najah213.com · نجاح 213

معهد الحياة
القرارة - غرداية

الامتحان الفصلي الثاني — **السنة الدراسية : 1436/1435 هـ// 2015/2014 م**

المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية.

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (05,5 نقاط) :

نعتبر في المستوي المركّب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: i ، $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و -1.

1. نعتبر التحويل S المعرّف بـ : $z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}z + 1 - i$.
   أ / اكتب العبارة المركبة لهذا التحويل بشكل أبسط.
   ب / ما طبيعة التحويل S وما عناصره المميّزة؟
2. أ / عيّن لواحق النقط A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C بالتحويل S.
   ب / بيّن أن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان.
3. عيّن لاحقة النقطة G حيث G مرجّح الجملة $\{(A;3);(B,1);(C,-2)\}$
   أ / عيّن لاحقة النقطة G' مرجّح الجملة $\{(A';3);(B',1);(C',-2)\}$.
   ب / عيّن $z_{G'}$ حيث : $G' = S(G)$. ماذا تستنتج؟
4. نعتبر التحويل T الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث: $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$
   أ / بيّن أن : $\overrightarrow{GM'} = \overrightarrow{MG}$
   ب/ ما طبيعة التحويل T وما عناصره المميّزة؟
   ج / عيّن لواحق النقط D ، E و F صور النقط A ، B و C بالتحويل T.
   د / بيّن أن المثلثين ABC و EDF متقايسان.

التمرين الثاني (04 نقاط):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(1;1;1)$ و $B(3;2;0)$ ، المستوي (P) يمرّ بالنقطة B والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي له، المستوي (Q) معادلته الديكارتية $x - y + 2z + 4 = 0$ سطح الكرة (S) مركزه A ونصف قطره AB.

1. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P).
2. حدّد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S).
3. أ / احسب بعد النقطة A عن المستوي (Q). واستنتج أنّ المستوي (Q) يمسّ سطح الكرة (S)
   ب/ هل يمسّ المستوي (P) سطح الكرة (S) ؟
4. بيّن أن المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q)هي النقطة $C(0;2;-1)$.
5. بيّن أن (P) و (Q) متقاطعان وفق المستقيم (D) حيث تمثيله الوسيطي هو: $t \in \mathbb{R}, \begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

6. تحقّق من أنّ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D).
7. نسمي (R) المستوي المعرّف بالنقطة A والمستقيم (D) بمعنى: $A \in (R)$ و $(D) \subset (R)$

هل هذه العبارة خاطئة " المستوي (R) هو المستوي المحوري للقطعة $[BC]$"

التمرين الثالث (04 نقاط):

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_{n+1} = \dfrac{2}{1+u_n}$.

أ / احسب u_1 ، u_2 و u_3.

ب / أثبت بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq u_n \leq 3$

ج / ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا يمكن القول عن تقاربها؟

2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$

أ / بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0.

ب / اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج / استنتج نهاية المتتالية (u_n) ماذا يمكن القول عن تقاربها؟

التمرين الرابع (06,5 نقاط):

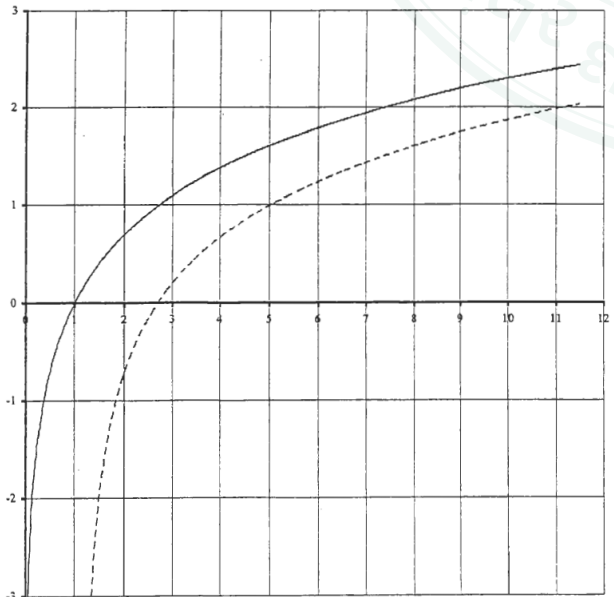
لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x - \dfrac{1}{\ln x}$. نسمّي (C) التمثيل البياني للدالة f و Γ المنحني الذي معادلته $y = \ln x$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الشكل المقابل

1. ادرس تغيّرات الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.
2. أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.
3. نريد البحث عن المماس للمنحني (C) المار من المبدأ O .

