najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني — **السنة الدراسية: 2019/2018**

أركان الجيش الوطني الشعبي — **المستوى: السنة الثالثة ثانوي**

دائرة الاستعمال والتحضير — **الشعبة: علوم تجريبية**

مديرية مدارس أشبال الأمة — **المدة: 03 ساعات و 30 دقيقة**

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

نعتبر $P(z)$ كثير حدود لمتغيّر مركّب z حيث : $P(z)=z^3-(4+3i)z^2+(13+12i)z-39i$

1) أ) بيّن أنّ المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلاّ تخيّليا صرفا يطلب تعيينه .

ب) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد مركّب z : $P(z)=(z-3i)(az^2+bz+c)$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركّب z التالية : $P(z)=0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر أربع نقط A ، B ، C و D من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=3i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2-3i$ و $z_D=i$.

أ) أكتب العبارة المركبّة للتشابه المباشر S الذي مركزه B و يحوّل C إلى A .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC ثمّ أحسب مساحته .

ج) لتكن النقطة E صورة A بالتحويل S ، استنتج مساحة المثلث ABE .

3) أ) أحسب العدد $\frac{z_A-z_B}{z_D-z_B}$ ، ثمّ استنتج أنّ A صورة D بتحويل نقطي f يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميّزة .

ب) عيّن طبيعة التحويل $S\circ f$ و عناصره المميّزة (الرمز $\circ$ يدل على عملية تركيب التحويلات النقطية).

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=z_A+6e^{i\theta}$ ، $\theta\in\mathbb{R}$.

أ) تحقق أنّ B تنتمي إلى (Γ) .

ب) عيّن المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le n+3$.

ب) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

ج) استنتج أنّ المتتالية (u_n) محدودة من الأسفل . هل هي متقاربة ؟ برّر.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_n-n$

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) أحسب المجموع : $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3) نعتبر المتتالية (t_n) المعرّفة بـ : $t_n = \ln(v_n)$

أ) برهن أنّ المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أحسب المجموع : $S'_n = t_0 + t_1 + ... + t_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي وعاء على n كرة بيضاء، 5 كرات حمراء و 3خضراء،نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

1) ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟

2) نرمز بـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللّون .

أ) أثبت أنّ : $P(n) = \dfrac{n^2 - n + 26}{(n+7)(n+8)}$

ب) أحسب $\lim\limits_{n\to\infty} P(n)$ ثمّ فسّر النتيجة .

3) نضع $n = 4$ يقوم لاعب بسحب كرتين من الوعاء في آن واحد ثمّ يرجعهما و يسحب كرتين أخريين.لإجراء هذين السحبين يدفع اللّاعب مبلغا قدره30 دينارا و بعد كلّ سحب يتحصّل على 40 دينار إذا كانت الكرتان من نفس اللّون، وإلاّ يتحصّل على 5 دنانير فقط.

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحبين ربح هذا اللّاعب .

أ) عيّن قيم المتغيّر العشوائي X .

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X.

ج) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

<u>الجزء الأوّل</u> : g دالة عددية معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2\ln x$

1) أدرس تغيّرات الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,75 < \alpha < 0,76$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

<u>الجزء الثاني</u> : نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = 1 - x + \dfrac{2}{x}(1+\ln x)$

نسمّي (C_f) المنحني الممثّل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ)ذا المعادلة : $y = -x+1$ مقارب للمنحى (C_f)بجوار $+\infty$ ، ثمّ أدرس وضعية (C_f)بالنسبة إلى (Δ).

2) أ) أثبت أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = -\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له .

ب) أثبت أنّ : $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \dfrac{2}{\alpha}$ و استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثمّ أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحني (C_f) في المعلم السّابق.

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $\dfrac{2}{x}(1+\ln x) = m$.

5) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أ) أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيّز من المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=1$ ، $x=\lambda$ و $y=-x+1$.

ب) عيّن قيمة λ بحيث يكون : $A(\lambda)=\ln\lambda^3$.

