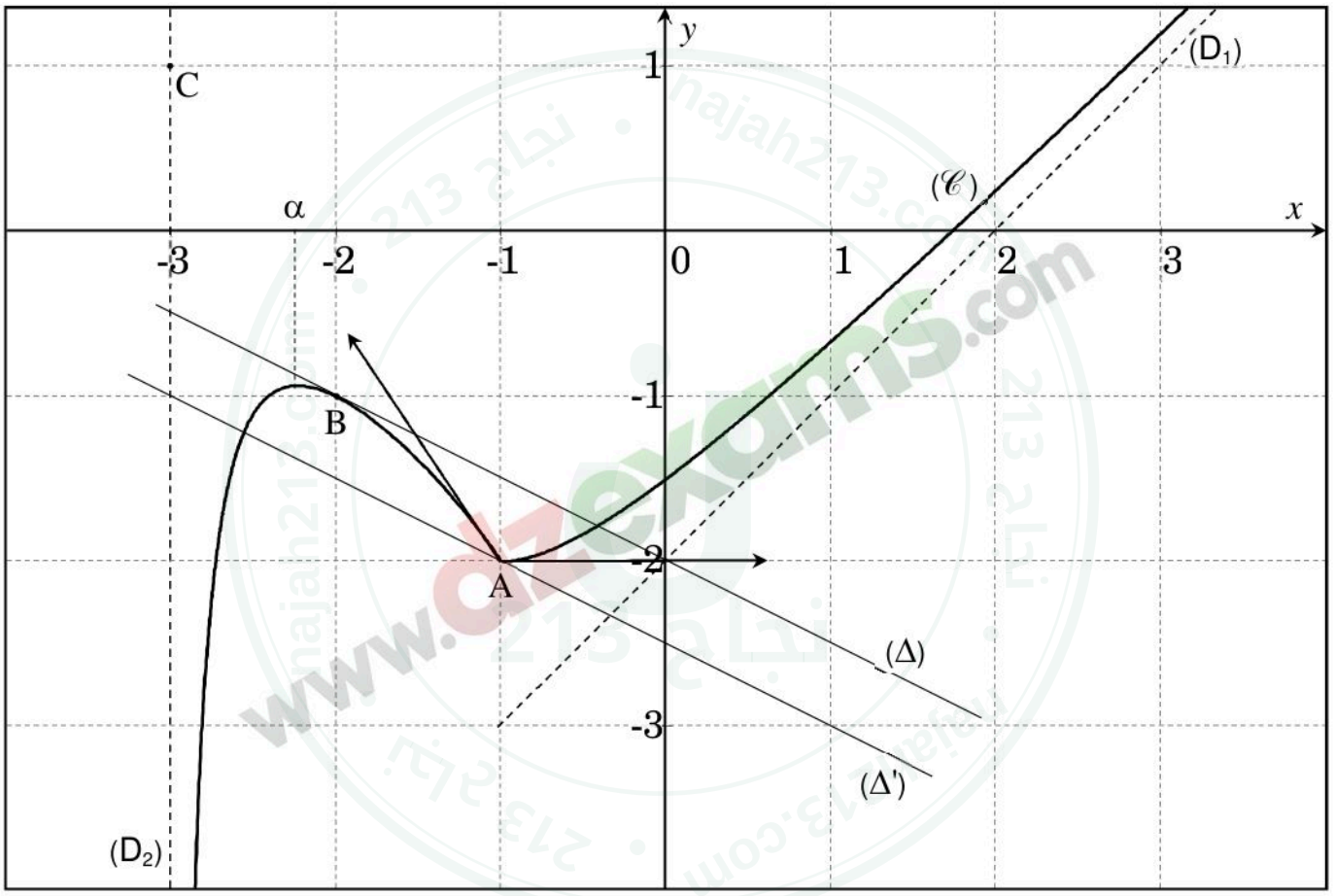
najah213.com · نجاح 213

الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**فرض** **الفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2024/2023م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة Ecole Erradja wa Tafaouk ÉCOLE PRIVÉE

تمرين 1 (09نقاط)

