha = 1$ نجد ان H_2 مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1),(C,1)\}$ ومنه نجد

$$x_{H_2} = \frac{x_A+x_B+x_C}{3} = \frac{3+2-3}{3} = \frac{2}{3}$$

$$y_{H_2} = \frac{y_A+y_B+y_C}{3} = \frac{2-2+2}{3} = \frac{2}{3}$$

اذن $H_2\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل تمرين 02

نستخدم هذا القانون $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$ لحل هذا التمرين

1) بما ان I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2)\}$ ومنه $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{1+2}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$



2) بما ان I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-1),(B,-2)\}$ ومنه نجد $\overrightarrow{AI} = \frac{-2}{-1-2}\overrightarrow{AB} = \frac{-2}{-3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$



3) بما ان I مرجح الجملة $\{(A,-2),(B,3)\}$ ومنه نجد $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{-2+3}\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AB}$



4) بما ان I مرجح الجملة $\{(A,-2),(B,2)\}$ ومنه نجد $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{-3+2}\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AB}$



5) بما ان I مرجح الجملة $\{(A,3),(B,3)\}$ ومنه نجد $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{3+3}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{6}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



حل تمرين 03

نستعمل في الطريقة الأولى القانون $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta\alpha}\overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ (خاصية متوازي الاضلاع)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ونستعمل في الطريقة الثانية خاصية التجميع.

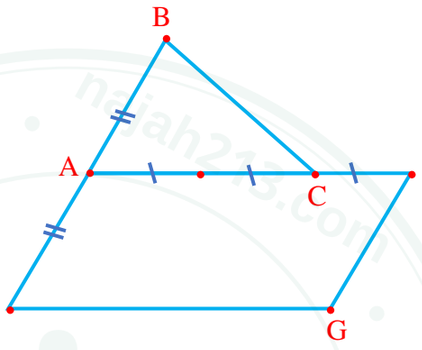
1) الطريقة الأولى

بما ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,-2),(C,3)\}$ ومنه

$$\overrightarrow{AG}=\frac{-2}{1-2+3}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{1-2+3}\overrightarrow{AC}=\frac{-2}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

اذن $\overrightarrow{AG}=-\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

باستخدام خاصية متوازي اضلاع

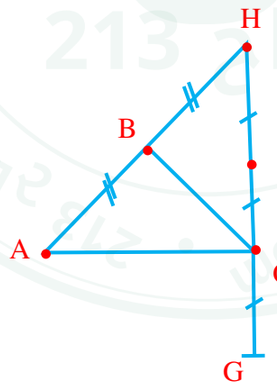


2) الطريقة الثانية

بما ان $1-2\neq 0$ اذن الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,-2)\}$ تقبل مرجح ليكن H ومنه $\overrightarrow{AH}=\frac{-2}{1-2}\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AB}$

وباستعمال خاصية التجميع نجد ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(H,-1),(C,3)\}$ ومنه نجد ان $\overrightarrow{HG}=\frac{3}{-1+3}\overrightarrow{HC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{HC}$

نقوم بإنشاء H ثم باستعمال H نقوم بإنشاء G



3) الطريقة الأولى

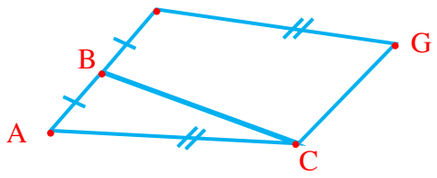
بما ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,2),(C,1)\}$ ومنه

$$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{-2+2+1}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{-2+2+1}\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$$

اذن $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

استعمال خاصية متوازي اضلاع

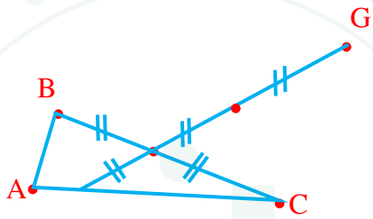


4) الطريقة الثانية

بما ان $0 \neq 1 + 2$ اذن الجملة المثقلة $\{(B,2),(C,1)\}$ تقبل مرجح ليكن H ومنه $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{2+1}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