الجزء الثّالث : a عدد حقيقي موجب تماما ، f_a دالة معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f_a(x)=1-x+\frac{a}{x}(1+\ln x)$

و ليكن (C_a) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أثبت أنّ جميع المنحنيات (C_a) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثييها .

2) نعتبر النقط : $A\left(-2;\frac{4}{a}\right)$ ، $B\left(1;\frac{2\ln a}{a}\right)$ و $C(-2a;2a-2)$ ،ولتكن النقطة G_a مرجح الجملة المثقلة :

$\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

أ) عيّن بدلالة a احداثيي النقطة G_a .

ب) استنتج مجموعة النقط G_a عندما يمسح العدد a المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

انتهى الموضوع الأول

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A , B و C التي لواحقها على الترتيب $Z_A=1+i$, $Z_B=\sqrt{3}-i$ و $Z_C=4$.

1) أ)أكتب الأعداد المركبة Z_A و Z_B و $\frac{Z_A}{Z_B}$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي.

ب)أكتب العدد المركب $\frac{Z_A}{Z_B}$ على شكله الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

2) أوجد قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^n=\frac{1}{8}\left(1-i\sqrt{3}\right)$ ثم أحسب $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^8$.

3) ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$Z'=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}Z$$

عين طبيعة التحويل النقطي S ومع تحديد عناصره المميزة.

4) أ)أوجد المجموعة (Γ_1) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث $Z=Z_C+2e^{i\theta}$ لما θ تتغير في $\mathbb{R}$.

ب)أوجد المجموعة (Γ_2) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث $Arg(z-z_c)=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

5) أوجد المجموعة (Γ) صورة (Γ_1) بالتحويل النقطي S محددا عناصرها المميزة.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 12 كرة منها 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 3 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 و خمس خضراء تحمل الأرقام: 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .

نسحب في آن واحد كرتين من هذا الكيس .

1) نعتبر الحادثتين : A : " سحب كرتين من نفس اللون " و B : " سحب كرة خضراء على الأقل " .

أ) أحسب احتمال الحوادث التالية : A ، B و $A\cap B$.

ب) هل الحادثتين: A و B مستقلتان ؟ .

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-\ln(x+2)$.

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2) (u_n) متتالية معرفة كما يلي : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\geq -1$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

جـــ) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة واحسب نهايتها.

3) (v_n)متتالية معرفة كما يلي: $v_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_n = \ln\left[(u_0+2)\times(u_1+2)\times....\times(u_{n-1}+2)\right]$$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = 3 - u_n$.

ب) أستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\left[(u_0+2)\times(u_1+2)\times....\times(u_{n-1}+2)\right]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2e.e^{-\frac{x}{2}} - e^{-x}$.

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f (لاحظ أن $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}\left(2e - e^{-\frac{x}{2}}\right)$)

2) أثبت أن (C)يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

3) أكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) عين احداثيي نقطة تقاطع المنحنى (C)مع حامل محور الفواصل .

5) أرسم المماس (D) ثم المنحنى (C) .

6) λ عدد حقيقي أكبر تماما من -2 .

أ) أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $x = -2$ ، $x = \lambda$ و $y = 0$.

ب) عين قيمة λالتي من أجلها يكون $S(\lambda) = 2e + 1$.

جـــ) أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$.

7) ناقش بيانا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m^2$.

انتهى الموضوع الثاني

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني — **السنة الدراسية: 2019/2018**

أركان الجيش الوطني الشعبي — **المستوى: السنة الثالثة ثانوي**

دائرة الاستعمال والتحضير — **الشعبة: علوم تجريبية**

مديرية مدارس أشبال الأمة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الأول