في الشّكل المرفق: التمثيل البياني $(\mathscr{C})$ للدالة f المعرّفة على المجال $]-3\,;+\infty[$. (D_1) المستقيم المقارب المائل لـ $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$، (D_2) المستقيم المقارب لـ $(\mathscr{C})$ يوازي حامل محور التراتيب، (Δ) المماس لـ $(\mathscr{C})$ عند النقطة $B(-2\,;-1)$، (Δ') المستقيم الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة $A(-1\,;-2)$، كما يوجد نصفي مماسين عند النقطة A أحدهما يوازي حامل محور الفواصل والآخر يشمل النقطة $C(-3\,;1)$، $(\mathscr{C})$ يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند نقطة فاصلتها α.



1) اكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين (D_1) و (D_2)، ثم عيّن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to-3^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$.

2) احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to-1^{<}} \dfrac{f(x)+2}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\to-1^{>}} \dfrac{f(x)+2}{x+1}$. ماذا تستنتج؟ وماذا نسمي النقطة A ؟

3) ادرس إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f مبرزا القيم الحدية والنهايات على المجال $]-3\,;+\infty[$.

4) اكتب معادلة للمماس (Δ)، ثم عيّن القيمة المقرّبة للعدد $f(-1{,}99)$، باستعمال التقريب التآلفي للدالة f.

5) اكتب معادلة لـ (Δ')، ثم عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x)=m-\dfrac{x}{2}$ ثلاثة حلول متمايزة.

6) ادرس وضعية $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (AB). استنتج حلول المتراجحة $(f(x)<-x-3)$ على المجال $]-3\,;+\infty[$.

7) g و h الدالتان المعرّفتان على $]-3\,;-1]$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ و $h'(x)=f(x)$. عيّن اتجاه تغير كل من g و h.

8) إذا علمت أنّ: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+d}$ على المجال $]-1\,;+\infty[$، عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d.

اقلب الورقة

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين2 (11نقطة)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-2-\dfrac{9x}{x^2+2}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

1) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-x+2)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x+2)$.

2) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ). ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=\dfrac{(x^2-1)(x^2+14)}{(x^2+2)^2}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحني $(\mathscr{C})$ في النقطة $A(0\,;-2)$. ادرس وضعية $(\mathscr{C})$ بالنسبة لـ (T)، ماذا تمثل A ؟

5) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، $f(-x)+f(x)=-4$ ، استنتج أنّ $(\mathscr{C})$ يقبل كمركز تناظر نقطة يطلب تعيينها.

6) اكتب معادلة للمماس (D) للمنحني $(\mathscr{C})$ عند الفاصلة 2. استنتج معادلة لمماس المنحني $(\mathscr{C})$ نظير (D) بالنسبة لـ A.

7) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم ارسم المستقيم المقارب المائل (Δ)، المماس (T) والمنحني $(\mathscr{C})$.

8) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، حتى تقبل المعادلة: $\dfrac{9}{x^2+2}=1+\dfrac{m}{x}$ ثلاثة حلول متمايزة.

9) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(|x|)+2$.

ليكن $(\mathscr{C}')$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1\,;+\infty[$. أعط حصرا للعدد α سعته 1.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to0^{<}}\dfrac{g(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to0^{>}}\dfrac{g(x)}{x}$. ماذا تستنتج؟ فسّر ذلك هندسيا.

جـ) بيّن أنّ الدالة g زوجية، ثم اشرح كيفية رسم $(\mathscr{C}')$ انطلاقا من $(\mathscr{C})$ وارسم $(\mathscr{C}')$ في المعلم السابق.

سؤال إضافي: 01 نقطة

f_k الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=x-2-\dfrac{9kx}{x^2+2k}$ ، حيث k وسيط حقيقي موجب تماما.