وباستعمال خاصية التجميع نجد ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2),(H,3)\}$ ومنه نجد ان $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{-2+3}\overrightarrow{AH}$

اذن $\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AH}$



حل تمرين 04

نستخدم في هذا التمرين قانون $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = (\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$

وكذلك قانون $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{MI}$

⌦ بما ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-1),(B,2),(C,3)\}$ فإن $-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MG}$

⌦ بما ان I مرجح الجملة المثقلة $\{(D,1),(C,2)\}$ فإن $\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$

1) تعين (E) مجموعة النقط M

لدينا $\| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \| = 2$

ولدينا كذلك $-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MG}$

ومنه $\|4\overrightarrow{MG}\| = 2$

أي $MG = \frac{1}{2}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

اذن (E) دائرة مركزها G ونصف قطرها $\frac{1}{2}cm$

2) تعين (E_1) مجموعة النقط M

لدينا $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| = 3$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$

ومنه $||3\overrightarrow{MI}|| = 3$

أي $3MI = 1$

اذن (E_1) دائرة مركزها I ونصف قطرها $1cm$

3) تعين (E_2) مجموعة النقط M

لدينا $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| = 0$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$

ومنه $||3\overrightarrow{MI}|| = 0$

أي $3MI = 0$

اذن (E_2) هي النقطة I

4) تعين (E_3) مجموعة النقط M

لدينا $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| = -2$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$

ومنه $||3\overrightarrow{MI}|| = -2$

أي $3MI = -2$ مستطيل

اذن (E_3)مجموعة خالية

5) تعين (E_4) مجموعة النقط M

لدينا $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| < 3$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$

ومنه $||3\overrightarrow{MI}|| < 3$

أي $MI < 1$

اذن (E_4) هي القرص ماعدا الحافة (القرص المفتوح) الذي مركزه I ونصف قطره $1cm$

6) تعين (E_5) مجموعة النقط M

لدينا $|| - \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|| \leq 3$

ولدينا كذلك $-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MG}$

ومنه $||4\overrightarrow{MG}|| \leq 3$

أي $MG \leq \frac{3}{4}$

اذن (E_5) هي القرص مع الحافة (القرص المغلق) الذي مركزها G ونصف قطرها $\frac{3}{4}cm$

7) تعين (E_6) مجموعة النقط M

لدينا $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| > 3$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$

ومنه $||3\overrightarrow{MI}|| > 3$

أي $MI > 1$

اذن (E_6) هي المستوي ماعدا القرص المغلق الذي مركزه I ونصف قطره $1cm$

8) تعين (E_7) مجموعة النقط M

لدينا $||\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC}|| \geq 2$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MD} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$

ومنه $||3\overrightarrow{MI}|| \geq 2$

أي $MI \geq \frac{2}{3}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

اذن (E_7) هي المستوي ماعدا القرص المفتوح الذي مركزه I ونصف قطره $\frac{2}{3}cm$

9) تعين (E_8) مجموعة النقط M

لدينا $||-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}|| > -1$

ولدينا كذلك $-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

ومنه $||4\overrightarrow{MG}|| > -1$

أي $4MG > -1$

$4MG \geq 0$

$MG \geq 0$

اذن (E_8) هي المستوي

10) تعين (E_9) مجموعة النقط M

لدينا $||-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}|| > 0$

ولدينا كذلك $-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

ومنه $||4\overrightarrow{MG}|| > 0$

أي $MG > 0$

اذن (E_9) هي المستوي ماعدا G

11) تعين (E_{10}) مجموعة النقط M

لدينا $3||-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}|| = 4||\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{MC}||$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MI}$ و $-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

ومنه $3||4\overrightarrow{MG}|| = 4||3\overrightarrow{MI}||$

أي $12MG = 12MI$

نجد ان $MG = MI$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

اذن (E_{10}) هي المستقيم المحوري للقطعة $[GI]$

12) تعين (E_{11}) مجموعة النقط M

لدينا $\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|=\|-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MA}\|$