محاور الموضوع	عناصـــر الإجـــابة	العلامـــة مجزأة	العلامـــة كاملة
التمرين الأول	أ- إذا كانت المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلّا تخيليا صرفا فهو من الشكل $z=ai$ حيث $a\in\mathbb{R}^*$ $P(ai)=0$ يكافئ $(4a^2-12a)+(-a^3+3a^2+13a-39)i=0$ يكافئ $\begin{cases}4a^2-12a=0\\-a^3+3a^2+13a-39=0\end{cases}$ و منه $\begin{cases}a=0 \text{ أو } a=3\\-a^3+3a^2+13a-39=0\end{cases}$ إذن $a=3$ فعلا المعادلة تقبل حلا تخيليا صرفا هو $z=3i$		05 ن
	ب- تعيين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث : $P(z)=(z-3i)(az^2+bz+c)$ باستعمال إحدى الطرق المعروفة نجد : $a=1,b=-4,c=13$ و عليه $P(z)=(z-3i)(z^2-4z+13)$	0.5	
	ج- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$ تكافئ $z=3i$ أو $z^2-4z+13=0$ ، $\Delta'=(3i)^2$ و عليه الحلان الآخران هما $z=2-3i$ أو $z=2+3i$ و منه $S=\{3i;2-3i;2+3i\}$	0.75	
	أ- العبارة المركّبة للتشابه المباشر S الذي مركزه B و يحوّل C إلى A هي: $z'=3iz-9-3i$.	0.5	
	ب- إستنتاج طبيعة المثلث ABC : $\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_B-z_C}\right)=\arg(3i)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ و $\left\lvert\frac{z_B-z_A}{z_B-z_C}\right\rvert=3$ ، $k\in\mathbb{Z}$ و منه ABC قائم في B ،	0.5	
	مساحته : $S_{ABC}=\frac{1}{2}.k.\lvert z_C-z_B\rvert^2=\frac{1}{2}.3.\lvert z_C-z_B\rvert^2=6ua$ ،حيث $k=3$ هي نسبة التشابه S	0.25	
	ج- E صورة A و A صورة C إذن مساحة المثلث ABE هي : $S_{ABE}=3^2.S_{ABC}=54ua$	0.25	
	3) أ) لدينا $\frac{z_A-z_B}{z_D-z_B}=\frac{3}{2}$.	0.5	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثاني	إذن A صورة D بواسطة تحاكي مركزه B و نسبته $k'=\frac{3}{2}$	0.25	04 ن
	ب- طبيعة التحويل foS وعناصره المميّزة: foS تشابه مباشر مركزه B، نسبته $k\times k'=3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}+2k\pi$	0.25	
	4) أ- التحقق أنّ B تنتمي إلى (Γ): لاحقة B تحقق العلاقة $z_B=z_A+6e^{-i\frac{\pi}{2}}$، إذن $B\in(\Gamma)$	0.75	
	ب- تعيين المجموعة (Γ): (Γ) دائرة مركزها A و نصف قطرها 6.	0.25	
	أ- برهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\le n+3$	0.25	
	نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$، $u_0\le 0+3$ صحيحه لأنّ $u_0=2$		
	نفرض صحّة الخاصيّة من أجل n أي : $u_n\le n+3$		
	نبرهن صحّة الخاصيّة من أجل $n+1$، أي $u_{n+1}\le n+4$:		
	لدينا $u_n\le n+3$ (الفرضية) و عليه $\frac{2}{3}u_n\le\frac{2}{3}n+2$ و منه $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\le n+3$		
	أي $u_{n+1}\le n+3$ ما يستلزم أنّ $u_{n+1}\le n+4$		
	الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.		
	ب- اتجاه تغيّر (u_n) : ندرس إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$		
	$u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1=-\frac{1}{3}\left(u_n-(n+3)\right)$، بما أنّ $u_n\le n+3$ فإنّ $u_{n+1}-u_n\ge 0$ و عليه (u_n) متزايدة	0.5	
	ج- (u_n) متزايدة و حدّها الأوّل $u_0=2$ إذن هي محدودة من الأسفل بـ 2.		
	(u_n) غير متقاربة لأنّها ليست محدودة من الأعلى	0.5	
	2)أ- إثبات أنّ (v_n) هندسية أساسها q، معناه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1}=v_n\times q$	0.5	
	$v_{n+1}=u_{n+1}-n-1=\frac{2}{3}(u_n-n)=\frac{2}{3}v_n$، فعلا (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=2$	0.25	
	ب- عبارة v_n ثمّ u_n بدلالة n : $v_n=2\times\left(\frac{2}{3}\right)^n=\frac{2^{n+1}}{3^n}$ و منه $u_n=v_n+n=\frac{2^{n+1}}{3^n}+n$	0.75	
	ج- حساب المجموع : $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$		
	$S_n=v_0+v_1+.....+v_n+1+2+.....+n=\frac{n^2+n+12}{2}-\frac{2^{n+2}}{3^n}$	0.25	
	3) أ- (t_n) متتالية حسابية أساسها r معناه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $t_{n+1}=t_n+r$	0.25	
	$t_{n+1}=\ln v_{n+1}=t_n+\ln\frac{2}{3}$ ، فعلا (t_n) متتالية حسابية أساسها $r=\ln\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=\ln 2$	0.25	
	ب- حساب المجموع $S'_n=t_0+t_1+.....+t_n$		
	$S'_n=\frac{n+1}{2}\ln\frac{2^{n+2}}{3^n}$		