أ / a عدد حقيقي أكبر تماما من 1. بيّن أن المماس T_a للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها a المار بمبدأ المعلم يحقق : $f(a) - af'(a) = 0$

لتكن g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $g(x) = f(x) - xf'(x)$.

ب / بيّن أنّه على المجال $]1;+\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$ و المعادلة: $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ لهما نفس الحلول.



ج / بعد دراسة تغيّرات الدالة u المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$u(t) = t^3 - t^2 - t - 1$ بيّن أنّ u تنعدم مرة واحدة على $\mathbb{R}$.

د / استنتج وجود مماس وحيد للمنحني (C) مار من مبدأ المعلم O .المنحنيان (C) و Γ ممثلان اسفل الصفحة، انقل الشكلين بدقة على ورقة الإجابة ثم انشئ المماس T_a بعناية مع تحديد المنحيين على هذه الوثيقة

هـ / m عدد حقيقي ، نعتبر المعادلة $f(x) = mx$. بقراءة بيانية أوجد حلول المعادلة السابقة والتي تنتمي إلى المجال $]1;10]$

أستاذ المادة :
أبو القاسم بن محمد علواني
البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) :

لكل سؤال أربعة اقتراحات واحدة منها صحيحة ، اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل.

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، t و t' وسيطان حقيقيان.

- المستوي (P) معادلته $x-2y+3z+5=0$
- المستوي (S) تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-2+t+2t' \\ y=-t-2t' \\ z=-1-t+3t' \end{cases}$ والمستقيم (D) تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-t \\ z=-1-t \end{cases}$
- نعتبر النقطتين $M(-1;2;3)$ و $N(1;-2;9)$.

1. التمثيل الوسيطي للمستوي (P) هو:

أ	$\begin{cases} x=t \\ y=1-2t \\ z=-1+3t \end{cases}$	ب	$\begin{cases} x=t+2t' \\ y=1-t+t' \\ z=-1-t \end{cases}$	ج	$\begin{cases} x=t+t' \\ y=1-t-2t' \\ z=-1-t-3t' \end{cases}$	د	$\begin{cases} x=1+2t+t' \\ y=1-2t+2t' \\ z=-1-t' \end{cases}$

2.

أ	المستقيم (D) والمستوي (P) متقاطعان في $A(-8;3;2)$	ب	المستقيم (D) والمستوي (P) متعامدان
ج	المستقيم (D) محتوى في المستوي (P)	د	المستقيم (D) والمستوي (P) متوازيان تماما

3.

أ	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متعامدان	ب	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متوازيان
ج	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متقاطعان	د	المستقيم (D) والمستقيم (MN) متطابقان

4.

أ	المستوي(P) والمستوي (S) متعامدان	ب	المستوي(P) والمستوي (S) متوازيان
ج	المستقيم (Δ) الممثّل وسيطيا بـ: $\begin{cases} x=t \\ y=-2-t \\ z=-3-t \end{cases}$ هو مستقيم تقاطع المستوي(P) والمستوي (S)	د	النقطة M تنتمي الى تقاطع المستوي(P) والمستوي (S)

التمرين الثاني (05,5 نقاط):

نعتبر في المجال $I=[0;1]$ الدالة f المعرّفة بـ $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+4}$.

1. أدرس تغيرات الدالة f على المجال I ثم استنتج أنه من أجل كل x من I $f(x)$ تنتمي الى I.

2. نعتبر المتتالية (u_n) بـ : $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+2}{u_n+4}$

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n تنتمي I.

لدراسة المتتالية (u_n) نعتمد طريقتين مختلفتين.

الطريقة الأولى: 3. أ / مثّل بيانيا المستقيم Δ الذي معادلته $y=x$ والتمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس وحدة الرسم $10cm$ يمكن استعمال جدول القيم لرسم التمثيل البياني للدالة f.

ب / باستعمال التمثيل البياني السابق مثل الحدود u_0 ، u_1 و u_2. ثم ضع تخمينا حول اتجاه المتتالية (u_n) وتقاربها.

ج / تحقّق من أنّ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$ ثم استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

د / أثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أثبت أن نهايتها l تحقّق $f(l)=l$ ثم احسب l.

الطريقة الثانية: تعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+2}$.

3. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n.