وكذلك $-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

ونعلم باستعمال خاصية شال نجد $-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BA}$

ومنه $\|4\overrightarrow{MG}\|=\|\overrightarrow{BA}\|$

أي $4MG=BA$

نجد ان $MG=\frac{BA}{4}$

اذن (E_{11}) هي دائرة التي مركزها G ونصف قطرها $\frac{BA}{4}cm$

13) تعين (E_{12}) مجموعة النقط M

لدينا $(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC})\perp\frac{4}{3}(\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{MC})$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MD}+2\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MI}$ و $-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MG}$

ومنه $(4\overrightarrow{MG})\perp\frac{4}{3}(3\overrightarrow{MI})$

أي $4\overrightarrow{MG}\perp4\overrightarrow{MI}$

نجد ان $\overrightarrow{MG}\perp\overrightarrow{MI}$ (مع العلم $I\neq G$)

اذن (E_{12}) هي دائرة التي قطرها $[GI]$.

حل تمرين 05

1) تعين احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

بما ان G مركز المثلث ABC فإن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha),(B,\alpha),(C,\alpha)\}$ حيث $\alpha\neq0$ من اجل $\alpha=1$ نجد ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,1)(C,1)\}$ ومنه

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

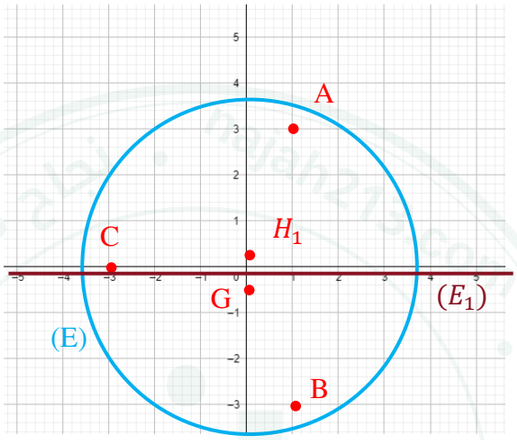
najah213.com · نجاح 213

$$x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3} = \frac{1+1-3}{3} = \frac{-1}{3}$$

$$y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3} = \frac{2-2+0}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

اذن $G\left(\frac{-1}{3}, 0\right)$

2) إنشاء A ، B ، C و G



3) تعين قيم m حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A, m+2), (B, m^2+m), (C, m)\}$ مرجح أي $(m+1) + (m^2+m) + m \neq 0$.

ومنه $m^2 + 2m + 1 \neq 0$ يكافئ $m \neq -1$

اذن الجملة تقبل مرجح إذا كان $m \in \mathbb{R} - \{-1\}$

4) تعين احداثيات H_1

بالتعويض $m = 1$ نجد ان H_1 مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 2), (B, 2), (C, 1)\}$

ومنه

$$x_{H_1} = \frac{2x_A+2x_B+x_C}{2+2+1} = \frac{2(1)+2(1)+(-3)}{5} = \frac{1}{5}$$

$$y_G = \frac{2y_A+2y_B+y_C}{2+2+1} = \frac{2(2)+2(-2)+(0)}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

اذن $H_1\left(\frac{1}{5}, 0\right)$

5) أ) كتابة $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$

نعلم ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 2), (B, 2), (C, 1)\}$ ومنه نجد ان $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (1+1+1)\overrightarrow{MG}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أي $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

وهو المطلوب

ب) تعين (E)

لدينا $||\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||=3$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

$||3\overrightarrow{MG}||=3$

أي $MG=1$

اذن (E) هي دائرة مركزها G ونصف قطرها $1cm$

6) أ) $3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MH_1}$

نعلم ان H_1 مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,2),(C,1)\}$ ومنه نجد ان $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=(2+2+1)\overrightarrow{MH_1}=S\overrightarrow{MH_1}$

اذن $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=5\overrightarrow{MH_1}$

وهو المطلوب.