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث	حساب احتمال الحصول على كرتين بيضاوين : $P_B=\frac{C_n^2}{C_{n+8}^2}=\frac{(n-1)n}{(n+7)(n+8)}$	0.5	04 ن
	أ- إثبات أنّ : $P(n)=\frac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$	0.25	
	$P(n)=\frac{C_n^2+C_3^2+C_5^2}{C_{n+8}^2}=\frac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$		
	ب- حساب $\lim\limits_{n\to\infty}P(n)$ وتفسير النتيجة :	0.5	
	$\lim\limits_{n\to+\infty}P(n)=1$		
	التفسير : كلّما زاد عدد الكرات البيضاء زاد إحتمال سحب كرتين من نفس اللون (بيضاوين) حتى تصبح الحادثة شبه أكيدة	0.75	
	3)أ- قيم المتغيّر العشوائي : $X\in\{-20,15,50\}$		
	ب- قانون إحتمال X :	0.25	

$X=X_i$	-20	15	50
$P(X=X_i)$	$\frac{2209}{4356}$	$\frac{1786}{4356}$	$\frac{361}{4356}$

	ج- الأمل الرياضياتي $E(X)$:	0.25	
	$E(X)=-20\times\frac{2209}{4356}+15\times\frac{1786}{4356}+50\times\frac{361}{4356}=\frac{5}{33}$	0.75	
التمرين الرابع	**الجزء الأوّل :** تغيّرات الدالة g :	0.75	07 ن
	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$		
	$g'(x)=\frac{2x^2+2}{x}$ ، لاحظ أنّ $g'(x)>0$ على $]0;+\infty[$ وعليه فإنّ g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$	0.75	
	إثبات أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.75<\alpha<0.76$		
	g مستمرّة و متزايدة تماما على $[0.75;076]$ و $g(0.75)\times g(0.76)<0$ لأنّ		
	إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل $\begin{cases}g(0.75)=-0.012\\g(0.76)=0.028\end{cases}$	0.25	
	حلا وحيدا α حيث : $0.75<\alpha<0.76$	0.25	
	إشارة $g(x)$: $g(x)<0$ من أجل $x\in]0;\alpha[$ و $g(x)>0$ من أجل $x\in]\alpha;+\infty[$		
	الجزء الثاني :		
	أ- أحساب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$		
	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$		
	ب- لدينا $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$		
	و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x}(1+\ln x)=0$ ، إذن $(\Delta):y=1-x$ مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$.	0.5	
		0.25	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

- الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

x	0		$+\infty$ $1/e$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضعية	(C_f) يقع تحت (Δ)	(Δ) يقطع (C_f) في $\left(\frac{1}{e};\frac{e-1}{e}\right)$	(C_f) يقع فوق (Δ)

0.25

0.25

أ- إثبات أنّ $f'(x)=-\frac{g(x)}{x^2}$ **0.5**

ب- إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$ ، إذن f متزايدة تماما على $[0;\alpha[$ و متناقصة تماما على $]\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات f :

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$-\ 0\ +$	
$f(x)$	$\|$	$f(\alpha)$ ↗ ↘	$-\infty$

0.25

0.25

3) أ- تبيين أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) و كتابة معادلة له:

$(T)//(\Delta)$ يكافئ $f'(x)=-1$ و منه $x=1$ ، فعلا يوجد مماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة $P(1;2)$ يوازي (Δ).

