najah213.com · نجاح 213

ثانوية المجاهد الحاج خيري الخير –مقرة– السنة الدراسية : 2022 – 2023

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : ثالثة علوم تجريبية – تقني رياضي يوم: 08 – 12 – 2022 المدة : ساعتان

التمرين الأول: 03 نقاط

لكل سؤال اقتراح واحد فقط صحيح ،حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير.

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $-y'+2y-2=0$ الذي يحقق $y(0)=2023$ هو :

أ) $y=2021\,e^{2x}-1$ ب) $y=2022\,e^{2x}+1$ ج) $y=-2022\,e^{2x}+3$

2) المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تقبل في $\mathbb{R}$:

أ) حلا على الأقل ب) حلا وحيدا ج) لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$.

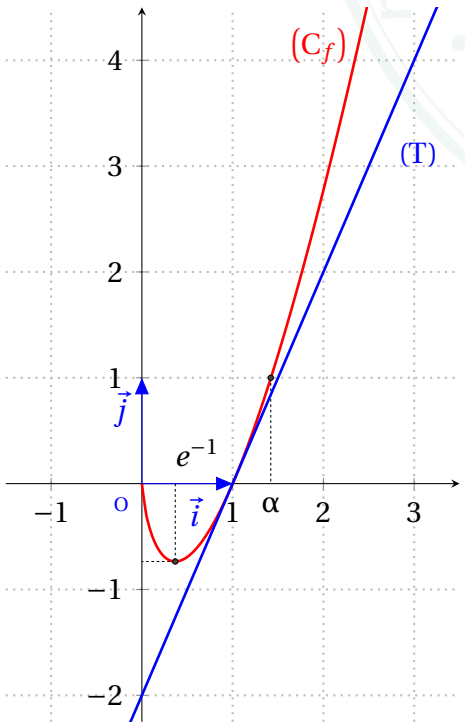
3) إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ و $g(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ ، فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}(gof)(x)$ تساوي :

أ) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) 0

التمرين الثاني: 08 نقاط

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (C_f) يقبل قيمة حدية صغرى عند e^{-1} تساوي $-\frac{2}{e}$ ويقبل مماسا (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1$ يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $1.3<\alpha<1.5$.

I) **بقراءة بيانية:**



1) عيّن $f(1)$ و $f'(1)$.

2) حدّد حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$:

أ) إشارة كل من : $f(x)$ و $f'(x)$.

ب) وضعية (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=1$.

II) نقبل أن الدالة f معرفة بالعبارة : $f(x)=(ax+b)\ln x$

حيث a و b عددان حقيقيان.

1) أُحسب $f'(x)$ بدلالة a و b.

2) باستعمال المعطيات السابقة عيّن a و b.

3) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-\ln[f(x)]$.

أ) عبّر عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

ب) أُدرس إشارة $g'(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث: 09 نقاط

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)\,\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}$.

1) أُدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0.5<\alpha<0.6$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\,x+\mathrm{e}-2$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j})$.

1) أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2) أُحسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) أثبت أن المستقيم (D) ذا المعادلة : $y=-\mathrm{e}\,x+\mathrm{e}-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) أُدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

ج) بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة له.

4) أنشئ كل من : (C_f) ، (D) و (T) . يعطى $f(\alpha)\approx 0.2$

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m+2-\mathrm{e})\,\mathrm{e}^{-x}=x$.

III) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\mathrm{e}\,[(x+1)\,\mathrm{e}^{x}-x]$.

1) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $h(x)=f(x+a)+b$.

2) اشرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أُرسمه في نفس المعلم السابق.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح اختبار الفصل الأول :

التمرين الأول : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y'+2y-2=0$ – الذي يحقق $y(0)=2023$ هو : ب) $y=2022e^{2x}+1$.

التبرير: لدينا : $y'+2y-2=0$ تكافئ $y'=2y-2$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة 1 حلولها الدوال من الشكل: $\boxed{y=Ce^{2x}+1}$ مع C عدد حقيقي ثابت. ولدينا $y(0)=2023$ إذن $2023=Ce^{0}+1$ ومنه $C=2022$ وبالتالي: $\boxed{y=2022e^{2x}+1}$

2) المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تقبل في $\mathbb{R}$: ب) حلا وحيدًا

التبرير: نضع $t=e^{x}>0$ ومنه المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ تكافئ المعادلة $(E)\cdots t^2-3t-4=0$.

$\Delta=9-4(1)(-4)=25>0$ للمعادلة (E) حلين في $\mathbb{R}$ هما: $t_1=4>0$ أو $t_2=-1<0$ "مرفوض"

إذن حلول المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ هي : $S=\{\ln 4\}$ وعليه فهي تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.

3) إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و $g(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}(gof)(x)$ تساوي : ج) 0

التبرير: لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}x+\sqrt{x^2-1}\times\frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x^2+1}{x-\sqrt{x^2-1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x-\sqrt{x^2-1}}=0$$

($x-\sqrt{x^2-1}\to-\infty$)

التمرين الثاني:

I) بقراءة بيانية:

1) $f(1)=0$ و $f'(1)=\dfrac{4-0}{3-1}=2$.

2) أ) تحديد إشارة كل من: $f(x)$ و $f'(x)$:

x	0		1		$+\infty$
$f(x)$	‖	$-$	0	$+$	

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

ب) وضعية (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=1$.

x	0		α		$+\infty$
$f(x)-1$	‖	$-$	0	$+$	
الوضعية النسبية	‖	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(\alpha;f(\alpha))$		(C_f) فوق (Δ)

II) نقبل أن الدالة f معرفة بالعبارة : $f(x)=(ax+b)\ln x$

حيث a و b عددان حقيقيان.

1) حساب $f'(x)$ بدلالة a و b.

الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة:

$$f'(x)=a\ln x+\frac{ax+b}{x}=\frac{ax\ln x+ax+b}{x}$$

2) باستعمال المعطيات السابقة نعيّن a و b.

لدينا: $f'(1)=2$ ومنه $\dfrac{a(1)\ln(1)+a+b}{1}=2$ أي $a+b=2$ إذن $a=2-b$.

من جهة أخرى لدينا أيضا $f(e^{-1})=\dfrac{-2}{e}$ أي: $(ae^{-1}+b)\ln(e^{-1})=\dfrac{-2}{e}$

ومنه $ae^{-1}+b=\dfrac{2}{e}$ إذن $a+be=2$ أي $a+be-2=0$.

نعوض بقيمة a التي وجدناها سابقا نجد: $2-b+be-2=0$

ومنه $b(e-1)=0$ إذن $b=0$ و $a=2$.

3) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-\ln[f(x)]$.

أ) التعبير عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]1;+\infty[$ ولدينا:

$$g'(x)=f'(x)-\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{f'(x)[f(x)-1]}{f(x)}$$

ب) دراسة إشارة $g'(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f(x)>0$ ومنه الإشارة من إشارة البسط : $f'(x)[f(x)-1]$.

x	1		α		$+\infty$
$f(x)-1$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	‖	$+$		$+$	
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]1;\alpha]$.

تشكيل جدول تغيرات الدالة g .

x	1		α		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖	↘	$g(\alpha)$	↗	

التمرين الثالث:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^{x}-e$.

1) دراسة تغيرات الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها.

أ- تعيين نهاية الدالة g عند $-\infty$ وَ $+\infty$:

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)e^{x}-e=+\infty$$
$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}(x+1)e^{x}-e=\lim_{x\to-\infty}xe^{x}+e^{x}-e=-e$$

لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x}=0$.

ب- الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $g'(x)=e^{x}+(x+1)e^{x}=(x+2)e^{x}$.

$g'(x)=0$ يكافئ $x=-2$ مع $e^{x}>0$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-2]$.

جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$		-2		α		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$			
$g(x)$	$-\mathrm{e}$	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
			$g(-2)\approx -2.85$				

2) برهان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$:

في المجال $]-\infty;-2]$ الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما و $0\notin[-\mathrm{e};g(-2)]$ ومنه المعادلة $g(x)=0$ لا تقبل حلا في هذا المجال.

في المجال $]-2;+\infty[$ الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما و $0\in[g(-2);+\infty[$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-2;+\infty[$.

ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

التحقق أن: $0.5<\alpha<0.6$:

لدينا $g(0.5)\times g(0.6)<0$.

3) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$. نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2=+\infty$$
$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2=\lim_{x\to+\infty}\mathrm{e}^{x}\left(x-\mathrm{e}x\mathrm{e}^{-x}\right)+\mathrm{e}-2=+\infty$$

مع العلم أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}x\mathrm{e}^{-x}=0$.

2) حساب $f'(x)$: الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا:

$f'(x)=\mathrm{e}^{x}+x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}=\mathrm{e}^{x}(1+x)-\mathrm{e}=g(x)$.

استنتاج اتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ وعليه:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha[$ ومتزايدة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$.

جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

3) أ) إثبات أن المستقيم (D) ذا المعادلة : $y=-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)]=\lim_{x\to-\infty}[x\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2+\mathrm{e}\ x-\mathrm{e}+2]$$

ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)]=\lim\limits_{x\to-\infty}x\mathrm{e}^{x}=0$

وعليه المستقيم (D) ذو المعادلة : $y=-\mathrm{e}x+\mathrm{e}-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

لدينا من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-(-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2)=x\mathrm{e}^{x}=0$ معناه $x=0$ حيث $\mathrm{e}^{x}>0$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x\mathrm{e}^{x}$		$-$	0	$+$	
الوضعية النسبية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $(0;f(0))$	(C_f) فوق (Δ)	

ج) نبيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة له.

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f'(x)=-\mathrm{e}$.

$g(x)=-\mathrm{e}$ ومنه $(x+1)\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}=-\mathrm{e}$ أي $x+1=0$ وعليه $x=-1$

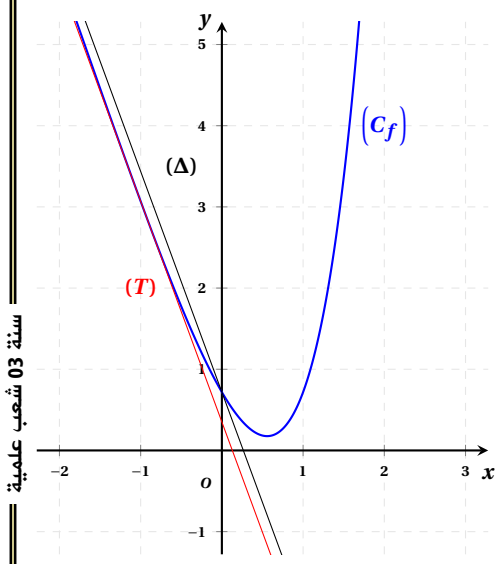
وبالتالي يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (D) معادلته:

$(T):y=-\mathrm{e}(x+1)+f(-1)$ مع $f(-1)=-\mathrm{e}^{-1}+2\mathrm{e}-2$.

إذن : $(T):y=-\mathrm{e}\ x-\mathrm{e}-\mathrm{e}^{-1}+2\mathrm{e}-2$

وعليه : $(T):y=-\mathrm{e}\ x+\mathrm{e}-2-\mathrm{e}^{-1}$.

4) إنشاء كل من : (C_f) ، (D) و (T) . يعطى $f(\alpha)\approx 0.2$



www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

5) نناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m+2-e)e^{-x}=x$.

$(m+2-e)e^{-x}=x$ تكافئ $(m+2-e)=xe^{x}$ ومنه $m=xe^{x}+e-2$ وعليه $f(x)=-ex+m$. إذن هي مناقشة مائلة

الحلول هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=-ex+m$ ومنه :

- $m\in]-\infty;e-2-e^{-1}[$ لا توجد حلول.
- $m=e-2-e^{-1}$ يوجد حل وحيد سالب.
- $m\in]e-2-e^{-1};e-2[$ يوجد حلان سالبين.
- $m=e-2$ يوجد حل وحيد معدوم .
- $m>e-2$ يوجد حل وحيد موجب

III) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=e\left[(x+1)e^{x}-x\right]$.

1) تعيين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:

$h(x)=f(x+a)+b$.

لدينا: $h(x)=e\left[(x+1)e^{x}-x\right]=(x+1)e^{x+1}-ex$ ، و :

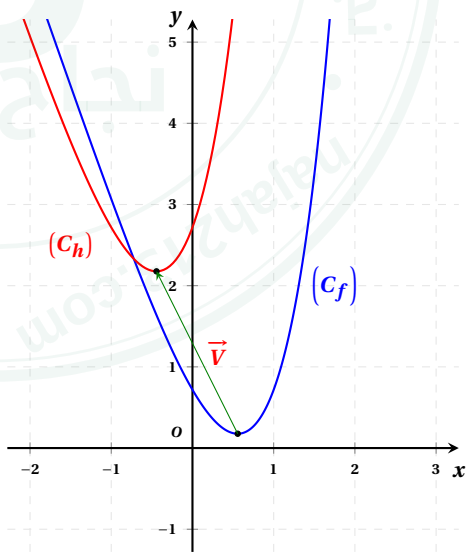
$$f(x+a)+b=(x+a)e^{x+a}-e(x+a)+e-2+b$$
$$=(x+a)e^{x+a}-ex-ea+e-2+b$$

بالمطابقة نجد : $x+a=1$ و $-ea+e-2+b=0$

ومنه : $a=1$ و $-e+e-2+b=0$ إذن : $b=2$ وبالتالي: $h(x)=f(x+1)+2$

2) شرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم نرسمه في نفس المعلم السابق.

(C_h) هو صورة المنحنى (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه : $\vec{V}=-\vec{i}+2\vec{j}$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com