ب) تعين (E_1)

لدينا $5||\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||=3||2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||$

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$ و $2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=5\overrightarrow{MH_1}$

ومنه نجد ان $5||3\overrightarrow{MG}||=3||5\overrightarrow{MH_1}||$

أي $MG=MH_1$

إذن (E_1) هي المستقيم المحوري للقطعة $[GH_1]$

حل تمرين 06

1) تبيان ان H مرجح النقطتين A و B

لدينا $\overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

ومنه $3\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}$ بالضـــــرب في 3

$3\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}$ إستعمال علاقة شـــــال

$3\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{HB}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{HB}=\vec{0}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$-2\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{HB} = \vec{0}$ يمكن التوقف هنا فقط

$2\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$

اذن H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 2 و 1 على الترتيب.

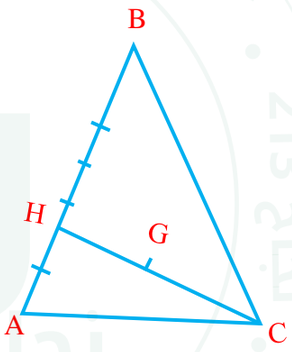
2) إنشاء G

لدينا H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,1)\}$

ومنه $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

وباستعمال خاصية التجميع نجد ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(H,3),(C,3)\}$

ومنه نجد ان $\overrightarrow{HG} = \frac{3}{6}\overrightarrow{HC}$ أي $\overrightarrow{HG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{HC}$



3) أ) كتابة الشعاع $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$

لدينا G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,1),(C,3)\}$

إذن $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MG}$

وهو المطلوب.

ب) تبيان ان $-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ مستقل على M

إستعمال علاقة شال

$-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

$= \overrightarrow{AB}$

najah213.com · نجاح 213

اذن $-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$

وهو المطلوب.

ج) تعين (E).

لدينا $||2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}|| \leq 3||-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}||$

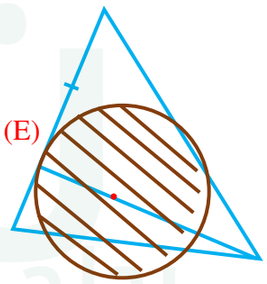
من السؤال أ) و ب)

نجد ان $||6\overrightarrow{MG}|| \leq 3||\overrightarrow{AB}||$

$||\overrightarrow{AB}|| = AB = 4cm$ $\quad 6MG \leq 3(4)$

إذن $MG \leq 2$

إذن (E) هي قرص مغلق مركزه G ونصف قطره $2cm$.



حل تمرين 07

1) تبيان ان H مرجح النقطتين A و B المرفقتين على الترتيب بالمعاملين 1 و -4

لدينا $\overrightarrow{AH}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$

ومنه $3\overrightarrow{AH}=4\overrightarrow{AB}$ **بالضـــــرب في 3**

$3\overrightarrow{AH}=4\overrightarrow{AH}+4\overrightarrow{HB}$ **إستعمال علاقة شـــــال**

$3\overrightarrow{AH}-4\overrightarrow{AH}-4\overrightarrow{HB}=\vec{0}$

$-\overrightarrow{AH}-4\overrightarrow{HB}=\vec{0}$

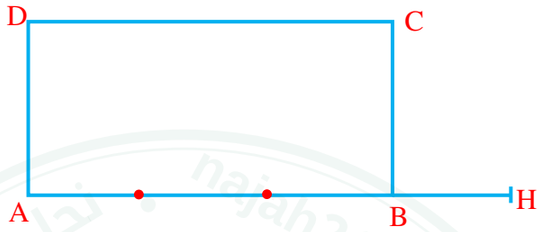
$-\overrightarrow{AH}-4\overrightarrow{HB}=\vec{0}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

اذن H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 1 و -4 على الترتيب.