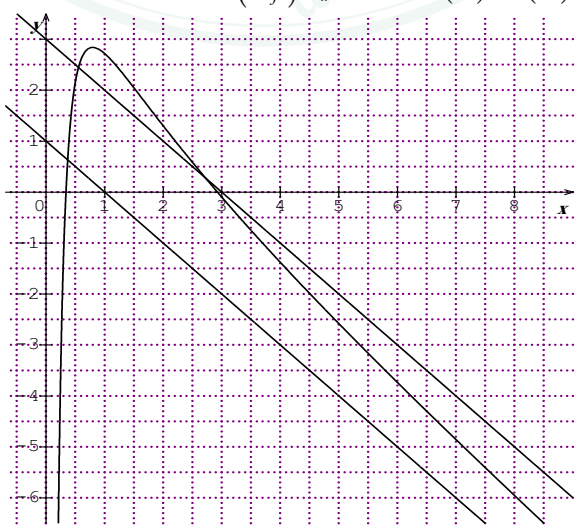
معادلة له : $y=-x+3$

ب- التحقق من أنّ $f(\alpha)=1-2\alpha+\frac{2}{\alpha}$ **0.25**

- استنتاج حصر $f(\alpha)$: باستعمال قواعد الحصر نجد : $2.11<f(\alpha)<2.17$

ج- $f(2)=\ln 2$ ، $f(3)=-\frac{4}{3}+\ln 3$

رسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحني (C_f) **0.25**



0.25

0.25

0.25

المناقشة البيانية : **01 ن**

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

		المعادلة $\frac{2}{x}(1+\ln x)=m$ تكافئ $f(x)=-x+m+1$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y=-x+m+1$ و الموازي لـ (T) و (Δ). • من أجل $m\in]-\infty;0[$، المعادلة تقبل حلا وحيدا • من أجل $m\in]0;2[$، المعادلة تقبل حلين متمايزين • من أجل $m=2$، المعادلة تقبل حلا مضاعفا • من أجل $m\in]2;+\infty[$، المعادلة لا تقبل حلا	0.5	
		أ- حساب المساحة $A(\lambda)=\int_1^{\lambda}\frac{2}{x}(1+\ln x)\,dx=2\ln\lambda+(\ln\lambda)^2=\left[(2+\ln\lambda)\ln\lambda\right]ua$:	0.25	
		ب- تعيين λ حيث $A(\lambda)=\ln\lambda^3$ المعادلة تكافئ $\ln\lambda=0$ أو $\ln\lambda=1$ أي $\lambda=1$ و هو مرفوض أو $\lambda=e$ و هو المناسب.	0.25	
		الجزء الثالث : إثبات أنّ جميع المنحنيات (C_a) تشمل نقطة ثابتة : لتكن $M_0(x_0;y_0)\in(C_a)\cap(C_{a'})$ معناه $1-x_0+\frac{a}{x_0}(1+\ln x_0)=1-x_0+\frac{a'}{x_0}(1+\ln x_0)$ حيث $a\neq a'$، أي $\frac{a-a'}{x_0}(1+\ln x_0)=0$ و عليه $1+\ln x_0=0$ و منه $x_0=\frac{1}{e}$		
		فعلا جميع المنحنيات (C_a) تشترك في النقطة الثابتة $H\left(\frac{1}{e};\frac{e-1}{e}\right)$	0.25	
		أ- إحداثيا النقطة G_a $G_a\left(a;1-a+\frac{2}{a}(1+\ln a)\right)$	0.25	
		ب- مجموعة النقط G_a لما يمسح العدد a المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ هي المنحني (C_f).	0.25	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2019/2018
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصـــر الإجـــابة	العلامـــة مجزأة	العلامـــة كاملة
التمرين الأول	1 - أ- $z_A=\sqrt{2}\left(\cos(\frac{\pi}{4})+i\sin(\frac{\pi}{4})\right)$	0.25	05 ن
	$z_B=2\left(\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6})\right)$	0.25	
	$\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos(\frac{5\pi}{12})+i\sin(\frac{5\pi}{12})\right)$	0.25	
	و منه $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B=2e^{i(-\frac{\pi}{6})}$ و $\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i(\frac{5\pi}{12})}$	0.75	
	ب - $\frac{z_A}{z_B}=\frac{\sqrt{3}-1}{4}+i\frac{\sqrt{3}+1}{4}$	0.25	
	و منه $\begin{cases}\cos(\frac{5\pi}{12})=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\\ \sin(\frac{5\pi}{12})=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\end{cases}$.	0.5	
	2 - نعلم ان $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n\left(\cos(\frac{5n\pi}{12})+i\sin(\frac{5n\pi}{12})\right)$ (مع $n\in\mathbb{N}$)		
	و لدينا $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1}{8}\left(1-\sqrt{3}i\right)=\frac{1}{4}\left(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})\right)$ (مع $n\in\mathbb{N}$)		
	معناه $\begin{cases}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n=\frac{1}{4}\\ \frac{5n\pi}{12}=-\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in\mathbb{Z})\end{cases}$ (مع $n\in\mathbb{N}$)		
	معناه $n=4$		
	و لدينا $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8=\left(\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^4\right)^2=\left(\frac{1}{8}\left(1-\sqrt{3}i\right)\right)^2=\left(\frac{1}{4}\left(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})\right)\right)^2$	0.5	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