بيّن أنّ الدالة f_k تقبل قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.

www.dzexams.com

﴿بالتّوفيق﴾

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح فرض الفصل الأول 2023م

تمرين 1: "عبد المطلب"

1) $(D_1): y = x - 2$ ؛ $(D_2): x = -3$

$\lim\limits_{x \to -3} f(x) = -\infty$ ؛ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x + 2) = 0$

ومنه: $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x) = -2$

2) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{f(x)+2}{x+1} = \lim\limits_{x \to -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$

$= \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-3}{2} = f'_g(-1)$

$\lim\limits_{x \to -1} \frac{f(x)+2}{x+1} = f'_d(-1) = 0$

f غير قابلة للاشتقاق عند -1

لأن: $f'_g(-1) \neq f'_d(-1)$

النقطة A تسمى نقطة زاوية.

3)

x	-3		α		-1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	$-\frac{3}{2}$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	-2	↗	$+\infty$

4) (Δ) يشمل $B(-2;-1)$ و $D(0;-2)$

$y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$

$f'(-2) = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \frac{-1}{2}$

$(\Delta): y = \frac{-1}{2}x - 2$

x قريب من -2: معناه $f(x) \simeq \frac{-x}{2} - 2$

$f(-1{,}99) \simeq -\left(\frac{-1{,}99}{2}\right) - 2 \simeq -1{,}005$

5) (Δ') يوازي (Δ) يعني: $y = \frac{-1}{2}x + b$

(Δ') يشمل A: $-2 = \frac{-1}{2}(-1) + b$

أي $b = \frac{-5}{2}$ ومنه: $(\Delta): y = \frac{-x}{2} - \frac{5}{2}$

$f(x) = \frac{-x}{2} + m$

(Δ) تقاطع مع (C) في 3 حلول متمايزة: $-\frac{5}{2} < m < -2$

6) وضعية (C) بالنسبة لـ (AB):

(C) فوق (AB) على: $x \in]-2;-1[\cup]-1;+\infty[$

(C) تحت (AB): $x \in]-3;-2[$

(C) يقطع (AB) عند A و B.

معادلة (AB) هي: $y = -x - 3$

ومنه الحلول هي: $x \in]-3;-2[$

7) $g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$ ومنه:

g متناقصة تماما على $]-3;\alpha]$

ومتزايدة تماما على $[\alpha;-1[$.

$-3 < x \leq -1$ و $f(x) < 0$ و $h'(x) = f(x)$

ومنه h متناقصة تماما على $]-3;-1]$

8) $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$

بما أن: $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$

ومنه: (C) يقبل مستقيما مقاربا (D_1).

$a = 1$ و $b = -2$

لدينا: $f(-1) = -2$ و $f'(-1) = 0$

$d \neq 1$ $\begin{cases} c = d - 1 \\ c = (d-1)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} -3 + \frac{c}{d-1} = -2 \\ 1 - \frac{c}{(d-1)^2} = 0 \end{cases}$

بما أن $d \neq 1$ فإن $(d-1)^2 = d - 1$

ومنه: $d - 1 = 1$ أي $d = 2$

ومنه: $c = d - 1$ أي $c = 1$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 2 :

(1 بما أن : $\lim_{|x|\to+\infty} \frac{9x}{x^2+2} = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{9}{x} = 0$

$\lim_{x\to-\infty} (f(x)-x+2)=0$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} (f(x)-x+2)=0$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

(2 $\lim_{|x|\to+\infty} (f(x)-y)=0$ لأن $(\Delta): y = x-2$

$f(x)-y = \frac{-9x}{x^2+2}$ (+ 0 −)

$x>0$: $(\mathcal{C})$ أسفل (Δ)

$x<0$: $(\mathcal{C})$ أعلى (Δ)

$(\mathcal{C})$ يقطع (Δ) عند النقطة $A(0;-2)$

(3 $f'(x) = 1 - \frac{9(x^2+2)-18x^2}{(x^2+2)^2} = \frac{x^4+13x^2-14}{(x^2+2)^2}$

$f'(x) = \frac{(x^2-1)(x^2+14)}{(x^2+2)^2}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

(4 $y = f'(0)(x-0)+f(0) = \frac{-7}{2}x - 2$

الوضعية : $f(x)-y = \frac{9x^3}{2(x^2+2)}$

$x>0$: $(\mathcal{C})$ أعلى (T).