إنشاء H

لدينا $\overrightarrow{AH} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ ومنه



2) تبيان ان G ، H و C على إستقامية.

لدينا G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,-4),(C,1)\}$

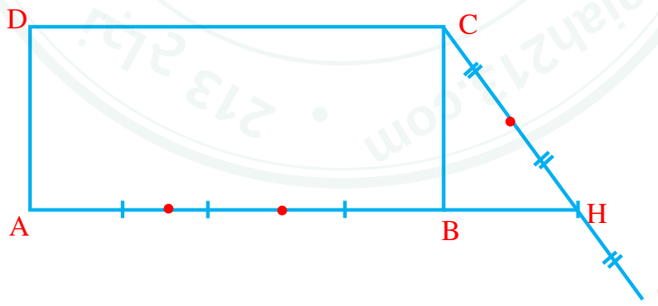
و H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,-4)\}$

حسب خاصية التجميع نجد ان G مرجح الجملة $\{(H,-3),(C,1)\}$ ومنه نجد $\overrightarrow{HG} = \frac{1}{-3+1}\overrightarrow{HC}$

اذن $\overrightarrow{HG} = \frac{1}{-2}\overrightarrow{HC}$

اذن النقط G ، H و C على استقامية.

إنشاء G



3) أ) تبيان ان B تنتمي الى (E) ونعلم ان (E) هي مجموعة النقط من المستوي حيث

$$||\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = ||\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}||$$

بالتعويض B نجد

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$||\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}|| = ||\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|| \dots (1)$$

$$||\overrightarrow{BA} - 4\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}|| = ||\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|| \dots (2)$$

اذن من (1) و (2) نجد ان B تنتمي إلى (E)

ب) حساب BD

بما ان $ABCD$ مستطيل إذن ABD مثلث قائم في A

ومنه حسب خاصية فيثاغورس نجد

$$AB^2 + AD^2 = BD^2$$

$$6^2 + 5^2 = BD^2$$

إذن $BD = \sqrt{61}cm$

ج) تبيان ان الشعاع $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ مستقل على M

$$\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

$$= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC}$$

علاقة شال

$$= \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC}$$

$$= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$$

بما ان $ABCD$ متوازي أضلاع (مستطيل)

حسب خاصية متوازي اضلاع نجد $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$

ومنه نجد $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BD}$

إذن $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ مستقل على M

د) كتابة الشعاع $\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$

لدينا G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,-4),(C,1)\}$

ومنه نجد $\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (1 - 4 + 1)\overrightarrow{MG}$

إذن $\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MG}$

وهو المطلوب إثباته.

ه) تعين (E) ثم إنشائها

لدينا $||\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = ||\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}||$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

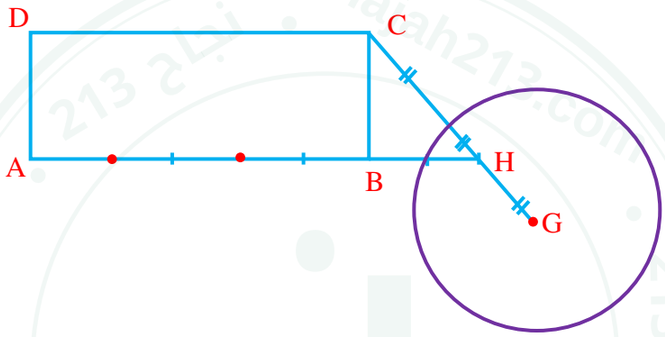
ولدينا كذلك $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MG}$