4. استنتج نهاية المتتالية (u_n) وتقاربها.

التمرين الثالث (05,5 نقاط):

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-8z+20=0$

نعتبر في المستوي المركّب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $-2i$ ، $4-2i$ ، $4+2i$ و 1

2. مثل هذه النقط في المعلم ثم استنتج طبيعة المثلّث ABC.

من أجل نقطة M تختلف عن A ذات اللاحقة z نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث $z'=\dfrac{z-4-2i}{z+2i}$

3. عين مجموعة النقط M بحيث z' حقيقي .

4. عين مجموعة النقط M بحيث $|z'|=1$

5. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي z يختلف عن $-2i$: $z'-1=\dfrac{-4-4i}{z+2i}$

6. احسب $|-4-4i|$ ثم استنتج أن: $AM\times AM'=4\sqrt{2}$

7. بين أنه إذا كانت M نقطة من الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2 فإن M' تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الرابع(05 نقاط):

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln\left(\dfrac{2e^{2x}+1}{e^x+2}\right)$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم بيّن أن: $f(x)=x+\ln 2+\ln\left(\dfrac{1+\frac{1}{2}e^{-2x}}{1+2e^{-x}}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيّراتها.

3. ليكن (C_f) المنحنى الممثّل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس حيث $\|\vec{i}\|=3$

بين أن المستقيم $(\Delta): y=x+\ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

4. بيّن أن نقطة تقاطع مقاربي المنحنى (C_f) تنتمي إلى (C_f)

5. أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) ومقاربيه.

6. اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

7. أنشئ المنحني (C_f)

أستاذ المادة :
أبو القاسم بن محمد علواني
البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التصحيح النموذجي المفصّل

الموضوع الأول — 20 نقطة

التمرين الأول — 05,5 نقاط

1/ أ / تبسيط العبارة: — 0,25

$$z' = \left(1+i\sqrt{3}\right)z + 1 - i$$

ب / التحويل S تشابه مباشر نسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$. ومركزه النقطة التي لاحقتها — 0,75

$$\frac{\sqrt{3}}{3}(1+i)$$

2/ أ / لواحق النقط A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C بالتحويل S — 0,75

$$z_{A'} = 1-\sqrt{3} \quad ، \quad z_{C'} = \left(1+\sqrt{3}\right)i$$

$$z_{B'} = 2+\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}-2\right)i$$

ب / التبيين أن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان. — 0,5

بما أن المثلث $A'B'C'$ صورة ABC بتشابه S فإن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان.

طريقة أخرى: الاثبات أن $A'B' = 2AB$ ، $A'C' = 2AC$ و $B'C' = 2BC$

$$A'B' = 2AB$$

$$\left|z_{B'} - z_{A'}\right| = \left|1+2\sqrt{3}+i\left(\sqrt{3}-2\right)\right| = 2\sqrt{5}$$

$$\left|z_B - z_A\right| = \left|1-2i\right| = \sqrt{5}$$

$$C'A' = 2CA$$

$$\left|z_{A'} - z_{C'}\right| = \left|1-\sqrt{3}+i\left(\sqrt{3}+1\right)\right| = 2\sqrt{2}$$

$$\left|z_A - z_C\right| = \left|1+i\right| = \sqrt{2}$$

$$C'B' = 2CB$$

$$\left|z_{B'} - z_{C'}\right| = \left|2+\sqrt{3}+i\left(2\sqrt{3}-1\right)\right| = 2\sqrt{5}$$

$$\left|z_B - z_C\right| = \left|2-i\right| = \sqrt{5}$$

3/تعيين لاحقة النقطة G حيث G مرجّح الجملة $\{(A;3);(B,1);(C,-2)\}$ — 0,25

$$z_G = \frac{3z_A + z_B - 2z_C}{2} = \frac{3+2i}{2}$$

تعيين لاحقة النقطة G' مرجّح الجملة $\{(A';3);(B',1);(C',-2)\}$ — 0,25

$$z_{G'} = \frac{3z_{A'} + z_{B'} - 2z_{C'}}{2} = \frac{5-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}i}{2}$$

تعيين $z_{G'}$ حيث : $G' = S(G)$ — 0,25

$$z_{G'} = \left(1+i\sqrt{3}\right)z_G + 1 - i = \frac{5-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}i}{2}$$