$x<0$: $(\mathcal{C})$ أسفل (T).

$(\mathcal{C})$ يخترق (T) في النقطة A.

A تمثل نقطة انعطاف.

(5 $f(-x)+f(x) = -x-2+\frac{9x}{x^2+2}+x-2-\frac{9x}{x^2+2}$

$f(-x)+f(x) = -4$

ومنه A مركز تناظر $f(2(0)-x)+f(x) = 2(-2)$

(6 $(D): y = f'(2)(x-2)+f(2) = \frac{3}{2}x - 6$

بما أن : $f(-x) = -4-f(x)$

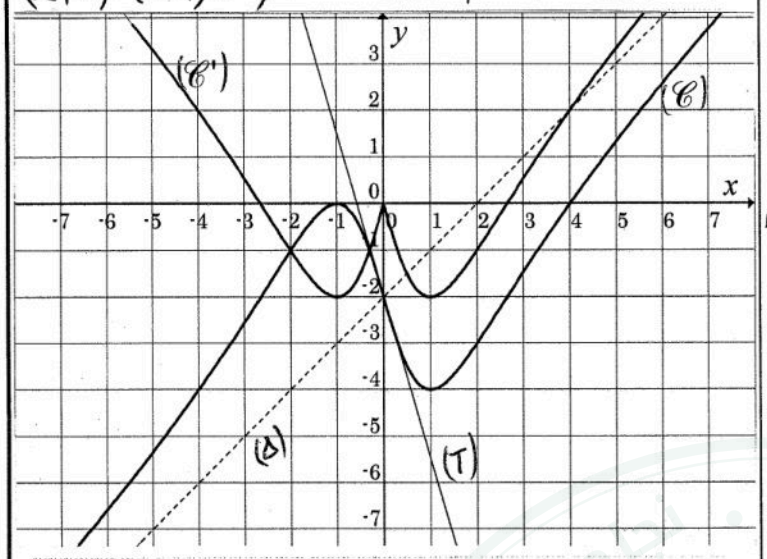
$-y-4 = \frac{3}{2}(-x)-6$

نظير (D) بالنسبة لـ A: $y = \frac{3}{2}x + 2$

(7 $f(x)=0$ يعني : $f(-1)=0$ ومنه

$x^3-2x^2-7x-4 = (x+1)(x^2-3x-4)=0$

$(x+1)^2(x-4)=0$ ، أي $x_1=-1$ و $x_2=4$



(8 $-m = x + \frac{9x}{x^2+2}$

نضيف 2 − لطرفي المعادلة :

$f(x) = -m-2$

فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C})$ مع المستقيمات الأفقية $y=-m-2$ حلول متمايزة :

$-m-2 \in]-4;-2[\cup]-2;0[$

$-m \in]-2;0[\cup]0;2[$

ومنه : $m \in]-2;0[\cup]0;2[$

(9 a) g مستمرة ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$. $g(1)=-2$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

$g(1)<1$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)>1$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة $\alpha \in [1;+\infty[$ حيث $g(\alpha)=1$ تقبل حلا وحيدا α

لأن : $g(3)<1$ ، $g(4)>1$ ومنه $3<\alpha<4$

ب) $\lim_{x\to0} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to0} \frac{-x+\frac{9x}{x^2+2}}{x} = \lim_{x\to0} \frac{x(-x^2+7)}{x(x^2+2)} = \frac{7}{2}$

$\lim_{x\to0} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to0} \frac{x-\frac{9x}{x^2+2}}{x} = \lim_{x\to0} \frac{x(x^2-7)}{x(x^2+2)} = \frac{-7}{2}$

$g'_g(0) \neq g'_d(0)$ ، g غير قابلة للاشتقاق عند 0.

$O(0;0)$ نقطة زاوية عندها يوجد نصفي مماسين

ج) g زوجية : $g(-x) = f(|-x|)+2 = f(|x|)+2 = g(x)$ (صورة)

$(\mathcal{C}')$ يطابق $(\mathcal{C})$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$ بالنسبة لـ (Oy).

"عبد المطلب"

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com