إذن $||-2\overrightarrow{MG}|| = ||\overrightarrow{BD}||$

أي $2MG = BD$

ومنه نجد $MG = \frac{\sqrt{61}}{2}cm$ $BD = \sqrt{61}cm$

اذن (E) هي دائرة التي مركزها G ونصف قطرها $\frac{\sqrt{61}}{2}cm$



حل تمرين 08

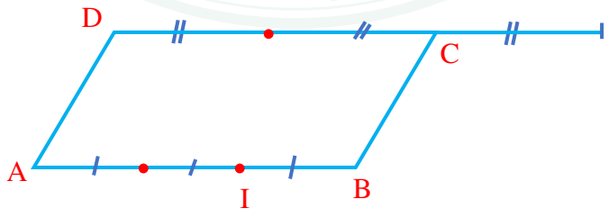
1) إنشاء I و H

لدينا I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2)\}$

وكذلك H مرجح الجملة المثقلة $\{(C,3),(D,-1)\}$

ومنه نجد $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CH} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{CD}$

إنشاء كل من I و H



2) بما ان I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2)\}$

و H مرجح الجملة المثقلة $\{(C,3),(D,-1)\}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

وكذلك G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2),(C,3),(D,-1)\}$

باستعمال خاصية التجميع نجد ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(I,3),(H,2)\}$

وهو المطلوب إثباته

طريقة (2) (بدون تطبيق خاصية التجميع مباشرة)

بما ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2),(C,3),(D,-1)\}$

إذن $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}-\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ عـــــــــلاقة شـــــال

I I H H

$$\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{GI}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{HC}-\overrightarrow{GH}-\overrightarrow{HD}=\vec{0}$$

$$3\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{GH}+3\overrightarrow{HC}-\overrightarrow{HD}=\vec{0}$$

بما ان I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2)\}$

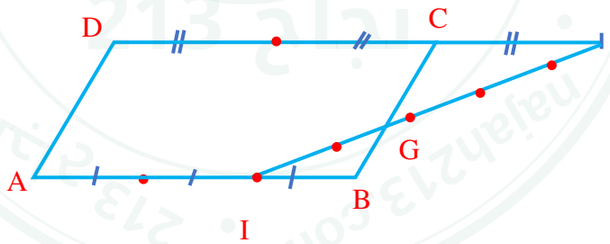
و H مرجح الجملة المثقلة $\{(C,3),(D,-1)\}$

إذن $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ و $3\overrightarrow{HC}-\overrightarrow{HD}=\vec{0}$ ومنه نجد ان $3\overrightarrow{GI}+2\overrightarrow{GH}=\vec{0}$

اذن G مرجح الجملة المثقلة $\{(I,3),(H,2)\}$

⌧ إنشاء G

لدينا G مرجح الجملة المثقلة $\{(I,3),(H,2)\}$ إذن $\overrightarrow{IG}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IH}$



3) أ) كتابة الشعاع $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$

نعلم ان G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1),(B,2),(C,3),(D,-1)\}$

ومنه نجد $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}=(1+2+3-1)\overrightarrow{MG}$

اذن $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}=5\overrightarrow{MG}$

وهو المطلوب.

ب) تعين (E)

لدينا $||\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}||=3$

الكالي للرياضيات

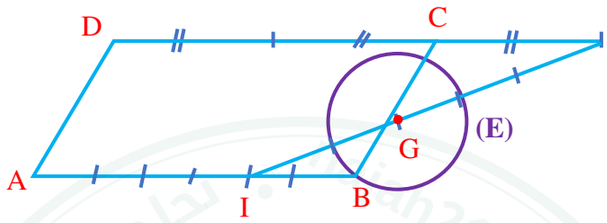
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ولدينا كذلك $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}=5\overrightarrow{MG}$

اذن $||5\overrightarrow{MG}||=3$

أي $MG=\frac{3}{5}cm$

اذن (E) هي دائرة التي مركزها G ونصف قطرها $\frac{3}{5}cm$



4) أ) تبيان ان $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ مستقل على M

$$\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$$
$$=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$$
$$=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$$

بما ان $ABCD$ متوازي أضلاع اذن $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$ وعليه $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{BD}$

وهو المطلوب.