الاستنتاج: التشابه يحافظ على المرجّح — 0,5

التبيين أن $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ مستقل عن النقطة M — 0,25

$$\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MG}$$

$$\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MG}$$

$$\overrightarrow{GM'} = \overrightarrow{MG}$$

التحويل T تحاك نسبته -1 مركزه G — 0,5

أو يمكن القول إنه تناظر مركزي مركزه G

نعيين لواحق النقط D ، E و F صور النقط A ، B و C بالتحويل T. — 0,75

$$z_D = 3+i \quad ، \quad z_E = 2+3i \quad \text{و} \quad z_F = 4+2i$$

التبيين أن المثلثين ABC و EDF متقايسان — 0,5

بما أن المثلث EDF صورة ABC بالتحويل T فإن المثلثين ABC و EDF متقايسان.لأن التحاكي الذي نسبته -1 هو تقايس

طريقة أخرى:

$$ED = AB$$

$$\left|z_D - z_E\right| = \left|1-2i\right| = \sqrt{5}$$

$$\left|z_B - z_A\right| = \left|1-2i\right| = \sqrt{5}$$

$$FD = CA$$

$$\left|z_D - z_F\right| = \left|-1-i\right| = \sqrt{2}$$

$$\left|z_A - z_C\right| = \left|1+i\right| = \sqrt{2}$$

$$FE = CB$$

$$\left|z_E - z_F\right| = \left|-2+i\right| = \sqrt{5}$$

$$\left|z_B - z_C\right| = \left|2-i\right| = \sqrt{5}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

التمرين الثاني	04 نقاط		
1 / المعادلة الديكارتية للمستوي (P): $(P): 2x + y - z - 8 = 0$	0,5		
2 / تحديد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها $A(1;1;1)$ ونصف قطرها AB حيث: $AB = \sqrt{6}$ $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$ $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 3 = 0$	0,5		
3 / أ / $d(A;(P)) = \sqrt{6}$ (P) يمسّ (S)	0,5		
ب / $d(A;(Q)) = \sqrt{6}$ (Q) يمسّ (S)	0,5		
4 / التبيين أن المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) هي النقطة $C(0;2;-1)$. النقطة C تنتمي الى المستوي (Q) والشعاع $\overrightarrow{AC}$ مرتبط خطيا مع الشعاع الناظمي للمستوي (Q) تعويض احداثيات النقطة C في المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) نجدها تنتمي، و $\overrightarrow{AC} = -\vec{n}$	0,5		
5 / التبيين أن (P) و (Q) متقاطعان وفق المستقيم (D) نعوض احداثيات التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) في المعادلتين الديكارتيتين للمستويين (P) و (Q) نجد في كلتا الحالتين $0 = 0$			0,5
6 / التحقّق من أنّ النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D) نجد أن : $A \notin (D)$			0,25
7 / إذا كان $A \in (R)$ و $(D) \subset (R)$ فإن المستوي (R) هو المستوي المحوري للقطعة $[BC]$ المستوي (R) معرف بمستقيم ونقطة لا تنتمي إليه. نختار نقطتين من (D) هما $E(2;2;-2)$ و $F(0;12;4)$ $\overrightarrow{BC}(-3;0;-1)$ و $\overrightarrow{AE}(1;1;-3)$ $\overrightarrow{AF}(-1;11;3)$ $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AE} = 0$ و $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AF} = 0$ ومنه $\overrightarrow{BC}$ ناظمي للمستوي (R) I منتصف $[BC]$، $F\left(\frac{3}{2};2;-\frac{1}{2}\right)$ $(R): 3x - z - 4 = 0$ و $I \notin (R)$ ومنه فإن المستوي (R) هو المستوي المحوري للقطعة $[BC]$			0,75