		$=\frac{1}{16}\left(\cos(-\frac{2\pi}{3})+i\sin(-\frac{2\pi}{3})\right)=\frac{1}{16}\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=-\frac{1}{32}\left(1+\sqrt{3}i\right)$	
	0.25	**3 -** s **هو تشابه مباشر مركزه 0 و نسبته** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **و زاويته** $\frac{5\pi}{12}$.	
	0.5	**4 - أ -** (Γ_1) **هي الدائرة ذات المركز** c **ونصف القطر 2.**	
	0.5	**ب -** (Γ_2) **هي نصف المستقيم الذي مبدؤه** c **و** $\vec{\omega}$ **شعاع توجيه له مع** $(\vec{u},\vec{\omega})=\frac{\pi}{4}+2k\pi(k\in\mathbb{Z})$ **بستثناء النقطة** c	
	0.5	**5 - صورة** (Γ_1) **بالتحويل** s **هي الدائرة ذات نصف القطر** $\sqrt{2}$ **و المركز** c' **ذات الاحقة** $z_{c'}$ **حيث** $z_{c'}=s(c)=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i(\frac{5\pi}{12})}(4)=2\sqrt{2}e^{i(\frac{5\pi}{12})}=\sqrt{3}-1+i(\sqrt{3}+1)$	
	0.5	اي $c'(\sqrt{3}-1,\sqrt{3}+1)$	
04 ن		**التمرين الثاني**	
		1 . أ. $P(A)=\frac{C_3^2+C_4^2+C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{19}{66}$	
	0.5	$P(B)=\frac{C_5^1\times C_7^1+C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{15}{22}$	
	0.5	$P(A\cap B)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{5}{33}$	
	0.5	**ب.** بما أن: $P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$ فإن الحادثتان A و B غير مستقلتان .	
	0.5	**2.** المتغير العشوائي X قيمه $X=\{2;3;4;5;6\}$	
	0.25	قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X هو : قانون الاحتمال للمتغير العشوائي	

$X=x_i$	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{66}$	$\frac{24}{66}$	$\frac{23}{66}$	$\frac{12}{66}$	$\frac{1}{66}$

	1.25	
	0.5	الأمل الرياضياتي : $E(X)=2\frac{1}{11}+3\frac{4}{11}+4\frac{23}{66}+5\frac{2}{11}+6\frac{1}{66}=\frac{242}{66}=\frac{11}{3}$
04 ن		**التمرين الثالث**
		1) $f'(x)=\frac{x+1}{x+2}$ و $f'(x)>0$ مع $\lim_{x\to-1}f(x)=-1$ من أجل $x>0$
	0.5	2) أ) $u_0>-1$. و $u_n>-1$ فإن $f(u_n)>-1$.
	0.5	ب) $u_{n+1}-u_n\leq 0$.
	0.5	ج)محدودة من الأسفل و متناقصة فهي متقاربة.
	0.5	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

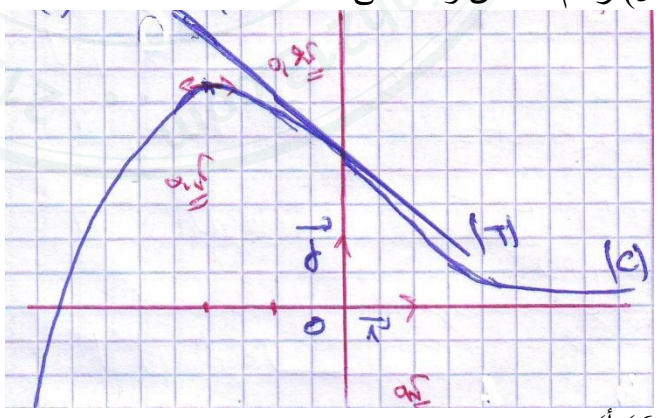
		$\lim u_n = \ell$ حل المعادلة $f(\ell) = \ell$ ..... $\ell = -1$.	
	0.5	3)أ) $v_n = 3 - u_n$.	
	0.5	$\lim(u_0 + 2) \times \ldots \times (u_{n-1} + 2) = \lim e^{v_n} = e^4$.	
	01		
07 ن		1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$	التمرين الرابع
	0.5	$f'(x) = -ee^{-\frac{x}{2}} + e^{-x} = e^{-\frac{x}{2}}\left(e^{-\frac{x}{2}} - e\right)$	
	0.5		

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$ 0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	↗ e^2	↘ 0

0.5	$f''(x) = e^{-\frac{x}{2}}\left(\frac{e}{2} - e^{-\frac{x}{2}}\right)$	2)

x	$-\infty$	$2\ln 2 - 2$	$+\infty$
$f''(x)$		0	$-$

0.25	النقطة $A(2\ln 2 - 2\ , f(2\ln 2 - 2))$ ، نقطة إنعطاف.	
0.25	(T) معادلة المماس .	3)
	$(T): y = (1-e)x + 2e - 1$	
0.25	نقطة تقاطع المنحنى مع محور الفواصل	4)
01	رسم المماس والمنحنى	5)



0.75	$S_\lambda = \int_{-2}^{\lambda} f(x)\,dx = \left[-4ee^{-\frac{x}{2}}\right]_{-2}^{\lambda} + \left[e^{-x}\right]_{-2}^{\lambda} = \left(-4ee^{-\frac{\lambda}{2}} + e^{-\frac{\lambda}{2}} + 3e^2\right)$	6) أ)
	$S_\lambda = 2e + 1 \ ua$	
	$-4ee^{-\frac{\lambda}{2}} + e^{-\frac{\lambda}{2}} + 3e^2 = 2e + 1$	ب)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

	01 0.25 01	$\left(e^{-\frac{\lambda}{2}}\right)^2-4e\left(e^{-\frac{\lambda}{2}}\right)+3e^2-2e-1=0$ نضع $t=e^{-\frac{\lambda}{2}}$ مع $t>0$ $t^2-4et+3e^2-2e-1$ $t_1=\frac{4e+2e+2}{2}$ $t_2=\frac{4e-2e-2}{2}$ $=3e+1$ $=e-\frac{1}{2}$ $-\frac{\lambda}{2}=\ln(3e+1)$ $\lambda=-2\ln(3e+1)$ ج) $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}S(\lambda)=3e^2$ 7) المناقشة البيانية $m=0\Leftrightarrow m^2=0$: المعادلة تقبل وحيد $0<m^2<e$: المعادلة تقبل حلين مختلفين $m=e\Leftrightarrow m^2=e$ $m=-e$: المعادلة تقبل حل مضاعف $m^2>e^2$ أي $>e$ أو $m<-e$: المعادل لا تقبل حل	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com