ب) تعين (E_1)

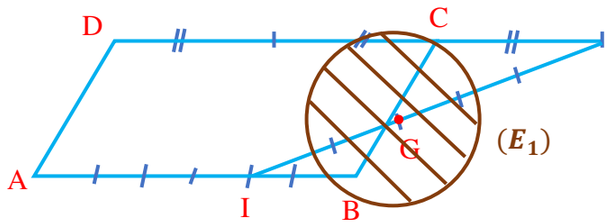
لدينا $||\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}||<||\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}||$

ومن الأسئلة السابقة نجد $||5\overrightarrow{MG}||<||\overrightarrow{BD}||$

$BD=5cm$ $\quad 5MG<5cm$

$MG<1cm$

اذن (E_1) هي القرص المفتوح الذي مركزه G ونصف قطره 1.



najah213.com · نجاح 213

حل تمرين 09

1) تبيان ان H مرجح للنقطتين A و B

لدينا $2\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ إستعمال علاقة شال

ومنه $2\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}=\vec{0}$

$3\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}=\vec{0}$

$-3\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}=\vec{0}$ يمكن التوقف هنا

$3\overrightarrow{HA}-\overrightarrow{HB}=\vec{0}$

اذن H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و -1 على الترتيب.

2) تبيان G مرجح A ، B و C.

لدينا $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{BG}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{BG}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}-2\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

اذن G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات $1,2-$ و 2 على الترتيب.

3) تعين وإنشاء (E)

لدينا H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3),(B,-1)\}$

و G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-1),(C,2)\}$

و $2||2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}||=3||3\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{MB}||$

اذن $3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MH}$

$2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

ونجد ان $2||3\overrightarrow{MG}||=3||2\overrightarrow{MH}||$

أي $MG=MH$

اذن (E) هي المستقيم المحوري للقطعة $[GH]$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

4) أ) تعين القيم الحقيقي m حتى تقبل الجملة مرجح.

هذا يعني $m+1+m^2+m+3 \neq 0$

أي $m^2+2m+4 \neq 0$ (المعادلة ليس لها حل)

اذن مهما يكن $m \in \mathbb{R}$ الجملة التالية تقبل مرجح.

ب) تعيين احداثيات I_m بدلالة m.

$$x_{I_m} = \frac{(m+1)x_A+m^2x_B+(m+3)x_C}{m+1+m^2+m+3} = \frac{(m+1)(-1)+m^2(-2)+(m+3)(2)}{m^2+2m+4}$$

$$y_{I_m} = \frac{(m+1)y_A+m^2y_B+(m+3)y_C}{m+1+m^2+m+3} = \frac{(m+1)(-1)+m^2(3)+(m+3)(-3)}{m^2+2m+4}$$

بعد النشر والتبسيط نجد

$$x_{I_m} = \frac{-2m^2+m+5}{m^2+2m+4}$$

$$y_{I_m} = \frac{3m^2-4m-10}{m^2+2m+4}$$

اذن $I_m\left(\frac{-2m^2+m+5}{m^2+2m+4}, \frac{3m^2-4m-10}{m^2+2m+4}\right)$

ج) في $I(3,2)$ تكون مرجح للجملة هذا يعني المعادلتين (1) و (2) تقبلان حل مشترك.

$$\begin{cases} 3 = \frac{-2m^2+m+5}{m^2+2m+4} \dots (1) \\ 2 = \frac{3m^2-4m-10}{m^2+2m+4} \dots (2) \end{cases}$$

ومنه

$$\begin{cases} 3(m^2+2m+4) = -2m^2+m+5 \dots (1) \\ 2(m^2+2m+4) = 3m^2-4m-10 \dots (2) \end{cases}$$

بعد النشر والتبسيط نجد

$$\begin{cases} 5m^2+5m+7 = 0 \dots (1) \\ -m^2+8m+18 = 0 \dots (2) \end{cases}$$

المعادلة (1) ليس لها حل لأن $\Delta = S^2-4(5)(7) < 0$ اذن مستحيل توجد قيمة ل m مشتركة بين المعادلة (1) و (2)

ومنه نجد ان $I(3,2)$ مستحيل تكون مرجح للجملة المثقلة التالية.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com