التمرين الثالث	04 نقاط		
1 / أ / $u_1 = \frac{1}{2}$ ، $u_2 = \frac{4}{3}$ و $u_3 = \frac{6}{7}$.	0,75		
ب / الاستدلال بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \le u_n \le 3$. نعتبر الخاصية $P(n): 0 \le u_n \le 3$ نتحقّق من صحّة الخاصية من أجل $n = 0$ $0 \le u_0 \le 3$ الخاصية محقّقة من أجل $n = 0$ أي $P(0)$ ولنفرض أنّها صحيحة من أجل n أي: $P(n)$ ولنثبت صحتها من أجل $n+1$ " $0 \le u_n \le 3$ $1 \le 1 + u_n \le 4$ لدينا من فرضية التراجع أن: $\frac{1}{4} \le \frac{1}{1+u_n} \le 1$ $\frac{1}{2} \le \frac{2}{1+u_n} \le 2$ $0 \le \frac{1}{2} \le u_{n+1} \le 2 \le 3$			
بقية السؤال ب/ ومنه $0 \le u_{n+1} \le 3$ الخاصية صحيحة من أجل $n+1$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \le u_n \le 3$.			0,75
ج/ دراس اتجاه تغير المتتالية (u_n) $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - u_n + 2}{1+u_n}$ $= \frac{-(u_n - 1)(u_n - 2)}{1+u_n}$			0,5
بما أن $0 \le u_n \le 3$ فإن المتتالية (u_n) غير رتيبة ، وبما أنها كذلك فلا يمكن استنتاج تقاربها.			0,25
2 / أ / بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 : نجد أنّ: $v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n$			0,5
(v_n) هندسية أساسها $-\frac{1}{2}$ و $v_0 = \frac{2}{5}$			0,25

najah213.com · نجاح 213

0,25 0,25	2 / ب / $v_n=\frac{2}{5}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ثم $u_n=\frac{2v_n+1}{1-v_n}$ بالتعويض نجد: $u_n=\frac{2\frac{2}{5}\left(-\frac{1}{2}\right)^n+1}{1-\frac{2}{5}\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$
0,5	ج / $\lim u_n=1$ لأن $\lim\frac{2}{5}\left(-\frac{1}{2}\right)^n=0$ المتتالية (u_n) متقاربة

التمرين الرابع — **06,5 نقاط**

0,5	$f(x)=\ln x-\frac{1}{\ln x}$; دراسة تغيرات الدالة f: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}f(x)=-\infty$
0,5	f دالة تقبل الاشتقاق على $]1;+\infty[$ ولدينا: $f'(x)=\frac{1}{x}\left(1+\frac{1}{(\ln x)^2}\right)$
0,25	$f'(x)>0$ من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$ f متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$.
0,5	**جدول التغيرات:**
0,25 0,25	$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]=0$ و (C) و Γ متقاربان بجوار $+\infty$
0,5	3 / أ / a عدد حقيقي أكبر تماما من 1. المماس T_a للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها a المار بمبدأ المعلم معادلته: $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ $y=f'(a)x-af'(a)+f(a)$ بما أن T_a يمرّ من المبدأ فأن: $f(a)-af'(a)=0$
0,5	3 / ب / $g(x)=f(x)-xf'(x)$ $g(x)=\ln x-\frac{1}{(\ln x)^2}-\frac{1}{\ln x}-1$ $g(x)=\frac{(\ln x)^3-(\ln x)^2-\ln x-1}{(\ln x)^2}$ بيّن أنّه على المجال $]1;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$ و المعادلة: $(\ln x)^3-(\ln x)^2-\ln x-1=0$ لهما نفس الحلول لدينا: $g(x)=0$ يكافئ أنه:

x	1	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$

	$\frac{(\ln x)^3-(\ln x)^2-\ln x-1}{(\ln x)^2}=0$ $\begin{cases}(\ln x)^3-(\ln x)^2-\ln x-1=0\\(\ln x)^2\neq0 \quad /x\in]1;+\infty[\end{cases}$
0,5 0,25 0,25	3/ج/ دراسة تغيّرات الدالة u المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $u(t)=t^3-t^2-t-1$ $\lim\limits_{t\to+\infty}u(t)=+\infty$ و $\lim\limits_{t\to-\infty}u(t)=-\infty$ u دالة تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $u'(t)=3t^2-2t-1$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$u(t)$	$+$	0	$-$ 0	$+$

u متزايدة تماما على $\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[$ وعلى $]1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $\left[-\frac{1}{3};1\right]$

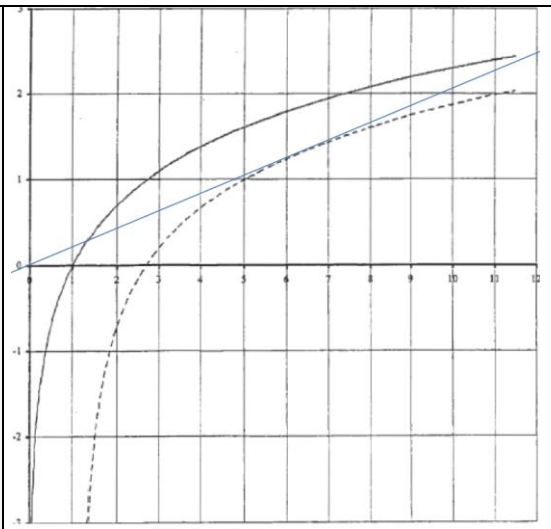
t	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$u(t)$	$+$	0	$-$ 0	$+$
$u(t)$	$-\infty$ $\nearrow$	$-\frac{22}{27}$ $\searrow$	-2 $\nearrow$	$+\infty$

0,5	
0,5	حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلاّ وحيدا t_0 على المجال $]1;+\infty[$ وبوضع $t=\ln x$ د / د / فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a على المجال $]e;+\infty[$ المماس T_a موجود

تقديم للمناقشة البيانية:

المستقيم الذي يمر من المبدأ ويقطع (C) في نقطة فاصلتها 10 (تنتمي الى المجال $]1;10[$) وترتيبها $\ln 10-\frac{1}{\ln 10}$ ومعادلته : $y=mx$ ميله يساوي $m=\frac{1}{10}\left(\ln 10-\frac{1}{\ln 10}\right)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

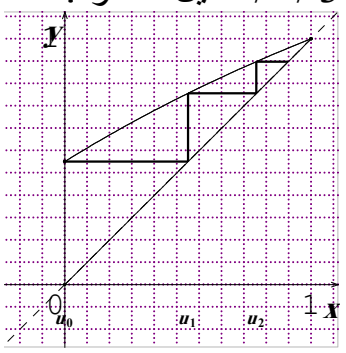
هـ / **المناقشة البيانية:** حلول المعادلة $f(x)=mx$ على المجال $]1;10[$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم الذي معادلته $y=mx$. • إذا كان $m<\frac{1}{10}\left(\ln 10-\frac{1}{\ln 10}\right)$ للمعادلة حل وحيد • إذا كان $\frac{1}{10}\left(\ln 10-\frac{1}{\ln 10}\right)\le m\le f'(a)$ للمعادلة حلان متمايزان. • إذا كان $m=f'(a)$ للمعادلة حل مضاعف a. • إذا كان $m>f'(a)$ ليس للمعادلة حل	0,5	 0,75

الموضوع الثاني — 20 نقطة

التمرين الأول — 04 نقاط

1 / الإجابة الصحيحة هي ب $\begin{cases} x=t+2t' \\ y=1-t+t' \\ z=-1-t \end{cases}$ $\vec{u_1}(1;-1;-1)$ $\vec{u_2}(2;1;0)$ $\vec{n}(1;-3;3)$ $\vec{u_1}.\vec{n}=0$ ، $\vec{u_2}.\vec{n}=0$	01
2 / الإجابة الصحيحة هي ج وذلك بتعويض احداثيات التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) في المعادلة الديكارتية للمستوي (P).	01
3 / الإجابة الصحيحة هي أ لأن: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}2\\-4\\2\end{pmatrix}$ $\vec{n}(1;-1;-1)$ و $\overrightarrow{MN}.\vec{n}=0$	01
4 / الإجابة الصحيحة هي ج : $(S): x+y+2=0$ $(\Delta)\subset(S)$ $(\Delta)\subset(P)$	01

التمرين الثاني — 05,5 نقاط

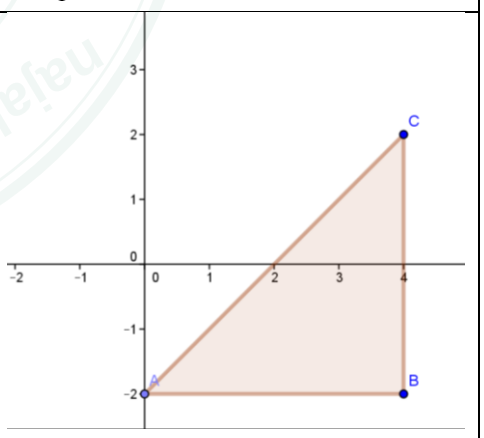
1 / دراسة تغيرات الدالة f على المجال $I=[0;1]$ f دالة تقبل الاشتقاق على I ومن أجل كل x من I فإن: $f'(x)=\frac{10}{(x+4)^2}$، f متزايدة تماما على I	0,5
الاستنتاج أنه من أجل كل x من I $f(x)$ تنتمي الى I: بما أن الدالة f متزايدة تماما على I فإن: $0\le x\le 1$ فإن: $f(0)\le f(x)\le f(1)$ أي: ومنه: $0\le f(x)\le 1$ $0<\frac{1}{2}\le f(x)\le 1$	0,5
2 / الاستدلال بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0\le u_n\le 1$. نعتبر الخاصية $P(n):0\le u_n\le 1$ نتحقّق من صحّة الخاصية من أجل $n=0$ $0\le u_0\le 1$ الخاصية محقّقة من أجل $n=0$ أي $P(0)$ ولنفرض أنّها صحيحة من أجل n	
بقية الاستدلال بالتراجع: أي: $P(n)$ ولنثبت صحتها من أجل $n+1$ " لدينا من فرضية التراجع أن: $0\le u_n\le 1$ وبما أنه من أجل كل x من I فإن: $f(x)$ تنتمي الى I وبما أن $u_n\in I$ فإن: $u_{n+1}=f(u_n)$ مع $f(u_n)\in I$ الخاصية محقّقة من أجل $n+1$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0\le u_n\le 1$.	0,75
3 / أ / تمثيل الحدود: 	0,75

البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr
أستاذ المادة: أبو القاسم سيدي محمد عدالي

najah213.com · نجاح 213

3 / ب / المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة.	0,5
ج / التحقّق من أنّ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(1-u_n)(u_n+2)}{u_n+4}$ بما أن: $u_n+2>0$ و $u_n+4>0$ فإن إشارة $u_{n+1}-u_n$ من إشارة $1-u_n$ لدينا : $0\le u_n\le 1$ $-1\le -u_n\le 0$ $0\le 1-u_n\le 1$ المتتالية (u_n) متزايدة. $0\le u_{n+1}-u_n\le 1$	0,75
د / بما أن المتتالية محدودة من الأعلى ومتزايدة فهي متقاربة	0,25
وبما أنها متقاربة فإن: $\lim u_n=\lim u_{n+1}=l$ $f(l)=l$ ؛ $l=\dfrac{3l+2}{l+4}$ ومنه : $l=1$	0,25
4 / الاثبات أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+2}$ ؛ $v_{n+1}=\dfrac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}+2}=\dfrac{\frac{u_n-1}{u_n+2}-1}{\frac{u_n-1}{u_n+2}+2}$	

بقية السؤال 4 / $v_{n+1}=\dfrac{3u_n+2-u_n-4}{3u_n+2+2u_n+8}=\dfrac{2u_n-2}{5u_n+10}$ $=\dfrac{2}{5\left(\dfrac{u_n-1}{u_n+2}\right)}=\dfrac{2}{5}v_n$ (v_n) متتالية هندسية اساسها $\dfrac{2}{5}$	0,5
$v_0=-\dfrac{1}{2}$ ، $v_n=-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n$	0,25
$u_n=\dfrac{-2v_n-1}{v_n-1}=\dfrac{-2\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^n-1}{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^n-1}$	0,25
$\lim u_n=1$ لأن: $\lim -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n=0$ $\lim u_n=\lim\left(\dfrac{-1}{-1}\right)=1$	0,25

التمرين الثالث — 05,5 نقاط	
1/ حل المعادلة: $z^2-8z+20=0$ $\Delta=-4=4i^2$ ، $z_1=4+2i$ و $z_2=4-2i$	01
	0,5
المثلّث ABC قائم في B التبرير: $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=i$ ، $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\dfrac{\pi}{2}$	0,5
أستاذ المادة: أبو القاسم بن محمد علواني البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr	

3 / $z'=\dfrac{z-4-2i}{z+2i}$ ، تعيين مجموعة النقط M بحيث z' حقيقي المجموعة هو $\dfrac{z-z_C}{z-z_A}=k\,;k\in\mathbb{R}$ المستقيم (AC) ما عدا النقطة A	0,5
4 / تعيين مجموعة النقط M بحيث $\lvert z'\rvert=1$ المجموعة هي محور القطعة $[AC]$	0,5
5 / $z'-1=\dfrac{-4-4i}{z+2i}$	0,5
6 / $\lvert -4-4i\rvert=4\sqrt{2}$	0,5
$z'-1=\dfrac{-4-4i}{z+2i}$; $z'-z_D=\dfrac{-4-4i}{z-z_A}$ $\lvert z'-z_D\rvert=\dfrac{\lvert -4-4i\rvert}{\lvert z-z_A\rvert}$; $DM'=\dfrac{4\sqrt{2}}{AM}$ $DM'.AM=4\sqrt{2}$	0,5
7 / M نقطة من الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2 معناه: $AM=2$	0,25
بالتعويض نجد $DM'=2\sqrt{2}$ المجموعة هي الدائرة التي مركزها D ونصف قطرها $2\sqrt{2}$	0,75

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين الرابع — 05 نقاط

$$f(x)=\ln\left(\frac{2e^{2x}+1}{e^{x}+2}\right)$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\ln 2$ — 0,5

الإثبات أن: $f(x)=x+\ln 2+\ln\left(\frac{1+\frac{1}{2}e^{-2x}}{1+2e^{-x}}\right)$ — 0,25

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ — 0,25

اتجاه التغيّر: f دالة تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ — 0,75

$$f'(x)=\frac{e^{x}(2e^{2x}-8e^{x}-1)}{(e^{x}+2)(2e^{2x}+1)}$$

$e^{x}=y\;;\Delta=72$ / $y_1=\frac{-4+3\sqrt{2}}{2}$ — 0,5

$y_2=\frac{-4-3\sqrt{2}}{2}$ مرفوض

$x_1=\ln y_1=\ln\left(\frac{-4+3\sqrt{2}}{2}\right)\approx -2,1$

x	$-\infty$		$\ln\left(\frac{3}{\sqrt{2}}-2\right)$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

f متناقصة تماما على المجال $]-\infty,x_1[$ ومتزايدة تماما على $]x_1;+\infty[$ — 0,5

تابع للسؤال 2 / جدول التغيرات:

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(x_1)$	↗	$+\infty$

3 / $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x+\ln 2)\right)$ — 0,5

المستقيم $(\Delta): y=x+\ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

4 / الإثبات أن نقطة تقاطع مقاربي المنحنى (C_f) تنتمي إلى (C_f): ولتكن هذه النقطة هي $A(-2\ln 2;-\ln 2)$ نبين أن: $f(-2\ln 2)=-\ln 2$ — 0,25

5 / دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم الذي معادلته: $y=-\ln 2$ — 0,5

$$f(x)+\ln 2=\ln\left(\frac{2e^{2x}+1}{e^{x}+2}\right)+\ln 2$$

$$=\ln\left(\frac{2e^{2x}+1}{e^{x}+2}\times 2\right)=\ln\left(\frac{4e^{2x}+2}{e^{x}+2}\right)$$

$\ln\left(\frac{4e^{2x}+2}{e^{x}+2}\right)\geq 0$ أي $\frac{4e^{2x}+2}{e^{x}+2}\geq 1$;

ومنه: $e^{x}(4e^{x}-1)\geq 0$ أي : $e^{x}\geq\frac{1}{4}$ اي:

$x\geq-\ln 4$ ومنه من اجل كل x ; فإن (C_f) فوق المستقيم المقارب وتحته في المجال الاخر.

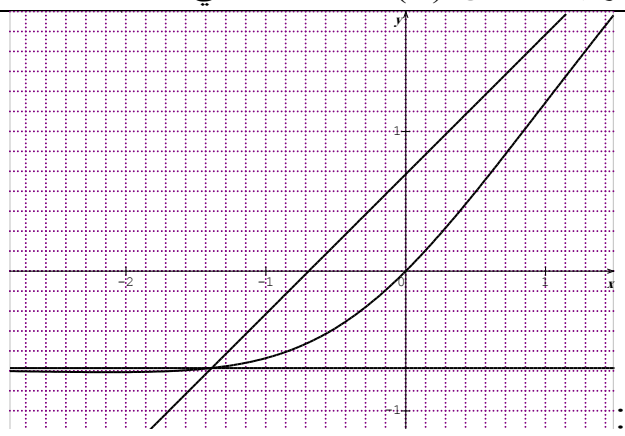
دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم الذي معادلته (Δ) :

$f(x)-(x+\ln 2)\geq 0$ اي $\ln\left(\frac{1+\frac{1}{2}e^{-2x}}{1+2e^{-x}}\right)\geq 0$

$\frac{1+\frac{1}{2}e^{-2x}}{1+2e^{-x}}\geq 1$ أي : $x\geq-\ln 4$ ومنه: من اجل كل x ; فإن (C_f) فوق (Δ) وتحته في المجال الاخر.

6 / معادلة ديكارتية للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0: $y=x$ — 0,5

التمثيل البياني : — 0,5



أستاذ المادة : أبو القاسم بن محمد علواني
البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr