najah213.com · نجاح 213

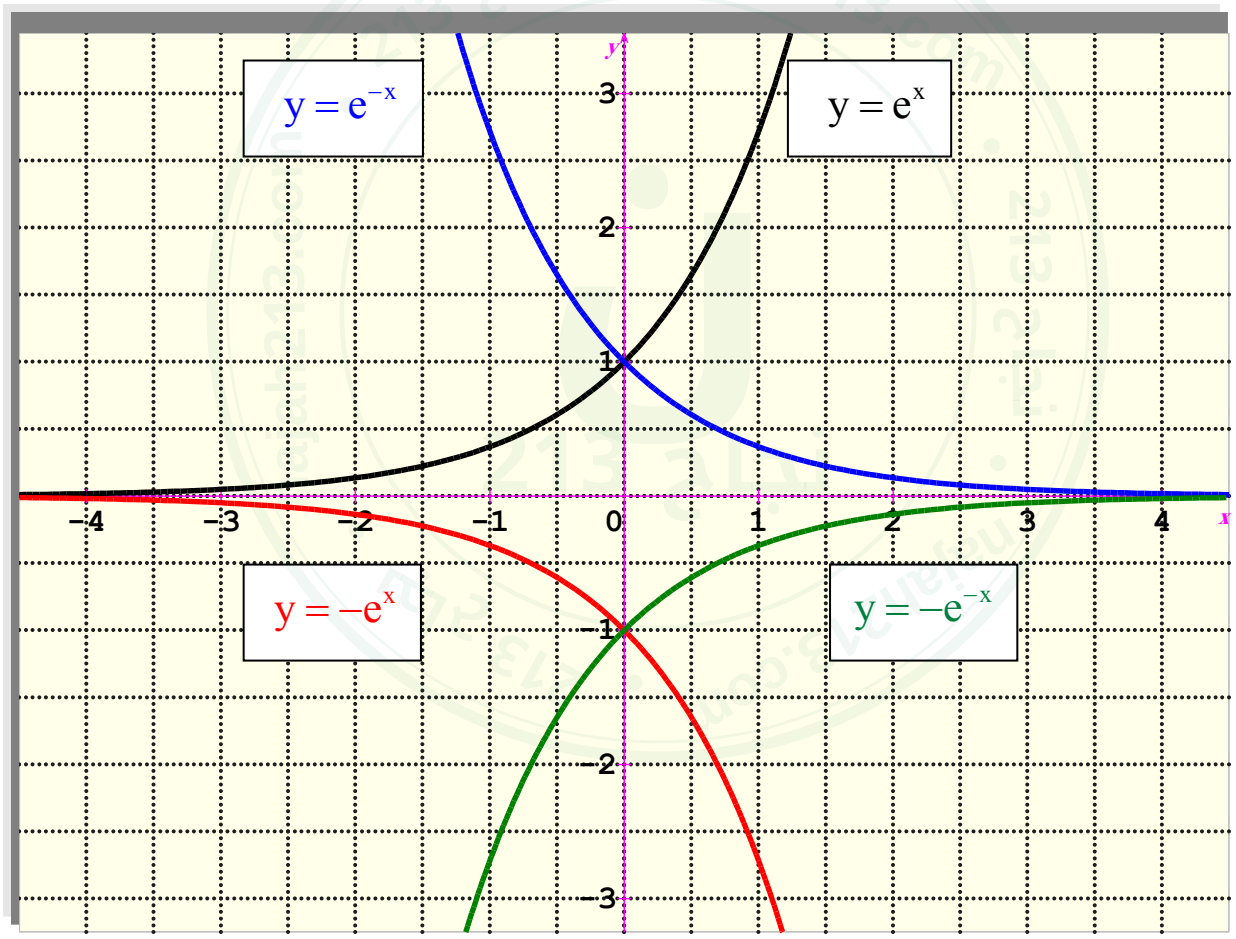
مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال الأسيــة
في البكالوريا بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



إعداد BAC2020

الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال الأسيــة
في البكالوريا بين يديك

الشعب :علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول
تدريبات متنوعة

الجزء الثاني
تمارين البكالوريا الجزائرية

الشعب:العلوم التجريبية+تقني رياضي+رياضيات

1)المواضيع ، 2)الحلول(المجلة المرفقة)

الجزء الثالث
تمارين البكالوريات الاجنبية

1)بكالوريا ت جزائرية نظام قديم 2)بكالوريات أجنبية

BAC2020

إعداد :الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

ملخص مختصر لدرس الدالة الأسية

1)تعريف

الدالة الأسية النيبيرية هي الدالة التي نرمز لها بالرمز $\exp(x)$

نضع من أجل كل عدد حقيقي x : $\exp(x)=e^x$.

حالات خاصة : $\exp(0)=e^0=1$ و $\exp(1)=e^1=e$ حيث $e\simeq 2,718$.

2) خواص و نتائج :

من أجل كل عددين حقيقيين x و y ومن أجل كل عدد صحيح n :

أ) خواص : 1) $e^x\times e^y=e^{x+y}$ ، 2) $e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$ ، 3) $\dfrac{e^x}{e^y}=e^{x-y}$ ، 4) $\left(e^x\right)^n=e^{nx}$

ب) نتائج :1) $e^x\succ 0$ ، 2) $e^x=e^y$ تكافئ $x=y$ ، 3) $e^x\prec e^y$ تكافئ $x\prec y$

4) $y=e^x$ تكافئ $x=\ln y$ ، 5) $e^x\prec y$ تكافئ $x\prec \ln y$ ، 6) $e^{\ln x}=x$ حيث $x\in\mathbb{R}_+$

3) حل المعادلة $ae^{2x}+be^x+c=0$

حل المعادلة $ae^{2x}+be^x+c=0$ يؤول لحل الجملة $\begin{cases}X=e^x\\ aX^2+bX+c=0\end{cases}$

4)إشارة العبارة $\alpha e^{ax+b}+\beta$

1)إذا كان α و β موجبان تماما فإن: $\alpha e^{ax+b}+\beta\succ 0$.

2)إذا كان α و β سالبان تماما فإن: $\alpha e^{ax+b}+\beta\prec 0$.

3)إذا كان α و β مختلفان في الإشارة فإن العبارة $\alpha e^{ax+b}+\beta$ تنعدم عند القيمة $x_0=\dfrac{\ln(-\beta)-\ln\alpha-b}{a}$

وإشارة العبارة $\alpha e^{ax+b}+\beta$ تكون كمايلي:

أ) إشارة $\alpha.a$ من أجل كل $x\geq x_0$.

ب)عكس إشارة $\alpha.a$ من أجل كل $x\leq x_0$.

5)النهايات الشهيرة

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ ، 3) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty}x^ne^x=0$ ، 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^n}=+\infty$ ، 6) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{e^{x-1}-1}{x-1}=1$

6)الدالة المشتقة

1) من أجل كل عدد حقيقي x : $\left(e^x\right)'=e^x$

2) من أجل كل عدد حقيقي x : $\left(e^{ax+b}\right)'=ae^{ax+b}$ حيث a و b عددان حقيقيان

3) إذا كانت الدالة u قابلة للإشتقاق على المجال D فإن الدالة $x \to e^{u(x)}$ قابلة للإشتقاق على المجال D حيث: $\left[e^{u(x)}\right]' = u'(x)e^{u(x)}$ (مشتقة دالة مركبة).

نتيجة : الدالتان u و $x \to e^{u(x)}$ لهما نفس اتجاه التغير على المجال D.

7) دراسة الدالة $x \to e^x$

* دراس اتجاه التغير وتشكيل جدول التغيرات

الدالة $x \to e^x$ معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$

جدول تغيراتها يكون كمايلي:

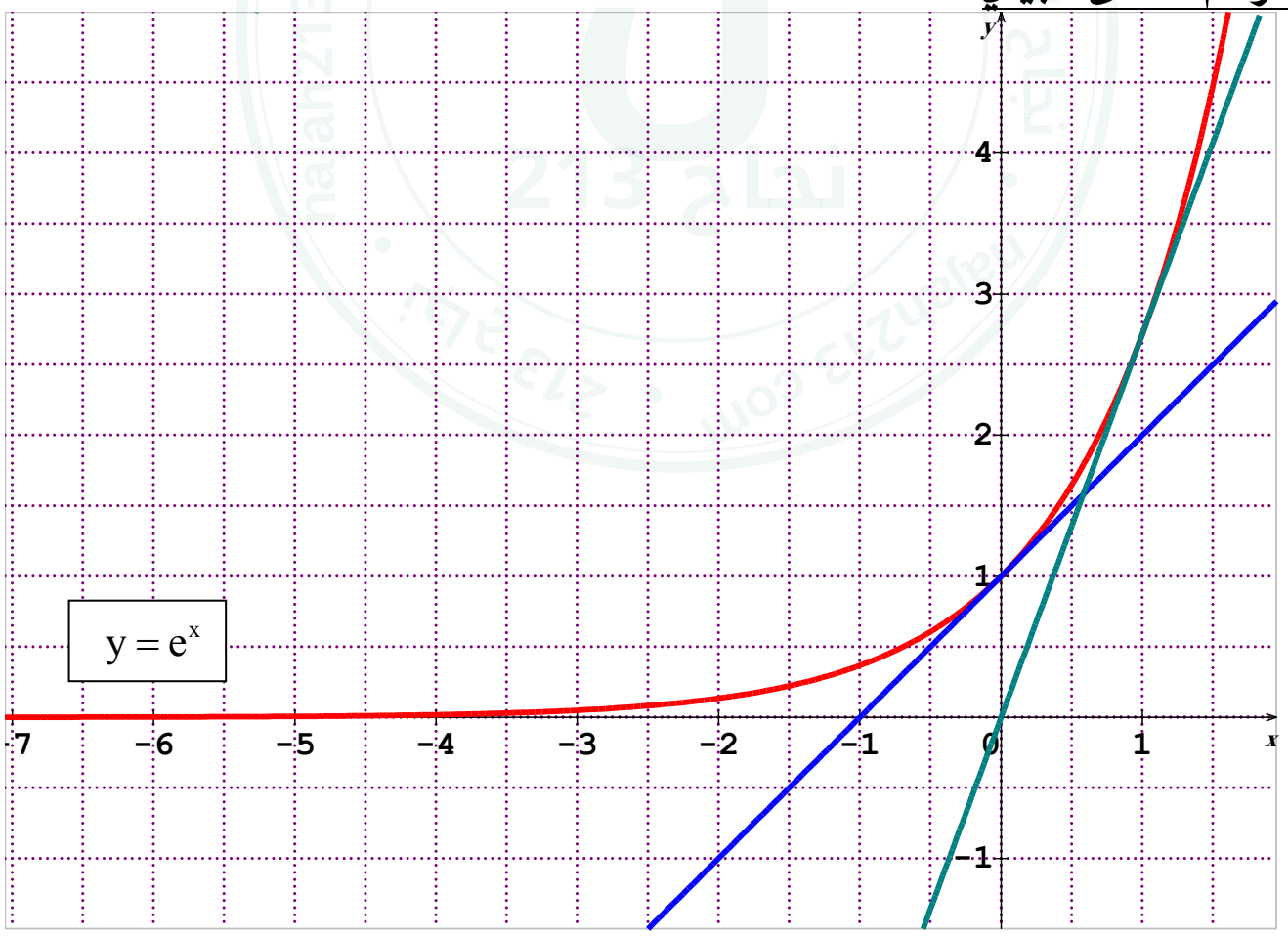
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$(e^x)' = e^x$		+		+		+	
e^x	0	↗	1	↗	e	↗	$+\infty$

نتيجة:

من أجل كل عدد حقيقي $x < 0$ فإن: $0 < e^x < 1$

من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ فإن: $e^x > 1$

* رسم المنحنى البياني



najah213.com · نجاح 213

الجزء الأول: تدريبيـات متنوعة

التمريـــن01

1-بسط العبارات التالية

$A=(e^2)^3\times(e^2)^{-2}-e^2$ ، $B=(e^x-1)^2-(e^x+1)^2$ ، $D=\dfrac{e^x}{x-e^x}-\dfrac{1}{1-xe^{-x}}$ ، $C=(e^{2x}+1)(e^{2x}-1)$

2- تحقق من صحة المساواة التالية من اجل كل x من $\mathbb{R}$

1) $(e^x+e^{-x})^2-(e^x-e^{-x})^2=4$ ، 2) $\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^{-x}+e^x}=\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ ، 3) $\dfrac{3e^x-1}{1+e^x}+1=\dfrac{4}{e^{-x}+1}$ 4)

التمريـــن02

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية

1) $e^{3+x}=e$ ، 2) $e^{-x}+1=0$ ، 3) $e^{4x^2+6}=e^{-14x}$ ، 4) $\dfrac{2e^{2x}}{e^x+1}=\dfrac{1}{e^{-x}}$ ، 5) $(e^{2x}-e)(e^{-2x}+2)=0$

6) $2e^{2x}-3e^x+1=0$ ، 7) $e^{x+2}-e-2e^{-x}=0$ ، 8) $5e^x-6e^{-x}+7=0$ ، 9) $\dfrac{(x+1)(e^x-1)}{e^x-2}=0$

2-حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية

1) $e^x\ge e$ ، 2) $e^{3x^2-3}\le e^{10x}$ ، 3) $e^{-x}+e^x\le 2$ ، 4) $e^{-x^2+x}\le 1$ ، 5) $(-2e^x+4)(e^x-1)\le 0$

6) $(x+1)(e^x-1)\le 0$ ، 7) $e^{2x}-2e^x-8>0$ ، 8) $2e^{2x}-3e^x-5\ge 0$ ، 9) $\dfrac{(x+1)(e^x+1)}{e^x-1}\ge 0$

التمريـــن03

نعتبر كثير الحدود P للمتغير الحقيقي x حيث: $P(x)=-2x^3+3x^2+11x-6$

1) تحقق من أن 3 هو جذرا $P(x)$، ثم استنتج : $P(x)=(2x-1)(x+2)(3-x)$

2)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ استنتج مجموعة حلول المعادلة: $P(e^x)=0$ والمتراجحة $P(e^{-2x})\ge 0$

التمريـــن04

نعتبر كثير الحدود التالي : $f(x)=2x^3-(1+2e)x^2+(e-1)x+e$.

1)عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)-f(1)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ ثم استنتج حلول المعادلة: $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$

2)حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية: $2e^{2x}+e\times e^{-x}\ge(1+2e)e^x-(e-1)$

التمريـــن05

نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=x+\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$ واليكن C_f تمثيلها البياني

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $f(-x)=-x-1+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}-1}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2) بين أن الدالة f فردية ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى C_f؟

3) أحسب نهايات الدالة f عند اطراف مجال التعريف.

4) بين أن المستقيم الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى C_f عند $+\infty$.

استنتج أن للمنحنى C_f يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

التمريـــــن06

أدرس تغيرات الدوال التالية:

1) $D_f = \mathbb{R}$ ، $f(x) = e^x - x + 1$ ؛ 2) $D_f = \mathbb{R}$ $f(x) = e^{2x} - e^x - 1$ ؛ 3) $D_f = \mathbb{R}$ ، $f(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

4) $f(x) = \dfrac{2e^x - 1}{e^x - 1}$ ، $D_f = \mathbb{R}^*$ ؛ 5) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ، $D_f = \mathbb{R}^*$ ؛ 6) $f(x) = (x-1)e^{-x}$ ، $D_f = \mathbb{R}$

7) $f(x) = (x-1)(1+2e^{-x})$ ، $D_f = \mathbb{R}$ ؛ 8) $f(x) = \dfrac{e^x}{x^2+1}$ ، $D_f = \mathbb{R}$ ؛ 9) $f(x) = x + 2 - \dfrac{e^x}{e^x + 1}$ ، $D_f = \mathbb{R}$

التمريـــــن07

حدّد العبارات التالية الصحيحة والخاطئة مع التبرير

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x e^{-x}$.

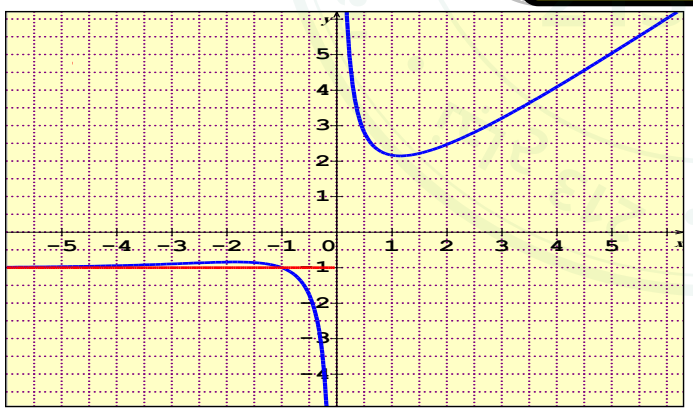
1) من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) \times f(-x) \le 0$ ؛ 2) $\lim\limits_{x \to -\infty} f'(x) = -\infty$

3) الدالة f تقبل قيمة حدية عظمى عند $x = 1$.

4) من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) + f(x) = e^{-x}$

التمريـــــن08

الجزء A المنحنى $(\mathcal{C})$ في الشكل الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على $D = \mathbb{R} - \{0\}$ في المستوي المنسوب إلى متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، محور التراتيب و المستقيم الذي معادلته: $y = -1$ مقاربان لـ $(\mathcal{C})$.



1) اقرأ بيانيا نهايات f عند أطراف D.

2) حل بيانيا كل من: أ) $f(x) = -1$ ؛ ب) $f(x) > -1$

الجزء B: نقبل أن f معرفة بالدستور : $f(x) = \dfrac{xe^x + 1}{e^x - 1}$

1) ادرس، حسب قيم x إشارة $(e^x - 1)$، ثم حل في $\mathbb{R}^*$ المتراجحة: $f(x) > -1$.

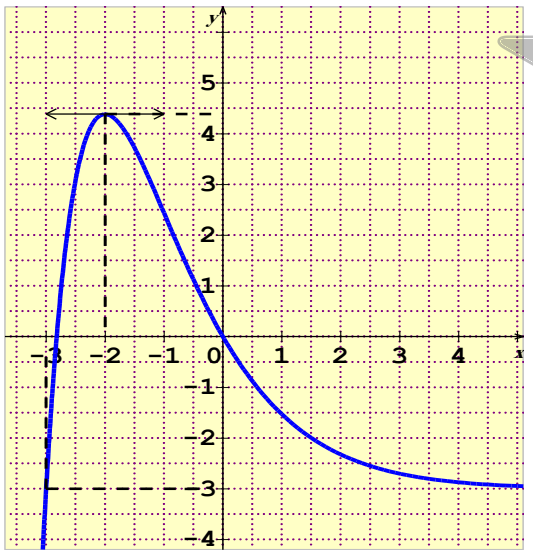
2) تحقق أن: $f(x) = -\dfrac{x + e^{-x}}{e^{-x} - 1}$، ثم جد من جديد $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

3) بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty}[f(x) - x] = 0$، ثم فسر النتيجة بيانيا ؟

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمريـــــن09



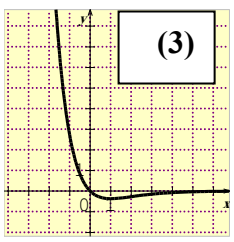
f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$
حيث a وb عددان حقيقيان واليكن C_f تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

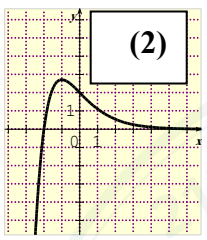
1) بقراءة بيانية للمنحنى C_f :

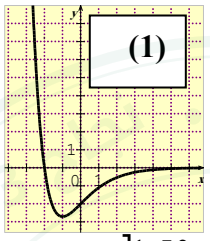
أ) عين $f(-3)$، $f(0)$، $f'(-2)$

ب)عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$

2)من بين المنحنيات (1) ، (2) ، (3) عين مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f'.







-2 أ)بين أن $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$
ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج)بين أن المعادلة f(x)=-2 تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]1,50;1,52[$

التمريـــــن10

نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{x^2+ax+b}$
حيث a ، b عددان حقيقيان وجدول تغيراتها هو التالي

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$e^{(-\frac{5}{4})}$	↗ $+\infty$

1)احسب $f'(x)$ بدلالة a ، b ثم عين العددين a ، b.

2)تحقق ان معادلة المماس (T) عند $x_0=0$ هي $y=e(-3x+1)$

3) نعتبر h دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $h(x)=g(x^2+x+\frac{3}{2})$

أ) باستعمال مشتقة دالة مركبة استنتج عبارة $h'(x)$ على مجموعة تعريفها.

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة h.

التمريـــــن11

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$

نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$
حيث a ، b و c أعداد حقيقية واليكن C_f تمثيلها البياني .

1)عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c علما أن المنحنى C_f يقبل مماسا يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة(-1)وميله يساوي 3عند النقطة $A(0;-3)$ و$\sqrt{3}$ حلا للمعادلة $f(x)=0$.

2) نعتبر g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=(x^2-3)e^{-x}$. واليكن C_g تمثيلها البياني

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $g(x)=f(x)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

جـ) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

د) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى C_g عند نقطة تقاطعه مع محور التراتيب.

هـ) عين نقط تقاطع C_g مع حامل محور الفواصل ثم ارسم المماس (T) المنحنى C_g.

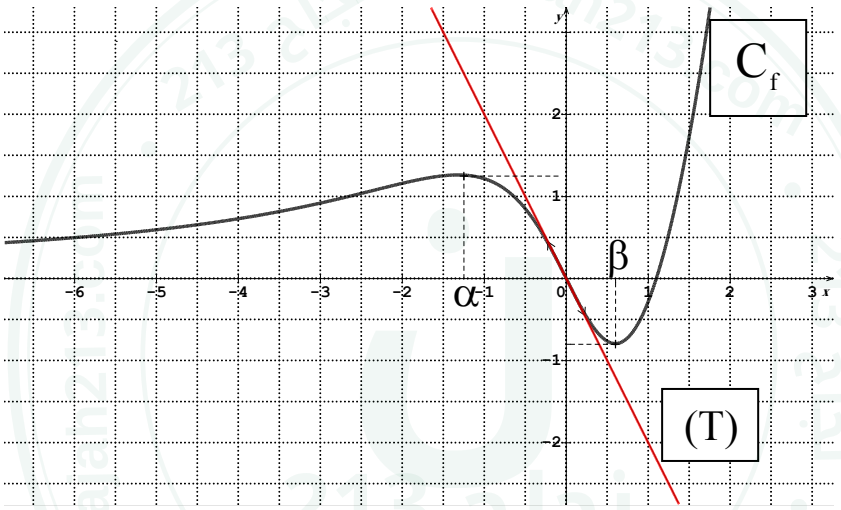
و) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2+me^x=3$

التمريـــــن12

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{e^{2x}-4e^x+3}{e^x-x}$

واليكن C_f تمثيلها البياني (الشكل الموالي) والمستقيم (T) هو المماس عند المبدأ.



1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\mathbb{R}: e^{2x}-4e^x+3>0$

3) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ $\mathbb{R}: e^x-x>0$. استنتج اشارة f(x) من اجل كل x من $\mathbb{R}$

4) باستعمال القراءة بيانية: أ) شكل جدول تغيرات الدالة f.

ب) عين حصرا سعته 0,2 لكل من العددين α و β القيمتين الحديتين للدالة f على $\mathbb{R}$.

جـ) عين كلا من $f'(\alpha)$ ، $f'(\beta)$ ، $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f''(0)$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-f(0)}{f'(x)-f'(0)}$

5) g دالة معرفة بـ: $g(x)=\dfrac{-1}{f(x)}$ و (C_g) تمثيلها البياني

أ) بين أن مجموعة تعريف g هي: $D=]-\infty;0[\cup]0;\ln 3[\cup]\ln 3;+\infty[$

ب) أوجد نهايات g عند اطراف مجال تعريفا ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانيا.

جـ) ادرس اتجاه تغير g ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجزء الثاني: تمارين البكالوريات

شعبة العلوم التجريبية

التمرين13: دورة 2019

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول هي 2cm
(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g والمعرفتين $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=e^x-\frac{1}{2}ex^2 \quad \text{و} \quad g(x)=e^x-ex$$

1-أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g. ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

2- أدرس اتجاه تغير الدالة f.

3- احسب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، ثم شكل جدول تغيرات f.

4- أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) على $\mathbb{R}$.

5-أرسم على المجال $[0;2]$ المنحنيين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ (تعطى $e^2-2e\simeq 2$)

7- h دالة معرفة على المجال $[-2;2]$ بـ: $h(x)=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}$ و (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) بيّن أن الدالة h زوجية.

ب) من اجل $x\in[0;2]$ احسب $h(x)+f(x)$ ثم استنتج كيفية رسم (Γ) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه

التمرين14: دورة 2018

I- g الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادراس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا حيد α حيث: $-0,38\prec\alpha\prec-0,36$ استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II-لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))$ ثم تفسير النتيجة بيانيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث: $(\Delta): y=2x+1$.

2) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ يكون: $f'(x)=g(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم (Δ)، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 0,8$)

5) عيّن عدد وإشارة حلول المعادلة $x=(1-m)e^x$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين15: دورة 2017

I-نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ و أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2-أ-بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$.

ب-أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 1.

II- نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=1-xe^{1-x}$

1-بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)\geq 0$،ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T)

2- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,7\prec\alpha\prec-0,6$.

3-إنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f)على المجال $]-1;+\infty[$.

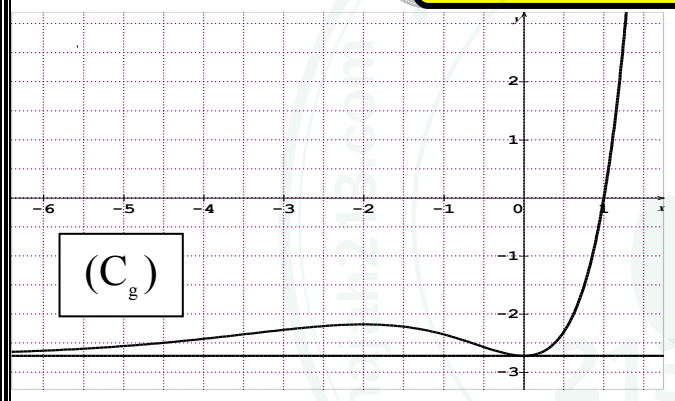
التمرين16:دورة 2017 الاستدراكية

I)نعتبرالدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $g(x)=x^2e^x-e$

(C_g)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$كما هو في الشكل المقابل

-احسب $g(1)$

-بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x



II)نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x)=e^{-x}-2-\dfrac{e}{x}$

و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-احسب النهايات الأتية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0} f(x)$، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2-بيّن أن المنحنى(γ)ذوالمعادلة $y=e^{-x}-2$ و(C_f)متقاربان عند$-\infty$ثم أدرس وضعية(C_f)بالنسبة(γ)

3- بين أنه من أجل كل حقيقي x غير معدوم: $f'(x)=\dfrac{-g(-x)}{x^2}$.

4- استنتج ان الدالة fمتزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;-1[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5- بيّن كيف يمكن انشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة $x\to e^x$ ثم ارسم كلا من المنحنيين (γ) و (C_f)في نفس المعلم السابق.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين17: دورة 2016

I- g الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2-أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1,52\prec\alpha\prec-1,51$

ب)استنتج إشارة $g(x)$.

II- f الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 1cm

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-g(x)$

جـ)شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (نأخذ $f(\alpha)\approx 0,38$)

د) عيّن دون حساب $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ وفسير هندسيا للنتيجة.

2-أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=-x$ مقارب مائلا للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

جـ) بيّن أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثياهما.

د)ارسم (Δ) و(C_f) على المجال $]-2;+\infty[$

هـ)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $(m-x)e^{x}+(x^2+3x+2)=0$ على المجال $]-2;+\infty[$.

التمرين 18 :دورة 2016الاستدراكية

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2e^{x}-x^2-x$

I-1-أ)حساب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ودراسة اتجاه تغير الدالة g'

ب)بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)\succ 0$.

جـ)احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وشكل جدول تغيراتها

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$

3) استنتاج إشارة $g(x)$ على من أجل كل عدد حقيقي x.

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2e^{x}}{e^{x}-x}$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\dfrac{xe^{x}.g(x)}{(e^{x}-x)^2}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، وشكل جدول تغيراتها

2-أ) بيّن أن: $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\frac{2}{\alpha-1}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]$ وفسر النتيجة بيانيا.

ج) ارسم المنحنى (C_f)

التمرين 19 :دورة 2015

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α في $\mathbb{R}$ ،ثم تحقق أن: $0,36\prec\alpha\prec0,37$.

3)أستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$ و (C_f) تمثيلها البياني

1- أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=e^{2x+2}.g(-x)$.

ب) أستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha[$ ومتزايدة تماما على $]-\alpha;+\infty[$

2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ،ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=-x+1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ: $f(-\alpha)\approx0,1$.

التمرين 20 :دورة 2013

x	f(x)
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	−0,005
0,23	−0,026
0,24	−0,048
0,25	−0,070

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1}f(x)$ واستنتج المستقيمين المقاربين لـ (C)

2)احسب $f'(x)$. بيّن أن f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α باستعمال الجدول أعلاه ثم جد حصرا للعدد α.

4) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)،ثم أرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5)عيّن بيانيا مجموعة قيم m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II) g الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$

1)ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]-\infty;1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

2-أ)تحقق من أن: $g(\frac{\alpha+1}{2})=0$ ثم بيّن أن $g'(\frac{\alpha+1}{2})=2f'(\alpha)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب)استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

ج)تحقق من أن: $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T)

التمرين 21 :دورة 2012

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-xe^x$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$..

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها.

3)أ-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha\in]-1;+\infty[$

ب-تحقق أن: $0,5\prec\alpha\prec0,6$ أستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;2[$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^x-x-1$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2)لتكن f' مشتقة الدالة f .بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2[$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

أستنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;2[$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) بيّن أن $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.(تدور النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ-بيّن أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5)أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $-1,6\prec x_1\prec-1,5$ وّ $1,5\prec x_2\prec1,6$.

ب-أنشئ (Δ) و (C_f)

التمرين 22 :دورة 2011

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x-ex-1$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1-أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. ب-احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها.

جـ-شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2-أ-بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

ب- أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α.

د-أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم (C_f) في المجال $]-\infty;2[$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 23 :دورة 2010

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$

يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب)احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

2)أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) بيّن أن المنحنى (C_f)يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و(Δ').

معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و$y=x+1$.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من(Δ) و(Δ').

4)بيّن أن النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$هي مركز تناظر للمنحنى$(C_f)$.

5)أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α وβحيث: $1\prec\alpha\prec\ln 2$ وّ $-1,3\prec\beta\prec-1,4$.

ب)هل توجد مماسات لـ (C_f)توازي المستقيم (Δ)؟.

ج) أرسم (Δ) و(Δ').ثم المنحنى(C_f).

د)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

التمرين 24:دورة 2008

I-f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[-2;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$

حيث a وb عددان حقيقيان.و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

عين a وb بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$تنتمي إلى (C_f)ومعامل توجيه المماس عند A يساوي$(-e)$

II- نعتبر الدالة g والعددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كمايلي:

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ و (C_g) إلى تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ وفسر النتيجة بيانيا($\lim\limits_{u\to-\infty} ue^u=0$)

ب)أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج)بين أن (C_g)يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها

د)اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g)عند النقطة I.

هـ) أرسم (C_g).

و) k الدالة المعرفة المجال $[-2;+\infty[$بـ: $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عين اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

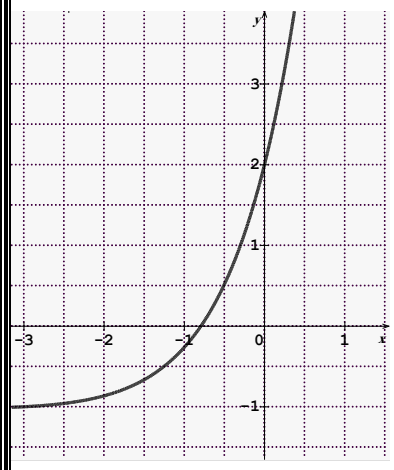
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

شعبة :تقني رياضي

التمرين25: دورة 2019

I-g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي:
$g(x)=(x+3)e^{x}-1$ و (C_g) إلى تمثيلها البياني كماهومبيّن في الشكل



بقراءة بيانية

أ)حدّد إشارة $g(-1)$ و $g(-\frac{1}{2})$.

ب)أستنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$.

بحيث $g(\alpha)=0$، ثم تحقق أن : $-0,8<\alpha<-0,7$.

ج) أستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II-f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+2)(e^{x}-1)$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3-أ)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

ج) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) والموازي للمستقيم (Δ).

4-أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\simeq-0,7$)

5-h دالة معرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=|x|(e^{|x|-2}-1)+1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ)بيّن أن الدالة h زوجية.

ب) تأكد انه من اجل كل $[0;+\infty[$ فإن $h(x)=f(x-2)+1$

ج)اشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_h) على المجال $[-3;3]$

التمرين26: دورة 2018

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2-بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم أستنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$.

4) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{xh(x)}{(x-1)}$ ، ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T). فسر النتيجة بيانيا.

5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A(-2;\frac{2}{3}e^2)$ ، ثم أرسم المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-2;1[$.

التمرين27: دورة 2017

I- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=1-2xe^{-x}$

- أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2-أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=1$ ثم استنتج معادلة لـ: (Δ) لمقارب المائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة المستقيم (Δ).

3-أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4-باستعمال المنحنى (C_f)، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حليّن مختلفين.

التمرين 28 :دورة 2015

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x+2)e^x-2$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ..

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=2x+3-(x+1)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2 -أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=-g(x)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ب) أستنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) بيّن أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ثم أدرس وضعية (C_f)بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3- أ)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α وβحيث: $0,92 \prec \alpha \prec 0,93$ وّ $-1,56 \prec \beta \prec -1,55$

ب) أرسم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;\frac{3}{2}[$

التمرين 29 :دورة 2014

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)e^x$.

(C_f)منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-عين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

2- أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=1$تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$.ثم تحقق أن: $1,27 \prec \alpha \prec 1,28$

ب)أكتب معادلة لـ(T)مماس (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 1وحدد وضعية (C_f)بالنسبة لـ(T)

جـ)أرسم (T) و (C_f).

4)عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة: $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$حلاواحدا في $\mathbb{R}$

5) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$.و(C_h) تمثيلها البياني.

أ)بيّن أن الدالة h زوجية. ب)أرسم (C_h)مستعينا بالمنحنى (C_f).

6) g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^x$ حيث a وbعددان حقيقيان.

عيّن a وb حتى يكون : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$

التمرين 30 :دورة 2013

I - g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^x$

1)أدرس تغيرات الدالة g، شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59 \prec \alpha \prec 1,60$.

3) استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\frac{2x-2}{e^x-2x}$و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛[وحدة الطول: 2cm] .

1-بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و$+\infty$مستقيمين مقاربين معادلاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

2- أ)برهن أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب)أستنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

جـ) احسب $f(1)$ ، ثم أستنتج إشارة $f(x)$.

3-أ)بيّن أن : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$. ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$(تدور النتائج إلى 10^{-2})

جـ) أرسم (C_f).

4-ناقش بيانيا،حسب قيم الوسيط الحقيقي m،عدد وإشارة حلول المعادلة $2x - 2 = (e^x - 2x)(m+1)$

5 -h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x) = [f(x)]^2$

أ)أحسب $h'(x)$بدلالة $f'(x)$ و$f(x)$ثم أستنتج إشارة$h'(x)$. ب) شكل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين 31:دورة 2011

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1-ادرس تغيرات الدالة f .

2- عيّن المستقيمات المقاربة لـ (C_f).

3-بيّن أن للمنحنى (C_f)نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة المماس لـ (C_f) عندها.

4-لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = f(x) - x$

أ- ادرس تغيرات الدالة g .

ب-بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$تقبل حلا و حيدا α حيث $2,7 \prec \alpha \prec 2,8$.

- أحسب $f(x) + f(-x)$ثم فسر النتيجة هندسيا.

5-أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم الذي معادلته : $y = x$ و (C_f).

التمرين 32 :دورة 2010

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1-عيّن العددين الحقيقيين a وb بحيث: $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من اجل كل $x \in \mathbb{R}^*$

2-احسب نهايات الدالة fعند اطراف مجالات تعريفها.

3-بيّن أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4-أ) (D) و(D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$

بيّن أن (D) و(D') مقاربان لـ (C_f) ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب)بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$تقبل حلين x_0 وx_1 حيث: $0,9 \prec x_0 \prec 0,91$ و $-1,66 \prec x_1 \prec -1,65$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ج) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

د) أرسم (D) و (D') و (C_f) .

5-m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

6- g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

التمرين 33 :دورة 2009

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\frac{2}{1+e^x}$. و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أحسب $f(-x)+f(x)$ و ماذا تستنتج ؟.

2-أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3-بيّن أن المستقيم $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

4-احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5-بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث: $-1,7\prec\alpha\prec-1,6$

6-بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها

7-بيّن أن المنحنى (C_f) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربان ثم ارسم المنحنى (C_f).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

شعبة :الرياضيات

التمرين 34 :دورة 2019

I- f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي .
ليكن و(C_k)تمثيلها البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.
1)بيّن أن جميع المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.
2) أحسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$ (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k)
3-أ) احسب $f'_k(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k.
ب) شكل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما.
4-ناقش وحسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية (C_k) و (C_{k+1}).
II- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$ و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1)شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم المنحنى (C_f) على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$.

2-أ) بيّن ان المعادلة $f(x)=1$ تقبل حليّن في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث : $-1,28<\alpha<-1,27$

ب) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة : $\left|\frac{x+1}{e^x}\right|=\left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

التمرين 35 :دورة 2018

I) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$

1) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$
وأستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1<\alpha<1,9$.
واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\frac{1}{x}+(1+x)e^{-\frac{1}{x}}$
و(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1-أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x)^2}$.
واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2-بيّن أن: $\lim_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)$ يمكن وضع (يمكن وضع $t=-\frac{1}{x}$) ثم استنتج ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقاربي للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$.

3- h الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$.

أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) تحقق أن: $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4-أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 1,73$)

التمرين 36 :دورة 2017

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$.

ثم أستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

3- h الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج اشارة $h(x)$ و حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $]0;+\infty[$.

4-إرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) على المجال $]0;+\infty[$.

5-نعتبر الوسيط الحقيقي m والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب: $(E)....f(x)=m(x-2)$

ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

6- g الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

إعتمادا على السؤال رقم (1) شكل جدول تغيرات الدالة g.

التمرين 37 :دورة 2017 الإستدراكية

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

I-نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$ و (C) تمثيلها البياني

1- احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3-أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثييهما، أحسب $f(-2)$ وأرسم (C_f)

II- ليكن m وسيط حقيقي، نعتبر الدالة العددية f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

و (C_m) تمثيلها البياني في امعلم السابق.

1-أثبت أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثييها.

2- أدرس إتجاه تغير f_m واستنتج قيم m التي من أجلها تقبل f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.

3- M_m نقطة من (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = 1 - m$

أثبت أنه عندما m يمسح $\mathbb{R}$ فإن M_m تنتمي إلى منحنى يطلب تعيينه.

4-أدرس حسب قيم الوسيط m حيث $m \neq 2$ الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m)

التمرين 38 :دورة جوان2016

I φ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $\varphi(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} \varphi(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} \varphi(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة φ و شكل جدول تغيراتها.

2)تبيان أن المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يختلفعن 1 ،ثم تحقق أن $2,79 \prec \alpha \prec 2,80$

3) استنتاج إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- f و g الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = (2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x) = \dfrac{2x-1}{x^2 - x + 1}$

1-أ) حساب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن أن للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

3)ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f)

4-أ) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) - g(x) = \dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2 - x + 1}$

ب)ادرس اشارة الفرق $f(x) - g(x)$ ثم استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_g)

التمرين 39 :دورة جوان2015

f الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$: $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} \dfrac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3-أ) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4-أ) بيّن أن: $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - x] = 0$.

استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

5) g الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$. ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

6-أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$: $f(x)\succ x$.

ب) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

جـ) أنشئ المنحنى (C_f).

8) m عدد حقيقي ، h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$

أ) أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m.

ب) باستعمال (C_f)، ناقش بيانيا وحسب الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $h'_m(x)=0$

التمرين 40 :دورة جوان2014

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2-x)e^x-1$.

1-ادرس تغيرات الدالة g.

2-بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ في $\mathbb{R}$ حلان α وβ حيث: $-1,1\prec\alpha\prec-1,2$ وّ $1,8\prec\beta\prec1,9$.

3- استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$.

و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا.

2-بيّن أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ واستنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

4-احسب $f(1)$ ، ثم أرسم المنحنى (C_f).

التمرين 41 :دورة جوان2013

I-الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

1-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب-أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2-أ-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$.

تحقق أن أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-0,8\prec\alpha\prec-0,7$.

ب- استنتج اشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

II- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$. و (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛[وحدة الطول: 2cm] .

1-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب-بيّن أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ-أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2-أ-بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$.

ب-شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (نأخذ: $f(\alpha)=-0,9$)

3-أ-بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين ، معمل توجبه كل منهما يساوي 1 .

يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب-مثّل (Δ) والمماسين والمنحنى (C_f).

جـ-ناقش بيانيا ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ،عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x: $(x+1)^2+me^x=0$.

التمرين 42 :دورة جوان2012

I - g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=2-xe^x$

1)أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاوحيدا α حيث $0,8\prec\alpha\prec0,9$

3) عين حسب قيم x ، اشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$؛[وحدة الطول: 2cm] .

1)بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

2)أ-احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ب-بيّن أن المستقيم (Δ')ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب لـ (C_f)

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ)و (Δ')حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

4)أ-بيّن أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب-بيّن أن $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5) أرسم (Δ)و (Δ')و (C_f).

6)ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي ، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

التمرين 43 :دورة جوان2010

I- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-x)e^x-3$

1)أدرس تغيرات الدالة g.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما معدوم والآخر $\alpha \in]2,82\,;2,83[$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

1) بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند $x_0=0$ واكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند O

2) أ)بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3e^{-x}=0$ ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب)بيّن أنه من أجل $x\neq 0$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^2}{(e^x-1)^2}g(x)$

جـ) تحقق أن: $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$، ثم عين حصرا له.

د)أنشئ جدول تغيرات f

3)أحسب $f(x)+x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\to -x^3$

4) بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ وفسر النتيجة هندسيا.

5)أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و (C_f) و (C)

التمرين 44 :دورة جوان2008

I)f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني في في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f.

2)بين ان (C_f) يقبل نقط إنعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f) عند ω.

ثم بين ان ω مركز تناظر لـ (C_f)

3)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$

استنتج ان (C_f) يقبل مقاربين يطلب تعيين معادلة كل منهما

4)بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة $x_0\in]-2,77;-2,76[$.

احسب $f(1)$ و $f(-1)$ ارسم (C_f)

II g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$ واليكن (C_g) تمثيلها البياني.

1)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x)=f(-x)$

2) انشئ (C_g) في نفس المعلم السابق(دون دراسة g).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجزء الثالث:بكالوريات جزائرية و أجنبية

بكالوريات جزائرية-نظام قديم

التمرين 45:بكالوريا جوان98 ج

المستوي(π) منسوب إلى معلم متعامد و متجانس$(O;\vec{i},\vec{j})$

1- لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{2e^x}{e^x-1}$ واليكن (C_f)تمثيلها البياني

أ.أدرس تغيرات الدالة f و أثبت أنّ (C_f)يقبل ثلاثة مستقيمات مقاربة

ب ـ بيّن أنّ النقطة $A(0;1)$مركز تناظر للمنحني (C_f)

جـ ـ أحسب: $f(\ln 2)$، $f(\ln 3)$ و $f(2\ln 3)$ثم أرسم المنحني (C_f)

2 ـ لتكن الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $h(x)=\dfrac{2e^x}{|e^x-1|}$ و (C_h)تمثيلها البياني

أ ـ أكتب $h(x)$بدون رمز القيمة المطلقة.

ب ـ باستخدام المنحني (C_f)أرسم المنحني(C_h)

جـ ـ ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $(m-3)|e^x-1|=2e^x$

التمرين 46:بكالوريا سبتمبر2001

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x)=-x+1+e^{2x}-e^x$ و (C_f)تمثيلها البياني:

I-1-أ) أدرس تغيرات الدالة f.

ب) بين المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا(Δ) يطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f)و(Δ).

2-أ) x_0عدد حقيقي، نعتبر (T)المماس للمنحنى(C_f)في النقطة ذات الفاصلة x_0.

عين x_0حتى يكون(T)موازيا لـ(Δ). ثم اكتب عندئذ معادلة لـ(T)

ب) بيَّن أن (C_f)يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين احداثيها.

جـ) أرسم (T)وّ (C_f)في نفس المعلم على المجال $]-\infty;1[$

د) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي mعدد نقط تقاطع المنحنى (C_f)مع المستقيم (T_m)الذي معادلته : $y=-x+m$

التمرين 47:بكالوريا جوان2005

الجزء I: لتكن الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: : $h(x)=x+1+e^x$

1- ادرس تغيرات الدالة h.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2- أثبت أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α وأن: $-1,28 \prec \alpha \prec -1,27$

3- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $h(x)$

الجزءII : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x+1}$. و (C_f) تمثيلها البياني

1- أ- بين أنه مهما يكن العدد الحقيقي x: $f'(x)=\dfrac{h(x).e^x}{(e^x+1)^2}$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب- ادرس تغيرات الدالة f.

2- بيّن أنّ: $f(\alpha)=\alpha+1$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

3- أ- ليكن (T) مماس (C_f) في النقطة O. اكتب معادلة للمستقيم (T).

ب- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (Δ) معادلته $y=x$، ثمّ ادرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

جـ-أحسب $f(-2)$ ، $f(-1)$ ، $f(1)$، $f(2)$، $f(3)$. ثمّ أنشئ في نفس المعلم (Δ) و (T) و (C_f).

التمرين 48: بكالوريا جوان 2006

أ-لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-2x)e^x+2$

1- ادرس تغيرات الدالة g.

2-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α وأن: $1,68 \prec \alpha \prec 1,69$

3-استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

2- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x+4x-1}{e^x+1}$. و (C_f) تمثيلها البياني وحدة الطول 2cm

ب)- 1- بين أنه مهما يكن العدد الحقيقي x: $f'(x)=\dfrac{2.g(x)}{(e^x+1)^2}$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

2- بيّن أنّ: $f(\alpha)=4\alpha-5$ واستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3- ادرس تغيرات الدالة f.

4- بين المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) ذو المعادلة: $y=4x-1$

5- أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و(Δ).

جـ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=2$.

د) أرسم كلا من (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f).

هـ)ناقش بيانيا،حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $me^x-4x+m+2=0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

بكالوريات أجنبية

التمرين 49:عن بكالوريا فرنسا 2019/ N-Calédonie

(ترجمة الأستاذ جبالي/بتصرّف)

I- لتكن g الدالّة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x+2)e^{x-4}$.

1) ادرس تغيّرات الدالة g .

2) برهن أنّ المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلاّ وحيداً α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقق أنّ $3 \prec \alpha \prec 3,1$.

3) استنتج إشارة $(g(x)-2)$،على $\mathbb{R}$.

II- لتكن الدالّة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $f(x)=x^2-x^2e^{x-4}$.

يرمز (C_f) إلى منحناها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$: (الوحدة : $\|\vec{i}\|=1,5cm$ ؛ $\|\vec{j}\|=1cm$).

1) حلّ، في $\mathbb{R}$، المعادلة $f(x)=0$، ثمّ فسّر النتائج هندسيّا.

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) ا- برهن أنه، من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=-x.(g(x)-2)$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالّة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^3}{\alpha+2}$ ، ثم استنتج حصرا لـِ $f(\alpha)$.

5) ا- احسب $f(-2,5)$، و $f(4,25)$، ثمّ أنشئ (C_f)؛(يمكن أخذ $f(\alpha)\simeq 5,7$).

ب- عيّن قيم الوسيط الحقيقي m، حتى يكون للمعادلة $f(x)=m+f(\alpha)$، ثلاثة حلول متمايزة.

التمرين 50:عن بكالوريا فرنسا 2018

(ترجمة الأستاذ جبالي/بتصرّف)

I- لتكن g الدالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-2x^3+x^2-1$.

1) ادرس تغيّرات الدالة g

2) برهن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقق أنّ $-0,7 \prec \alpha \prec -0,6$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- لتكن الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $f(x)=(1+x+x^2+x^3)e^{-2x+1}$.

يرمز (C_f) إلى منحناها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$: (الوحدة : $\|\vec{i}\|=2cm$ ؛ $\|\vec{j}\|=1cm$).

2) ا- برهن أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي $x \succ 1$، فإنّ : $1 \prec x \prec x^2 \prec x^3$.

ب- استنتج أنه، من أجل أيّ عدد حقيقي $x \succ 1$، فإنّ : $0 \prec f(x) \prec 4x^3.e^{-2x+1}$.

جـ- باستخدام النهاية الشهيرة $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{t}{e^t}=0$، برهن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3}{e^x}=0$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

د- استنتج، من2) جـ- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ فسّرها هندسيّا.

3) ا- برهن أنه، من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x).e^{-2x+1}$.

بـ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات f .

4) احسب $f(-1,1)$ ، $f(-1)$ ، $f(0)$ ، ثمّ أنشئ (C_f) ؛(تعطى $f(\alpha)\simeq 5$).

التمرين 51:عن بكالوريا تونس 2017

(ترجمة وتصرف الأستاذ:بالعبيدي م العربي)

نعتبر الدالة f والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(1+x^2)e^{-x}$ واليكن (C)تمثيلها البياني في في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

2-بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، : $f'(x)=-(x-1)^2e^{-x}$ ،ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3-أ) أكتب معادلة ديكارتية لمماس المنحنى(C)عند النقطة J ذات الفاصلة 0.

ب)لتكن A و B نقطتان من المنحنى (C) فاصلتاهما 1 و 3 على الترتيب.

بيّن أن النقطتين A و B نقطتي انعطاف للمنحنى (C).

4-في الشكل(1): (Γ) يمثل المنحنى البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ للدالة g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x$.

E- و F نقطتان من المنحنى (Γ) فاصلتاهما (−1) و $(\ln 10-3)$ على الترتيب و G نقطة من المستوي احداثياها $(0;1-6e^{-3})$.

أ)عبر عن $f(1)$ بدلالة $g(-1)$ وعن $f(3)$ بدلالة $g(-3)$.

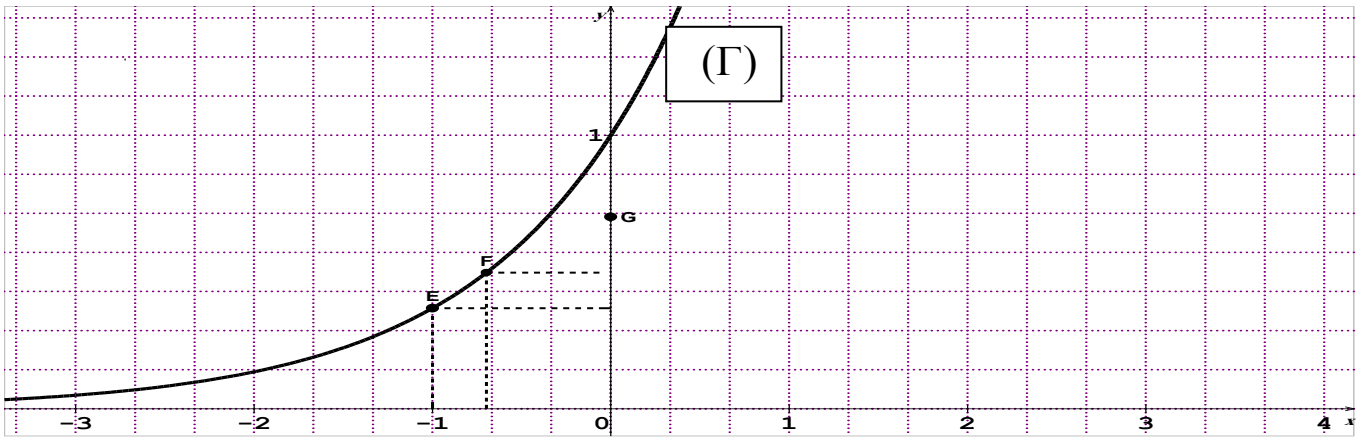
ب) أنشئ كلا من النقطتين A و B في الشكل (1) (لاحظ أن : $10g(-3)=g(\ln 10-3)$)

5-أ) لتكن K نقطة من المستوي احداثياها $(\frac{11}{2};0)$

بيّن أن المستقيم (BK)يمس المنحنى (C) في النقطة B .

ب) أرسم المنحنى (C) في الشكل 1 والمماسات للمنحنى (C) عند كلا من A ، J و B .

.....(الشكل1).....



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين 52:عن بكالوريا تونس 2016

(ترجمة وتصرف الأستاذ:محمد جبالي)

1)لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2e^x$.

أ) بيّن أن gمتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

ب) قارن بين x و $\frac{1}{x}$ في المجال $]0;1[$ وفي المجال $]1;+\infty[$.

جـ) أستنتج أنه إذا كان $x\in]0;1[$ فإن $g(x)<g(\frac{1}{x})$ وإذا كان $x\in]1;+\infty[$ فإن $g(x)>g(\frac{1}{x})$

2)نعتبر الدالة f والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(x^2-2x+2)e^x+e^{\frac{1}{x}}$

ونرمز بـ: (C_f) إلى منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ من المستوي.

أحسب $\lim\limits_{x\to 0^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى بيانيا.

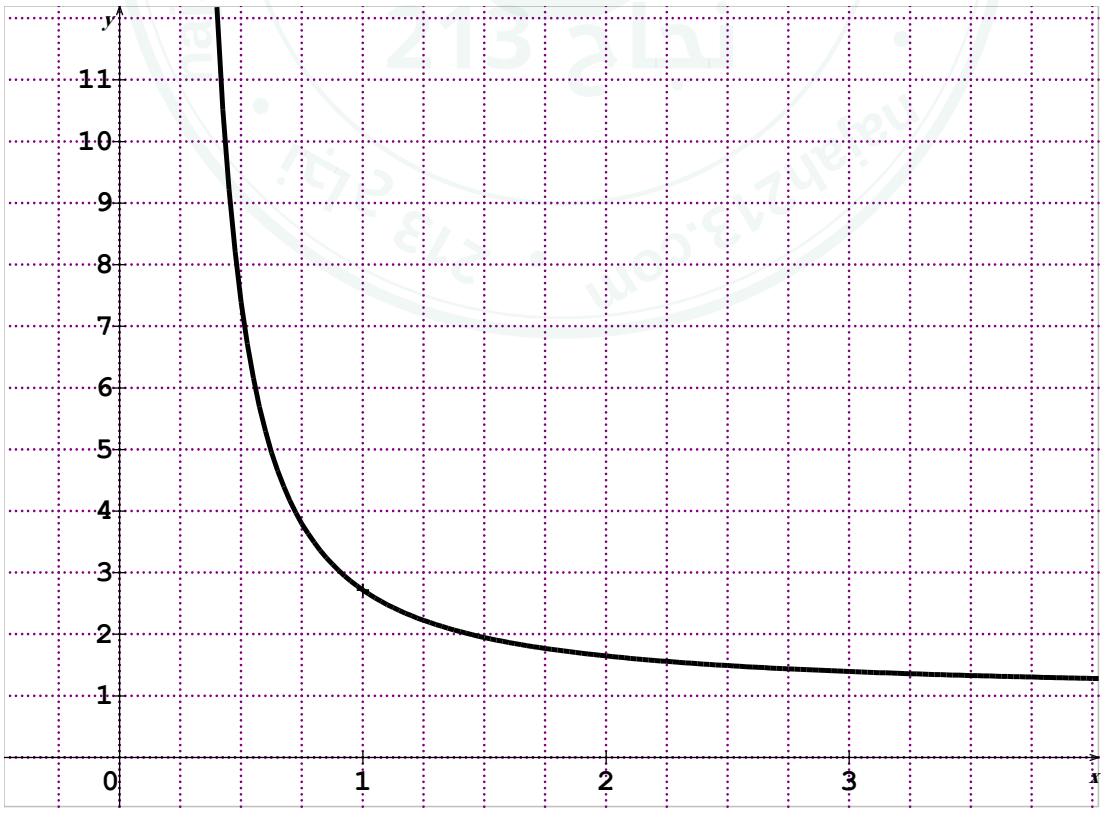
3- أ) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$، فإن : $f'(x)=g(x)-g(\frac{1}{x})$

ب)أحسب $f'(1)$: ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) في آخر التمرين ، مثلنا المنحنى (C_h) للدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{1}{x}}$

أ) بيّن أن (C_f) فوق (C_h).

ب)إنشئ المنحنى (C_f) في نفس المعلم (تعطى $f(1,5)\simeq 7;55$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين 53:عن بكالوريا الكامرون 2016

(ترجمة وتصرف الأستاذ:محمد جبالي)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{e^x-3}{e^x+1}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أ) أحسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب)بيّن أن المستقيمين $(D_1): y=x+3$ و $(D_2): y=x-1$ مقاربان للمنحنى (C_f).

2-أ) تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب)أدرس إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات f.

3-أ) استنتج من جدول تغيرات f أن النقطة $I(0;1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

ب)أعط معادلة للماس (T) للمنحنى (C_f) ، عند النقطة I.

4) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ، حيث $-2,8<\alpha<-2,7$.

5)أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة I ، ويوازي المستقيمين (D_1) و (D_2) .

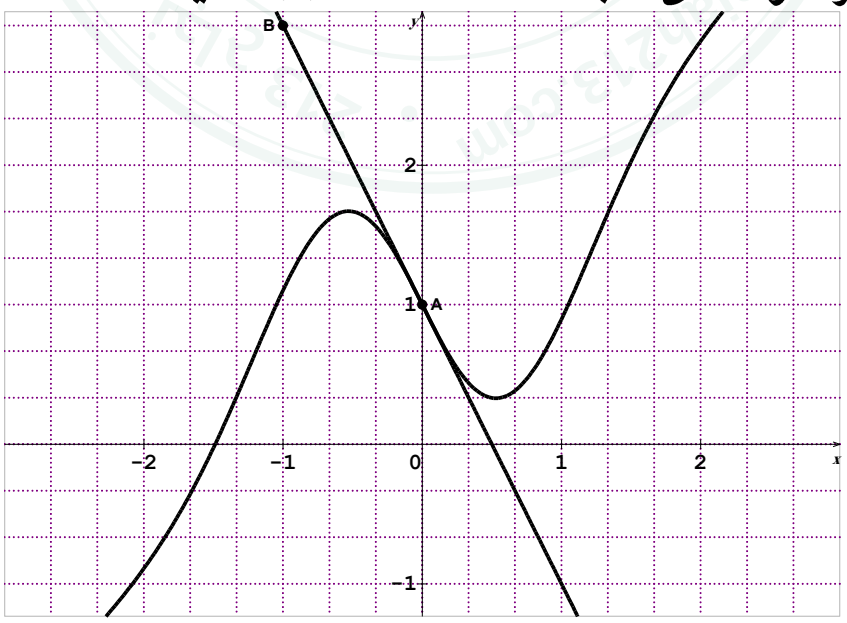
6)أنشئ الماس (T) و المستقيم (Δ) ، ثم المنحنى (C_f).

7) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ،عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$x(e^x+1)(1-m)-e^x-1=e^x-3$$

التمرين 54:عن بكالوريا فرنسا(Métropole) 2014

في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(0;1)$ و $B(-1;3)$ و المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للإشتقاق والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1+axe^{-x^2}$ حيث $a\in\mathbb{R}$



1- أ)بين أن المنحنى (C) يشمل النقطة A .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب) عين معامل توجيه المستقيم (AB).

جـ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=1-a(2x^2-1)e^{-x^2}$

د)عين العدد a بحيث يكون المستقيم (AB) مماسا لـ (C) في A

2-من السؤال السابق ، من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)=x+1-3xe^{-x^2}$ و $f'(x)=1+3(2x^2-1)e^{-x^2}$.

أ) بين أنه من أجل كل: $x\in]-1;0]$ $f(x)\succ 0$. و $x\in]-\infty;-1]$ $f'(x)\succ 0$.

ب)بيّن أنه يوجدعدد حقيقي وحيد $c\in\left[-\frac{3}{2};-1\right]$ حيث: $f(c)=0$، تحقق أن $c\prec -\frac{3}{2}+2\times 10^{-2}$

التمرين 55:تونس 2014

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$ و. و (C_f) تمثيلها البياني.

1- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$ ،ثم إستنتج أن الدالة f فردية.

2- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3-بيّن أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ وأعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}_+$

- أستنتج أن من أجل كل x من $\mathbb{R}_+$: $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$

4-بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right]=$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

5-إنشئ في المعلم السابق المستقيم الذي معادلته: $y=1-\frac{1}{2}x$ ثم أرسم المنحنى (C_f).

التمرين 56:المغرب 2014

I- نعتبر الدالة g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-x}+x-1$:

1- ادرس تغيرات الدالة g.

2- $g(0)$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^{-x}+x\ge 1$.

IIنعتبر الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x)=\frac{x}{e^{-x}+x}$ واليكن (C_f) تمثيلها البياني

1-بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي $\mathbb{R}$ (استعمل نتيجة السؤال I-2).

2-أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x)=\frac{1}{1+\frac{1}{xe^x}}$.

ب) بين ان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

3-أ) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{(x+1)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$.

ب)أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.

4-أ) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f)في النقطة O مبدأ المعلم.

ب) تحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $x-f(x)=\frac{x.g(x)}{g(x)+1}$ ، ثم أدرس إشارة $x-f(x)$على $\mathbb{R}$.

ج)استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)الذي معادلته: $y=x$.

5-إنشئ كلا من (Δ) والمنحنى (C_f).

التمرين 57:كاليدونيا الجديدة 2011

f الدالة العددية والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x^2+4x+3)e^{-x}$ واليكن (C_f)تمثيلها البياني

الجزء الأول :نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x^2+2x-1)e^{-x}+1$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ وفسر النتيجة بيانيا ،ثم أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) -أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين نسمي α الحل غير المعدوم

ب):بيّن أن : $-2,3\prec\alpha\prec-2,4$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

2) أدرس تغيرات الدالة f (نأخذ $\alpha=-2,35$)

3) بيّن أن المستقيم(D)ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)عند$+\infty$.

4) بيّن أن المستقيم(D) و المنحنى (C_f) يتقاطعان في نقطتين A و B يطلب تعيينهما.

5) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D).

6) أرسم كلا من المستقيم(D) و المنحنى (C_f).

التمرين 58:فرنسا(REUNION) 2007

f الدالة العددية والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $\begin{cases} f(x)=\frac{xe^x}{e^x-1};x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$ واليكن (C_f)تمثيلها البياني

1-أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2-أ) أثبت أن النهاية : $\lim\limits_{x\to0}\frac{x}{e^x-1}=1$.

ب) أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند 0 وفسر النتيجة بيانيا.

3-أ) برهن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x\geq x+1$.

ب) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{e^x.g(x)}{(e^x-1)^2}$ حيث g دالة يطلب تعيينها.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

جـ) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أ)بيّن أن المستقيم(Δ)ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

5- أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6-أ) x عدد حقيقي غير معدوم ، نعتبر النقطتين $M(x;f(x))$ و $M'(-x;f(-x))$ من المنحنى (C_f)

عين معامل توجيه المستقيم (MM').

ب) إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0 ،ماذا تعني النتيجة السابقة ؟.

التمرين 59:فرنسا(Polynesie) 2010

I-نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^x-xe^x+1$.

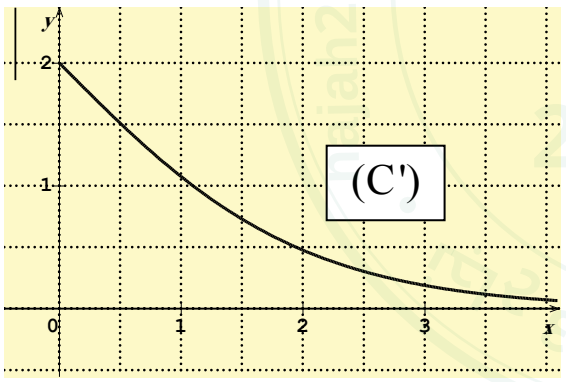
1-أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ ثم أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2\prec\alpha\prec1,3$

3)استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II-f الدالة العددية والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{4x}{e^x+1}$ واليكن (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول على محور الفواصل 1cm و على محور االتراتيب 4cm.



1-أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{4g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب)أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2-أ) أثبت أن : $f(\alpha)=4(\alpha-1)$

ب) أرسم المنحنى (C) في المعلم السابق.

III- نمثل في الشكل المقابل المنحنى (C') للدالة h والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\dfrac{4}{e^x+1}$.من أجل كل عدد حقيقي ، نسمي M ،P و Q النقط التيحداثياتها على الترتيب $(x;h(x))$ ، $(x;0)$ و $(0;h(x))$

أ-بيّن أن مساحة المستطيل OPMQ تكون أعظمية إذا كانت α فاصلة النقطة M.

ب-نفرض أن فاصلة M هي α.

أثبت أن المماس (T) في النقطة M للمنحنى (C') يوازي المستقيم (PQ).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين 60:تونس 2008

f دالة معرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$. نسمّي (C) تمثيلها البياني

1)ا-احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$،ثمّ فسّر النتيجتيْن بيانيّا

بـ- أكمل دراسة تغيّرات f، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

جـ-بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha \in]\ln 2;1[$ يحقق $f(\alpha) = 0$ ثمّ أثبت أنّ $f'(\alpha) = 1 + \alpha + \alpha^2$

هـ-اكتب معادلة المماس (T) لـ (C) في النقطة $A(\alpha;f(\alpha))$

2)ا- ليكن x من $\mathbb{R}^*$ ؛ احسب $f(-x) + f(x)$ ثمّ أعط تفسيرا هندسيّا لهذه النتيجة.

بـ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - (x+1)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x$ ،ثمّ فسّر النتيجتيْن بيانيّا .

جـ-أنشئ (T) و (C) في المعلم السابق؛نأخذ $\alpha \approx 0,8$.

3) هل توجد مماسات للمنحنى (C) تعامد المستقيم ذو المعادلة $y=x$ ؟ برر جوابك.

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة : $(m-1) = me^x$

5) g دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ حيث: $g(x) = -x + \frac{e^x}{e^x - 1}$

بين أن $g(x) = f(-x)$ ثم أرسم (C_g).

التمرين 61:فرنسا 2012

(ترجمة وتصرّف الأستاذ جبالي)

لتكن الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x(e^x - e) + e - 2$.

نسمّي C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. [الوحدة : $\|\vec{i}\| = 4cm$ ؛ $\|\vec{j}\| = 2cm$]

1)ا- احسب $f'(x)$ ثمّ $f''(x)$.

بـ) ادرس إشارة $f''(x)$ ، ثمّ استنتج تغيّرات f' على $\mathbb{R}$.

جـ)بيّن أنّ المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α في المجال $]0,5;0,6[$؛ ثمّ استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

د) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات f (تعطى $f(\alpha) \simeq 0.2$).

2)ا- أثبت أنّ المستقيم (D) ذا المعادلة $y = -ex + e - 2$ مقارب مائل للمنحني C_f بجوار $-\infty$.

ب- ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى مستقيم (D).

جـ- بيّن أنه يوجد مماس (Δ) للمنحنى C_f يوازي المستقيم (D)، يطلب كتابة معادلة له.

د- أنشئ كلا من (Δ) و (D)، ثمّ المنحنى C_f على المجال $]-\infty;1,5]$ (تعطى $f(1,5) \simeq 3,36$).

هـ-ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m،عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m+2-e)e^{-x} = x$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مجلة الرائد في الرياضيات

****

الحـــــــلول

الجزء الثاني

العلوم التجريبية

****

الجزء الثالث

تقني رياضي

****

الجزء الرابع

رياضيات

****

إعداد الأستاذ: بالعبيدي محمد العربي

BAC2020

الأستاذ:بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

العربي الجزائري Facebook

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجزء الثاني: تمارين البكالوريات

شعبة العلوم التجريبية

التمرين 13: دورة 2019

1-أ) دراسة اتجاه تغير g

لدينا : دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x-ex$

من أجل كل عدد حقيقي x : $g'(x)=e^x-e$

$g'(x)=e^x-e=0$ معناه $x=1$ ، $g'(x)<0$ معناه $x<1$ ، $g'(x)>0$ معناه $x>1$

ومنه g متناقصةعلى المجال $]-\infty;1]$ و متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$ و $g(1)=0$

ب)استنتاج اشارة $g(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x

من الجواب السابق نستنتج ان g تقبل قيمة حدّية صغرى هي الصفر عند1

أي من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\geq 0$.

2)راسة اتجاه تغير f

لدينا : دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x-\frac{1}{2}ex^2$

من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^x-ex=g(x)$

من الجواب السابق 1-ب) نستنتج أن f متزايدة على $\mathbb{R}$ لأن: $g(x)\geq 0$

3)حساب كلا من $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وتشكيل جدول تغيراتها

$\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}e^x-\frac{1}{2}ex^2=+\infty-\infty$ حع ت * $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty}e^x-\frac{1}{2}ex^2=-\infty$

رفع حع ت: $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}x^2(\frac{e^x}{x^2}-\frac{1}{2}e)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}x^2=+\infty$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}\frac{e^x}{x^2}=+\infty$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↗	$+\infty$

4) دراسة الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (C_g)

لدراسة الوضعية النسبية لـ (C_f)بالنسبة لـ (C_g) ندرس اشارة الفرق $(f(x)-g(x))$

لدينا: $(f(x)-g(x))=-\frac{1}{2}ex^2+ex=\frac{1}{2}xe(-x+2)$

وعليه اشارة الفرق هي حسب اشارة $x(-x+2)$

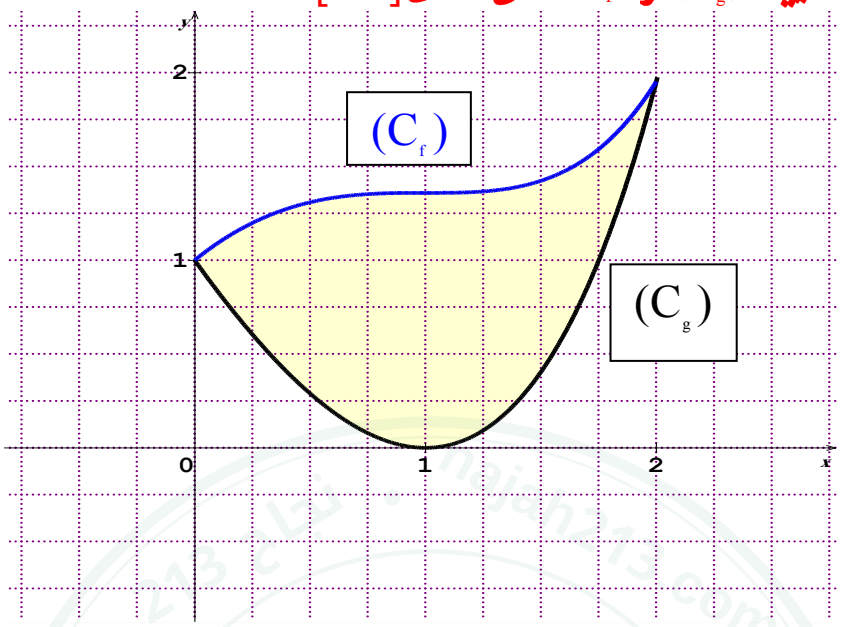
ومنه : من أجل كل $x\in]0;2[$ يكون $x(-x+2)>0$ ومعناه (C_f)فوق (C_g)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

من أجل كل $]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$ يكون $x(x+1)<0$ ومعناه (C_f) تحت (C_g)

ومن أجل $x\in\{0;2\}$ يكون $x(-x+2)=0$ ومعناه (C_f) يقطع (C_g)

5)رسم كلا من المنحنيين (C_g) و (C_f) على المجال $[0;2]$



7 -أ) اثبات ان الدالة h زوجية

لدينا: h دالة معرفة على المجال $[-2;2]$ بـ: $h(x)=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}$ و (Γ) منحناها البياني

h دالة زوجية معناها من أجل كل $x\in[-2;2]$ ومن أجل $-x\in[-2;2]$: $h(-x)=h(x)$

$h(-x)=\frac{1}{2}e(-x)^2-e^{|-x|}=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}=h(x)$ ومنه h دالة زوجية

ب) حساب $h(x)+f(x)$ من أجل كل $x\in[0;2]$

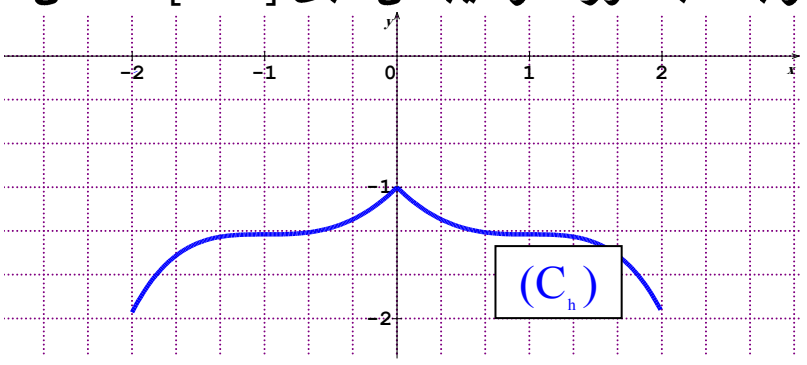
من أجل كل $x\in[0;2]$ لدينا: $h(x)+f(x)=-e^x+\frac{1}{2}ex^2+e^x-\frac{1}{2}ex^2=0$

استنتاج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من (C_f) ثم رسم (Γ)

لدينا $h(x)+f(x)=0$ ومعناه $h(x)=-f(x)$ معناه $h(x)=\begin{cases}-f(x) & ;x\in[0;2]\\ -f(-x) & ;x\in[-2;0]\end{cases}$

ومعناه (Γ) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل من أجل $x\in[0;2]$

ثم نتم الرسم بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب من أجل $x\in[-2;0]$ لأن h دالة زوجية



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين14: دورة 2018

I- أ) حساب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$

$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}(x)e^{-x}=\lim_{t\to+\infty}(-t)e^{t}=-\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)=2+\lim_{x\to-\infty}(-t)e^{t}=2$.

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها.

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=1.e^{-x}-(x-1)e^{-x}=(2-x)e^{-x}$

إشارة $g'(x)$ هي من نفس إشارة $(2-x)$ لأن $e^{-x}>0$

الدالة g متناقصة تما ما على $]2;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $]-\infty;2[$ و $g(2)=2+e^{-2}$

وعليه جدول تغيرات الدالة g يكون كمايلي

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$g(2)$	↘	2

ج)تبيّان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا حيد α حيث: $-0,38<\alpha<-0,36$.

الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;2]$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ و $g(2)=2+e^{-2}$

لدينا: $g(-0,36).g(-0,38)<0$ وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha)=0$ حيث $-0,38<\alpha<-0,36$.

استنتاج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

من الجوابين ب) وج) نستنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ تكون كمايلي:

من أجل كل $x\in]-\infty;\alpha[$ فإن $g(x)<0$ لأن $g(]-\infty;\alpha[)<0$

من أجل كل $x\in]\alpha;+\infty[$ فإن $g(x)>0$ لأن $g(]\alpha;+\infty[)>0$

II- أ) حساب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x\left(2+\frac{1}{x}-e^{-x}\right)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} 2x+1-\frac{x}{e^{x}}=+\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}=0$

ب) حساب $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))$ ثم تفسير النتيجة بيانيا.

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))=\lim_{x\to+\infty}\left(-xe^{-x}\right)=-\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}=0$$

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))$ تعني ان المستقيم ذو المعادلة : $y=2x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $(+\infty)$

ج) دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث : $(\Delta): y=2x+1$.

لدراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) ندرس إشارة الفرق: $f(x)-y=-xe^{-x}$

لدينا: $f(x)-y>0$ من أجل كل $x\in]-\infty;0[$ لأن $-xe^{-x}>0$ ويكون (C_f) تحت (Δ)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$f(x)-y<0$: من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ لأن $-xe^{-x}<0$ ويكون (C_f) فوق (Δ)

$f(x)=y$ من أجل كل $x=0$ لأن $-xe^{-x}=0$ ويكون (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(0;1)$

2)تبيان أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ يكون: $f'(x)=g(x)$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=2-1.e^{-x}+xe^{-x}=2+(x-1)e^{-x}=g(x)$

استنتاج اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها

من العبارة $f'(x)=g(x)$ نستنتج ان إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$ والموضحة في II – جـ

وعليه الدالة f متزايدة تماما على $]\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha[$

وعليه جدول تغيرات f يكون كمايلي

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$+\infty$

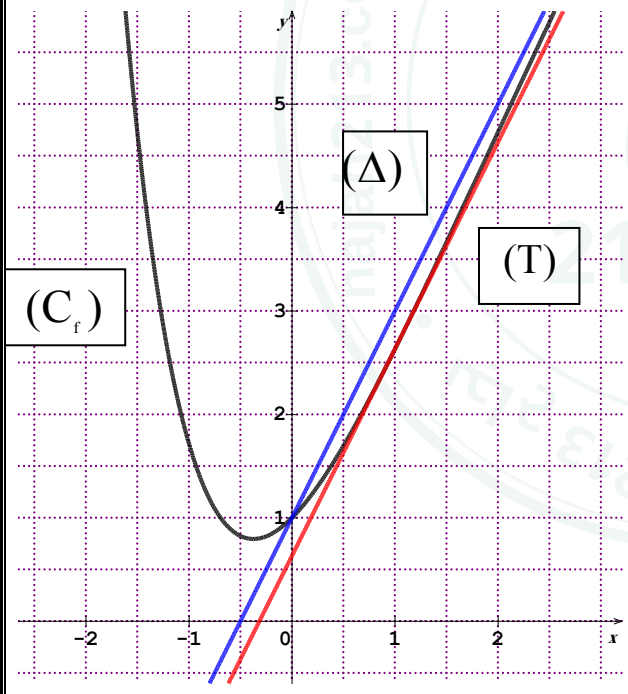
3) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

لدينا: (T) له معادلة من الشكل : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ حيث $a=1$

ومنه : $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ أي:

$y=2x-2+3-e^{-1}$ ومنه $y=2x+1-e^{-1}$

4) رسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) .



5)تعيين عدد وإشارة حلول المعادلة $x=(1-m)e^{x}$

لدينا: $x=(1-m)e^{x}$ تكافئ $xe^{-x}=(1-m)$ وتكافئ

$2x+1-xe^{-x}=2x+m$ أي $f(x)=2x+m$

لمعادلة $f(x)=2x+m$ هندسيا تكافئ الجملة

التالية: $\begin{cases}y=2x+m....(1)\\ y=f(x).....(2)\end{cases}$

حلول الجملة السابقة هندسيا هي فواصل نقط

تقاطع المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y=2x+m$ والمنحنى (C_f). من البيان نجد :

1) $m<1-\frac{1}{e}$ المعادلة لا تقبل حلول ، 2) $m=1-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا موجبا

3) $1-\frac{1}{e}<m<1$ المعادلة تقبل حلّين موجبين، 4) $m=1$ المعادلة تقبل وحيدا معدوم

5) $m>1$ المعادلة تقبل وحيدا سالبا.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين15: دورة 2017

I)تبيان ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ **وإعطاء تفسيرا هندسيا للنتيجة و حساب** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(2-x^2e^{1-x}\right)=2-\lim_{x\to+\infty}x^2e^{1-x}=2-\lim_{t\to-\infty}t^2e^t.e=2-0=2^* \quad \text{حيث } t=-x$$

نستنتج أن: المنحنى (C_f) مستقيم مقارب يوازي محور الفواصل معادلته $y=2$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(2-x^2e^{1-x}\right)=2-\lim_{x\to-\infty}x^2e^{1-x}=-\infty^* \quad \text{لأن } \lim_{x\to-\infty}x^2e^{1-x}=+\infty$$

2-أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\left[2xe^{1-x}-x^2e^{1-x}\right]=x(x-2)e^{1-x}$

ب)دراسة اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها

من العبارة $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$ نستنتج أن إشارة $f'(x)$ هي حسب إشارة $x(x-2)$.

لأن e^{1-x} موجبة تماما على $\mathbb{R}$ وعليه اشارة $f'(x)$ تكون حسب الجدول التالي

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$x(x-2)$		+	0	−	0	+	

وعليه جدول التغيرات للدالة f يكون كمايلي

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$ ↗		2	↘	$f(2)$	↗	2

3) كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1

(T) له معادلة من الشكل : $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ أي: $y=-x+2$

II-1) تبيان انه من اجل كل عدد حقيقي من $\mathbb{R}$: $h(x)\geq 0$

h معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=1-xe^{1-x}$ ومنه $h'(x)=-(1.e^{1-x}-xe^{1-x})=(x-1)e^{1-x}$

$h'(x)=0$ إذاكان $x=1$ ولدينا: $h'(x)\prec 0$ إذاكان $x\prec 1$ و $h'(x)\succ 0$ إذاكان $x\succ 1$

و لدينا $h(1)=0$ أي أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $h(x)\geq 0$

دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T)

لدراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) ندرس اشارة الفرق $f(x)-(-x+2)$

لدينا: $f(x)-(-x+2)=x(1-xe^{1-x})=x.h(x)$

وعليه اشارة الفرق هي حسب اشارة x لأن $h(x)\geq 0$ ونلخص الوضع في الجدول التالي:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)-y$		−	0	+	0	+	
الوضع	(C_f) تحت (T)		(C_f) يقطع (T)	(C_f) فوق (T)	(C_f) يقطع (T)	(C_f) فوق (T)	

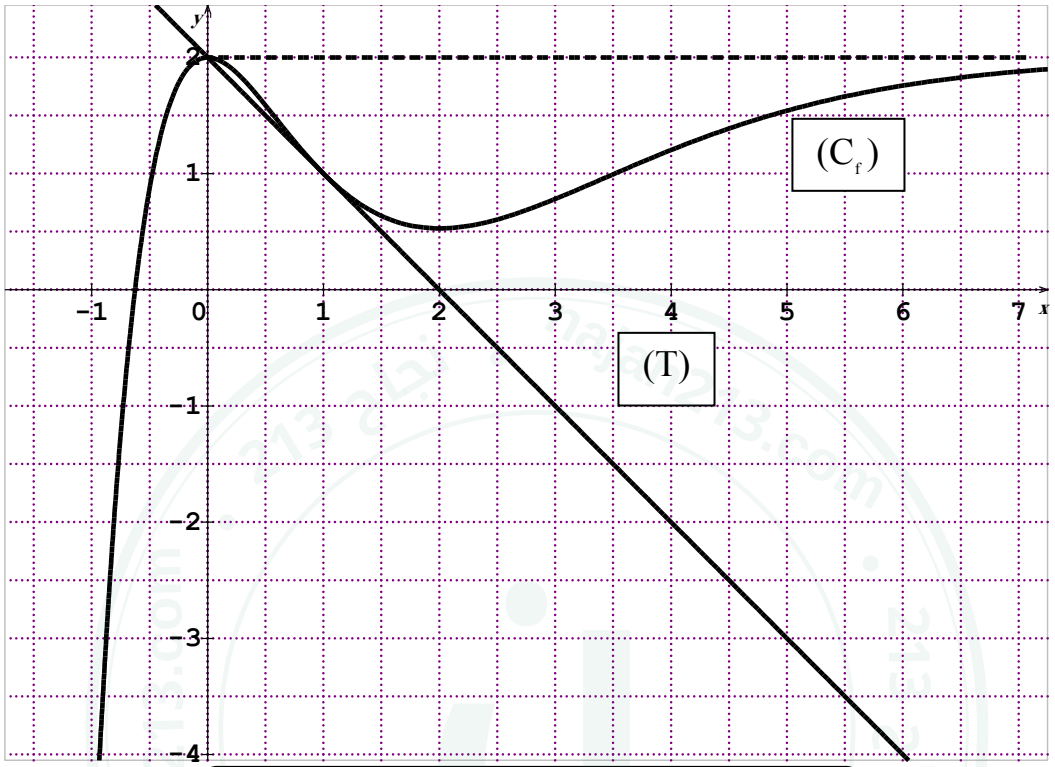
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2)تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,7 \prec \alpha \prec -0,6$

الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;0[$ و $f(0)=2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

لدينا: $f(-0,7)=-0,68 \prec 0$ و $f(-0,6)=0,21 \succ 0$ وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة توجد قيمة وحيدة α تحقق: $f(\alpha)=0$ حيث $-0,7 \prec \alpha \prec -0,6$.

6) إنشاء المماس(T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$.



التمرين16:دورة 2017 الاستدراكية

I)- حساب $g(1)$

لدينا: الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2e^x-e$ ومنه $g(1)=1^2e^1-e=0$

- تعين إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x بقراءة بيانية

بقراءة بيانية إشارة $g(x)$ تكون كمايلي:

من أجل كل $x \in]-\infty;1[$ فإن $g(x) \prec 0$ لأن (C_g) تحت حامل محور الفواصل

من أجل كل $x \in]1;+\infty[$ فإن $g(x) \succ 0$ لأن (C_g) فوق حامل محور الفواصل

استنتاج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

$g(1)=1^2e^1-e=0$ ومنه $g(-1)=(-1)^2e^1-e=0$

$x \in]-\infty;-1[$ فإن $g(-x) \succ 0$ و $x \in]1;+\infty[$ فإن $g(-x) \prec 0$

II-1) حساب النهايات الأتية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(e^{-x}-2-\dfrac{e}{x})=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^{-x})=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(-\dfrac{e}{x})=0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(e^{-x}-2-\frac{e}{x})=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to 0^-}(-\frac{e}{x})=+\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(e^{-x}-2-\frac{e}{x})=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to 0^+}(-\frac{e}{x})=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{-x}-2-\frac{e}{x})=-2$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{-x})=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(-\frac{e}{x})=0$

2-تبيّان أن المنحنى (γ) ذ والمعادلة $y=e^{-x}-2$ و (C_f) متقاربان عند $-\infty$.

المنحنى (γ) ذو المعادلة $y=e^{-x}-2$ و (C_f) متقاربان عند $-\infty$ معناه $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(e^{-x}-2)\right]=0$

لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(e^{-x}-2)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}(-\frac{e}{x})=0$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة (γ)

لدراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (γ) ندرس إشارة الفرق: $f(x)-y=-\frac{e}{x}$

من أجل كل $x\in]-\infty;0[$ فإن $-\frac{e}{x}\succ 0$ وعليه يكون (C_f) فوق (γ)

من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فإن $-\frac{e}{x}\prec 0$ وعليه يكون (C_f) تحت (γ)

3) تبيان أنه من أجل كل حقيقي x غير معدوم: $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$.

من اجل كل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=-e^{-x}+\frac{e}{x^2}=\frac{-x^2e^{-x}+e}{x^2}=\frac{-\left[(-x)^2e^{(-x)}-e\right]}{x^2}=\frac{-g(-x)}{x^2}$

4)استنتاج ان f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة على $]-\infty;-1[$

من العبارة $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$ نستنتج ان إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(-x)$ وعليه:

1) $x\in]-\infty,-1]$ معناه $f'(x)\le 0$ ومنه الدالة f تكون متناقصة على المجال $]-\infty;-1[$

2) $x\in]-1;0[\cup]0;+\infty[$ معناه $f'(x)\ge 0$ ومنه f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;0[$ و $]0;+\infty[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f.

x	-1		0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$2(e-1)$	↗ $+\infty$	-2 ↗ $-\infty$

5) تبيّان كيف يمكن انشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة $x\to e^x$.

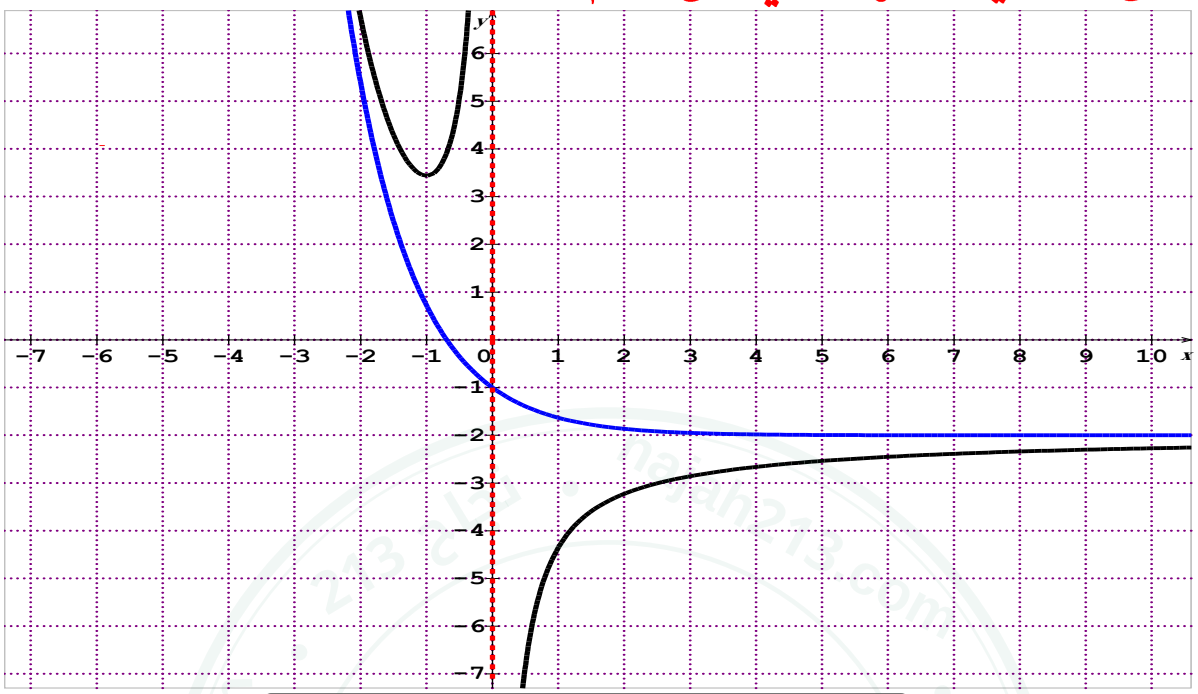
لدينا المنحنى (γ) ذو المعادلة $y=e^{-x}-2$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ومنه المنحنى (γ) هو صورة منحنى الدالة $x \to e^{-x}$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0;-2)$

علما أن منحنى الدالة $x \to e^{-x}$ هو نظير منحنى الدلة $x \to e^{x}$ بالنسبة لمحور التراتيب

رسم كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق .



التمرين17:دورة 2016

I-1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

لدينا:الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{t\to+\infty} g(t)=\lim\limits_{t\to+\infty} t^2e^t=+\infty$ حيث $t=-x$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{t\to-\infty} g(t)=\lim\limits_{t\to-\infty} 1+t^2e^t=1$ حيث $t=-x$

ب)دراسة اتجاه تغير الدالة g وتشكيل جدول تغيراتها

لدينا: $g'(x)=(2x+1)e^{-x}+(-1)e^{-x}(x^2+x-1)=(-x^2+x+2)e^{-x}$

لدينا: $g'(x)=0$ معناه $(-x^2+x+2)=0$ ومعناه $x=-1$ أو $x=2$

$g'(x)\succ 0$ معناه $-1\prec x\prec 2$ أي الدالة g متناقصة تماماعلى $]-1;2[$

$g'(x)\succ 0$ معناه $x\succ 2$ أو $x\prec -1$ أي الدالة g متزايدة تماماعلى $]-\infty;-1[\cup]2;+\infty[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(-1)$	↗	$g(2)$	↘	1

2-أ)تبيّان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1,52\prec\alpha\prec-1,51$

*المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم لأن $g(0)=1+(0^2+-1)e^0=0$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

* لدينا: الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$ (أنظر جدول تغيرات g)
ولدينا: $g(-1,52)\times g(-1,51)\prec 0$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha\in]1,59;1,60[$ يحقق $g(\alpha)=0$.

ب) استنتاج إشارة $g(x)$.

باستعمال الجواب السابق نستنتج أن إشارة $g(x)$ تكون حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
g(x)		$+$	0	$-$	0	$+$	

II-1-أ) حساب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ $\lim_{x\to-\infty}f(x)$

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}(-x+x^2e^{-x})=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{t\to-\infty}(t+t^2e^{t})=-\infty$ (نضع $-x=t$) علما أن $\lim_{t\to-\infty}(t^2e^{t})=0$ نهاية شهيرة

ب) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-g(x)$

لدينا: $f'(x)=-1+(2x+3)e^{-x}+(-1)e^{-x}(x^2+3x+2)=-\left[1+(x^2+x-1)e^{-x}\right]=-g(x)$

ج)تشكيل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

من العبارة $f'(x)=-g(x)$ نستنتج أن إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$

وعليه جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ يكون كمايلي:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
f'(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	
f(x)	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$f(0)$	↘	$-\infty$

د)تعيين ودون حساب $\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ والتفسير الهندسي للنتيجة.

$\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=-g(\alpha)=0$ لأن الدالة f قابلة للإشتقاق عند α

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماسا يوازي حامل موحور الفواصل معادلته $y=f(\alpha)$

2-أ) تبيان أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائلا (Δ) حيث: $y=-x$ معادلة له عند $+\infty$

المستقيم ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) معناه: $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=0$

لدينا: $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}x^2e^{-x}=0$ لأن $\lim_{x\to+\infty}x^2e^{-x}=\lim_{t\to-\infty}t^2e^{t}=0$ نهاية شهيرة

ب)دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

لدراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) ندرس إشارة الفرق: $f(x)-y=(x^2+3x+2)e^{-x}$

اشارة الفرق هي حسب اشارة (x^2+3x+2) لأن $e^{-x}\succ0$

$(x^2+3x+2)=0$ معناه $x=-2$ أو $x=-1$ و الفرق يكون موجب تماما لأن المستقيم (Δ) مقارب في جوار $+\infty$ أي $x\in[0;+\infty[$ وعليه (C_f) يكون فوق (Δ)

ج) تبيان أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

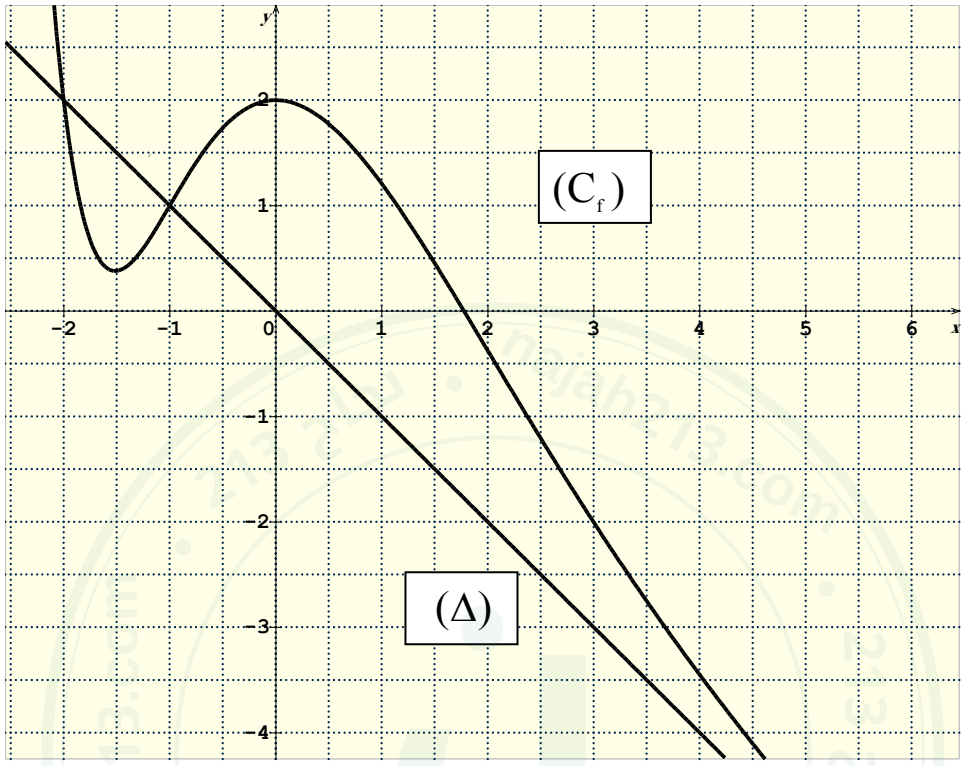
لدينا: $f'(x)=-g(x)$ وعليه $f''(x)=-g'(x)$ ومنه اشارة $f''(x)$ هي حسب الجدول المقابل:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
اشارة $f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

الجدول يبين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف

احداثياهما: $(-1;1)$ و $(2;-2+\frac{12}{e^2})$

د)رسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-2;+\infty[$



هـ)المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $(m-x)e^x+(x^2+3x+2)=0$

نضع: $(m-x)e^x+(x^2+3x+2)=0...(1)$

(1) تكافئ الجملة: $\begin{cases} y=f(x) \\ y=-m \end{cases}$ وعليه حلول المعادلة (1) هي فواصل نقط تقاطع (C_f)

والمستقيم $(\Delta_m): y=-m$ (مستقيم يوازي محور الفواصل) ومن البيان نميز الحالات التالية:

1) $m\succ -f(\alpha)$ المعادلة تقبل حلا وحيدا موجب ، 2) $m=-f(\alpha)$ المعادلة تقبل حلين .

3) $-f(\alpha)\prec m\prec -2$ المعادلة تقبل حلين سالبين وحل موجب

4) $m=-2$ المعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف معدوم وأخر سالب .

5) $m\succ -2$ المعادلة لاتقبل حلول.

التمرين18:دورة 2016 الاستدراكية

I-1-أ)حساب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ودراسة اتجاه تغير الدالة g'

لدينا:الدالة g معرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2e^x-x^2-x$

حساب $g'(x)$: لدينا:$g'(x)=2e^x-2x-1$

دراسة اتجاه تغير g' :نحسب $g''(x)$ وندرس اشارته

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

لدينا: $g'(x)=2e^x-2x$ ومنه : $g''(x)=2e^x-2=2(e^x-1)$

$g''(x)=0$ معناه $(e^x-1)=0$ ومعناه $e^x=1$ وعليه $x=\ln 1=0$

$x\prec 0$ معناه $g''(x)\prec 0$ ومنه الدالة g' متناقصة على المجال $]0;+\infty[$

$x\succ 0$ معناه $g''(x)\succ 0$ ومنه الدالة g' متزايدة على المجال $]-\infty;0[$

ب)تبيان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)\succ 0$

من الجواب السابق نستنتج أن الدالة g' تقبل قيمة حدية صغرى هي $g'(0)=1$

ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)\succ 1$ ومنه $g'(x)\succ 0$

جـ)حساب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$ وتشكيل جدول تغيراتها

* $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(2e^x-x^2)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(\frac{2e^x}{x^2}-1\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2e^x=+\infty$

* g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ لأن $g'(x)\succ 0$ وعليه جدول تغيرات الدالة g يكون كمايلي

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2)تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$

الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و $g(-1,37)\times g(-1,38)\prec 0$ وعليه توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha)=0$ حيث $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة

3) استنتاج إشارة $g(x)$ على من أجل كل عدد حقيقي x.

من الجواب السابق نستنتج أن إشارة $g(x)$ هي:

من أجل كل $x\in]-\infty;\alpha[$ فإن: $g(x)\prec 0$ ومن أجل كل $x\in]\alpha;+\infty[$ فإن: $g(x)\succ 0$

II-1-أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

لدينا: الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2e^x}{e^x-x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x=0$ نهاية شهيرة و $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x-x=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2e^x}{e^x-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{1-\frac{x}{e^x}}=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ ، لاحظ أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$

ب) تبيان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\frac{xe^x.g(x)}{(e^x-x)^2}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$f'(x)=\frac{(2x+x^2)(e^x)'(e^x-x)-(e^x)'(x^2e^x)}{(e^x-x)^2}=\frac{xe^x(2e^x-x^2-x)}{(e^x-x)^2}=\frac{xe^xg(x)}{(e^x-x)^2}$$

ج) دراسة اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، وتشكيل جدول تغيراتها

نستنتج ان إشارة $f'(x)$ هي من اشارة الجداء $x.g(x)$

وهي حسب الجدول المقابل وعليه جدول تغيرات الدالة f يكون كمايلي

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
(x)		−		−	0	+	
$g(x)$		−	0	+		+	
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘	0	↗	$+\infty$

2-أ)تبيان أن: $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\frac{2}{\alpha-1}$ ثم استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$

*لدينا: $f(\alpha)=\frac{\alpha^2e^\alpha}{e^\alpha-\alpha}$ ومن جهة أخرى لدينا: $g(\alpha)=0$ ومنه $e^\alpha=\frac{1}{2}(\alpha^2+\alpha)$

ومنه: $f(\alpha)=\frac{\alpha^2\frac{1}{2}(\alpha^2+\alpha)}{\frac{1}{2}(\alpha^2+\alpha)-\alpha}=\frac{\alpha^4+\alpha^3}{\alpha^2-\alpha}=\frac{(\alpha^3+\alpha^2)}{(\alpha-1)}=\alpha^2+2\alpha+2+\frac{2}{\alpha-1}$

*لدينا: $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$ تكافئ $-0,76\prec2\alpha+2\prec-0,74.....(1)$

لدينا: $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$ تكافئ $(-1,37)^2\prec\alpha^2\prec(-1,38)^2.....(2)$

بجمع (1) و(2) طرف لطرف نجد: $1,12\prec\alpha^2+2\alpha+2\prec1,16....(3)$

لدينا: $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$ تكافئ: $-2,38\prec\alpha-1\prec-2,37$

وتكافئ $-\frac{2}{2,37}\prec\frac{2}{\alpha-1}\prec-\frac{2}{2,38}.....(4)$

بجمع (3) و(4) طرف لطرف نجد: $0,27\prec\alpha^2+2\alpha+2+\frac{2}{\alpha-1}\prec0,32$

ومنه: $0,27\prec f(\alpha)\prec0,32$

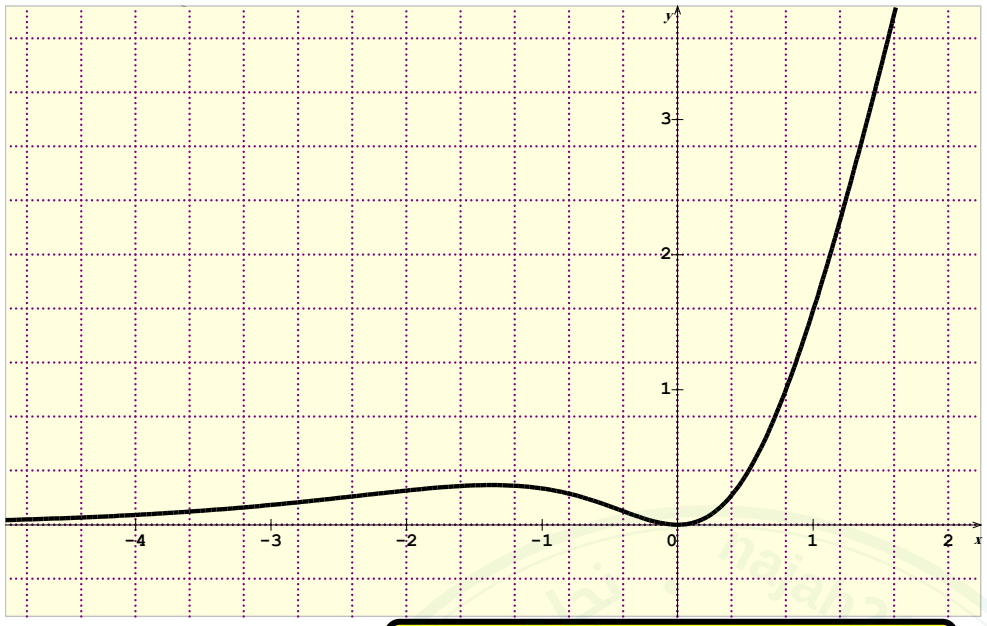
ب)حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]$ وتفسير النتيجة بيانيا.

*لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2e^x}{e^x-x}-x^2\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{x^3}{e^x-x}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{\frac{e^x}{x^3}-\frac{1}{x^2}}\right]=0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

*$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]=0$ معناه منحنى الدالة "مربع" مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

جـ) رسم المنحنى (C_f)



التمرين19:دورة 2015

I -1) دراسة اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

لدينا: $g'(x)=(1-2x)'-(e^{2x-2})'=-2-2e^{2x-2}=-2(1+e^{2x-2})$

$g'(x)\prec 0$ من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ لأن: $(1+e^{2x-2})\succ 0$. وعليه تكون g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

2) تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α في $\mathbb{R}$. و التحقق أن : $0,36\prec\alpha\prec 0,37$

الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على $\mathbb{R}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha)=0$.

لدينا: $g(0,36)=0,002$ و $g(0,37)=-0,02$ أي $g(0,36)\times g(0,37)\prec 0$

وعليه: توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha)=0$ حيث $0,36\prec\alpha\prec 0,37$.

3) استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

من الجواب السابق نستنتج أن إشارة $g(x)$ هي:

من أجل كل $x\in]-\infty;\alpha[$ تكون إشارة $g(x)$ موجبة

من أجل $x=\alpha$ تكون إشارة $g(x)$ معدومة

من أجل كل $x\in]\alpha;+\infty[$ تكون إشارة $g(x)$ سالبة.

II-1)-أ) إثبات أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.

لدينا: $f'(x)=e^{2x+2}+2xe^{2x+2}-1=e^{2x+2}+2xe^{2x+2}-e^{2x+2}\times e^{-2x-2}$

أي: $f'(x)=e^{2x+2}(1-2(-x)-e^{2(-x)-2})=e^{2x+2}g(-x)$

أ) استنتاج أن f متناقصة على المجال $]-\infty;-\alpha[$ ومتزايدة على $]-\alpha;+\infty[$

من العبارة $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$ نستنتج أن اشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(-x)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$g(-x) \prec 0$ معناه $x \in]\alpha;+\infty[$ أي $-x \in]-\infty;-\alpha[$

$g(-x) = 0$ معناه $-x = \alpha$ أي $x = -\alpha$.

$g(-x) \succ 0$ معناه $x \in]-\alpha;+\infty[$ أي $-x \in]-\infty;\alpha[$

ومنه: f متناقصة على المجال $]-\infty;-\alpha[$ ومتزايدة على $]-\alpha;+\infty[$.

2)حساب نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ثم تشكيل جدول تغيرات الدالة f.

ح.ع.ت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ لكن $f(x) = x(e^{2x+2}-1)+1$ وعليه: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x(e^{2x+2}-1)+1 = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{2x+2} = 0$ (نهاية شهيرة) و $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x+1) = +\infty$.

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-\alpha)$	↗	$+\infty$

3) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ وتفسير النتيجة هندسيا.

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x-1] = \lim_{x\to-\infty}[xe^{2x+2}] = \lim_{x\to-\infty}\frac{e^2}{2}[2xe^{2x}] = \lim_{u\to-\infty}\frac{e^2}{2}[ue^u] = 0$$

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1] = 0$ تكافئ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-x+1)] = 0$

ومنه المستقيم ذي المعادلة: $y = -x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$.

4) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = -x+1$

لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) ندرس إشارة الفرق $[f(x)-(-x+1)]$

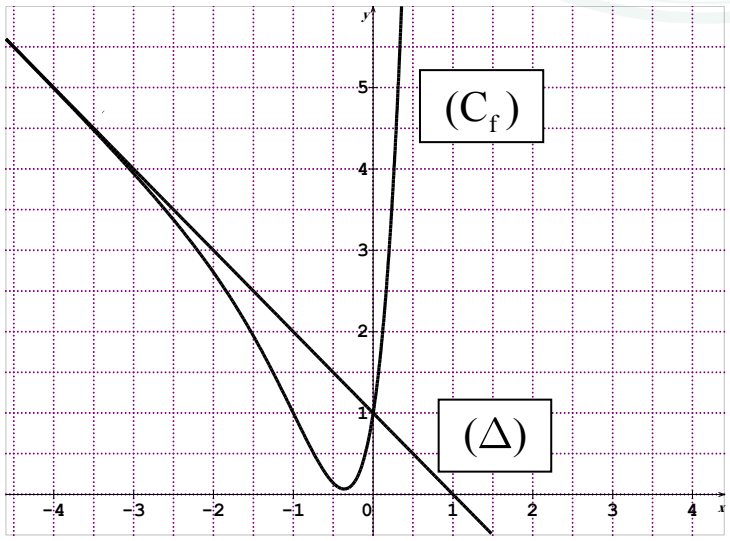
لدينا: $[f(x)-(-x+1)] = xe^{2x+2}$ وإشارته حسب إشارة x لأن $e^{2x+2} \succ 0$

وعليه: $x \in]-\infty;0[$ معناه الفرق سالب أي (C_f) تحت (Δ).

$x = 0$ معناه الفرق معدوم أي (C_f) يقطع (Δ) في نقطة احداثياها $(0;1)$

$x \in]0;+\infty[$ معناه الفرق موجب أي (C_f) فوق (Δ).

5)إنشاء (Δ) و (C_f) في المجال المذكور.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين20:دورة 2013

1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$

لدينا: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ والمعرفة على $]-\infty;1[$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}\right)=2$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{1}{x-1}}=1$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1}\left(\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}\right)=-\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} e^{\frac{1}{x-1}}=0$

استنتاج مستقيمين مقاربين للمنحنى (C)

من النهايتين السابقتين نستنتج أن :

المستقيم ذا المعادلة : $x=1$ مقارب عمودي للمنحنى (C)

المستقيم ذا المعادلة : $y=2$ مقارب أفقي للمنحنى (C)

2) حساب $f'(x)$ **وتبيان أن f متناقصة تماما على** $]-\infty;1[$

لدينا: $f'(x)=\left(\dfrac{x}{x-1}\right)'+\left(e^{\frac{1}{x-1}}\right)'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}+\dfrac{-1}{(x-1)^2}e^{\frac{1}{x-1}}$ ومنه: $f'(x)=\dfrac{-1}{(x-1)^2}\left[1+e^{\frac{1}{x-1}}\right]$

$f'(x)\prec 0$ لأن $1+e^{\frac{1}{x-1}}\succ 0$ و $\dfrac{-1}{(x-1)^2}\prec 0$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f **على** $]-\infty;1[$

x	$-\infty$		0		α		1
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$	
$f(x)$	2	↘	e^{-1}	↘	0	↘	$-\infty$

3) تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ **تقبل حلا وحيدا** α :

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)=-\infty$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيدا $\alpha\in]-\infty;1[$ يحقق: $f(\alpha)=0$

إيجاد حصرا للعدد α **باستعمال الجدول المعطى**

في الجدول لدينا: $f(0,21)=0,016$ و $f(0,22)=-0,005$

من الجدول المعطى نستنتج أن $\alpha\in]0,21;0,22[$.

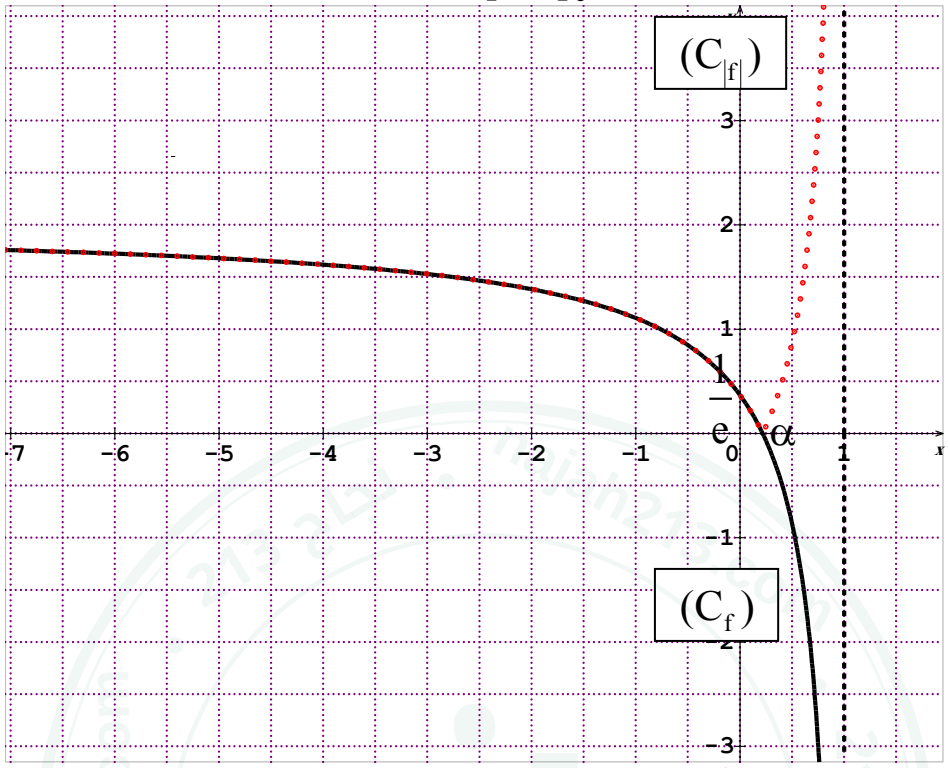
4) رسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) **و** (C') **المنحنى الممثل للدالة** $|f|$.

توضيح: كيفية رسم (C') المنحنى الممثل للدالة $|f|$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

لدينا: $|f(x)|=\begin{cases} f(x) & ;x\in]-\infty;\alpha] \\ -f(x) & ;x\in]\alpha;1[\end{cases}$

ومنه: $x\in]-\infty;\alpha]$ معناه $(C')=(C)$ و $x\in]\alpha;1[$ معناه (C') نظير (C) بالنسبة لمحور الفواصل



5) تعيين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m

المعادلة $|f(x)|=m$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة معناه المستقيم ذو المعادلة $y=m$ يقطع المنحنى (C') في نقطتين مختلفتين من البيان نجد أن : $m\in]e^{-1};2[$

II-1) دراسة تغيرات g وتشكيل جدول تغيراتها على $]-\infty;1[$

* $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}1} g(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}1} f(x)=-\infty$

*لدينا: $g(x)=f(2x-1)$ ومنه $g'(x)=2f'(2x-1)$ وعليه الدالة g لها نفس اتجاه تغير الدالة f أي g متناقصة تماما على $]-\infty;1[$ لأن $f'(2x-1)\prec 0$ وعليه جدول تغيرات الدالة g هو

x	$-\infty$		1
g'(x)		−	
g(x)	2	↘	$-\infty$

أ) التحققان: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ وأن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$

$g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=f\left(2\frac{\alpha+1}{2}-1\right)=f(\alpha)=0$ من الجواب 3 و $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'\left(2\frac{\alpha+1}{2}-1\right)=2f'(\alpha)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب)استنتاج معادلة (T) المماس لـ g عند الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$

لدينا: $(T): y=g'(\frac{\alpha+1}{2})(x-\frac{\alpha+1}{2})+g(\frac{\alpha+1}{2})$ ومنه: $(T): y=2f'(\alpha)(x-\frac{\alpha+1}{2})+0$

ج)التحقق أن: $y=\frac{2x}{(\alpha-1)^3}-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T)

لدينا: $f'(\alpha)=\frac{-1}{(\alpha-1)^2}-\frac{-1}{(\alpha-1)^2}e^{\frac{1}{\alpha-1}}$ لكن: $f(\alpha)=0$ معناه $-\frac{\alpha}{(\alpha-1)}=e^{\frac{1}{\alpha-1}}$

ومنه : $f'(\alpha)=\frac{-1}{(\alpha-1)^2}+\frac{\alpha}{(\alpha-1)^3}=\frac{1}{(\alpha-1)^3}$ وعليه تكون معادلة (T) كما يلي:

$$(T): y=2\frac{1}{(\alpha-1)^3}(x-\frac{\alpha+1}{2})=\frac{2x}{(\alpha-1)^3}-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$$

التمرين21:دورة 2012

I-1) حساب $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)$.

$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}(1-xe^x)=1$ لأن $\lim_{x\to-\infty}(xe^x)=0$

$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}(1-xe^x)=-\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty}(xe^x)=+\infty$

2) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g وتشكيل جدول تغيراتها

لدينا: $g'(x)=(1-xe^x)'=0-(1e^x+xe^x)=e^x(-x-1)$

$g'(x)=0$ معناه $(-x-1)=0$ لأن $e^x\succ 0$ معناه $(-x-1)=0$ أي $x=-1$ و $g(-1)=1+e^{-1}$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
إشارة $g'(x)$		$+$	0	$-$	

وعليه جدول التغيرات يكون كالآتي

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	↗	$g(-1)$	↘	$-\infty$

3-أ)تبيان ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α

لدينا الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ و $g(-1)\succ 0$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث يحقق $f(\alpha)=0$.

ب)التحقق أن $0,5\prec\alpha\prec 0,6$ واستنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

لدينا: $g(0,5)\succ 0$ و $g(0,6)\prec 0$ ومنه $0,5\prec\alpha\prec 0,6$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

لدينا: $g(]-\infty;\alpha[)=]1;0[$ معناه $g(x)\succ 0$ و $g(]\alpha;+\alpha[)=]-\infty;0[$ معناه $g(x)\prec 0$.

II-1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(xe^x-x)=\lim_{x\to-\infty} x(e^x-1)=+\infty$$

2) تبيان أنه من أجل كل $x\in]-\infty;2[$: $f'(x)=-g(x)$

لدينا من أجل كل $x\in]-\infty;2[$: $f'(x)=1e^x+(x-1)e^x-1=-(1-xe^x)=-g(x)$

استنتاج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;2[$ وتشكيل جدول تغيراتها

من العبارة $f'(x)=-g(x)$ نستنتج أن إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$

وعليه جدول تغيرات f هو كما يلي:

x	$-\infty$		α		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$f(2)$

3) تبيّان أن $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}$ واستنتاج حصرا لـ $f(\alpha)$

لدينا: $0,6\prec\alpha\prec 0,5$ ومنه: $0,25\prec\alpha^2\prec 0,36$ تكافئ $1,25\prec\alpha^2+1\prec 1,36$ وتكافئ $\dots(2)\dots(1)$

من (1) و(2) نجد: $\dfrac{1,25}{0,6}\prec\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\prec\dfrac{1,36}{0,5}$ أي $2,08\prec\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\prec 2,72$ ومنه $-2,72\prec f(\alpha)\prec -2,08$

4-أ) تبيان أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-y)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^x=0$

ومنه: المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

لدينا: $f(x)-y=(x-1)e^x$ إشارة الفرق $(x-1)e^x$ هي حسب إشارة $(x-1)$ لأن $e^x\succ 0$

وعليه وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) تكون حسب الجدول التالي.

x	$-\infty$		1		2
إشارة الفرق		$-$	0	$+$	
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	

5-أ) تبيان ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حليّن x_1 و x_2

الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$ و $f(-1,5)=-0,05$ و $f(-1,6)=0,07$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد x_1 حيث $-1,6\prec x_1\prec -1,5$ يحقق $f(x_1)=0$.

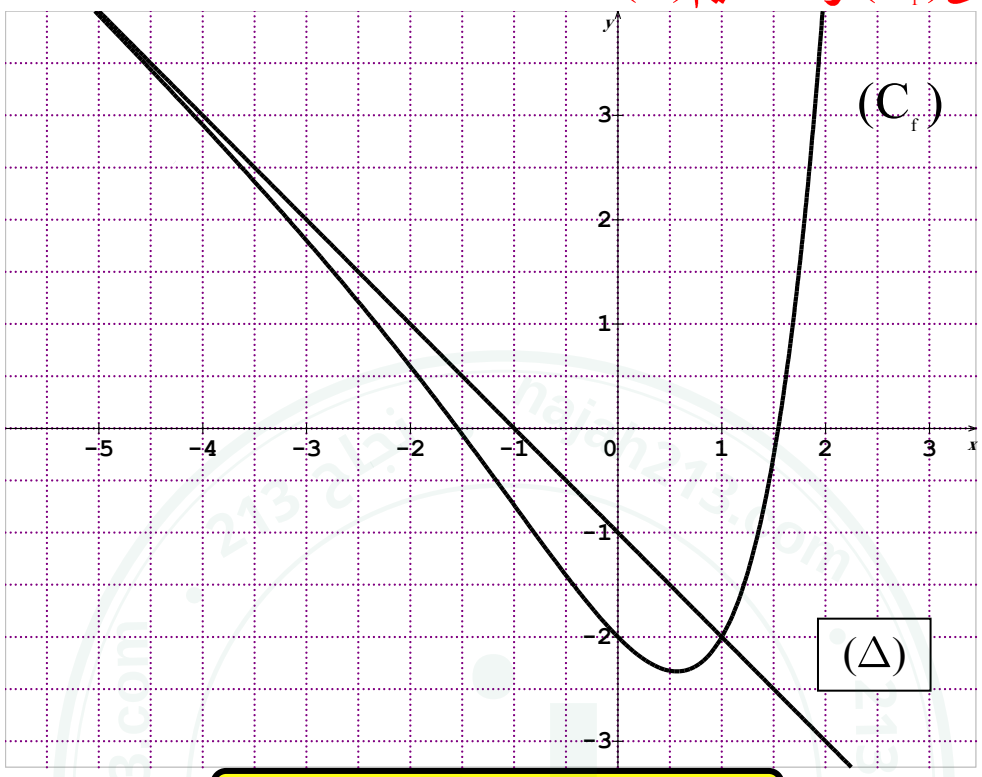
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-1;2[$ و $f(1,5)=-0,26$ و $f(1,6)=0,37$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد x_2 حيث

$f(x_2)=0$ يحقق $1,5 \prec x_2 \prec 1,6$

ب) إنشاء المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)



التمرين22:دورة 2011

1-أ)حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x-ex-1)=0+\infty-1=+\infty$ وح.ع. ت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x-ex-1)=+\infty-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{e^x}{x}-e-\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{e^x}{x}\right)=+\infty$$

ب)حساب $f'(x)$ ودراسة إشارتها

$f'(x)=e^x-e$ و $f'(x)=0$ معناه $x=1$

وإشارته $f'(x)$ هي حسب الجدول التالي

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	

ج)تشكيل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	
f(x)	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

2-أ)بيان أن المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-ex-1)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x)=0$ ومنه المستقيم $(\Delta):y=-ex-1$ مقارب مائل في جوار $-\infty$

ب) كتابة معادلة للمماس (T)

(T) له معادلة من الشكل $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

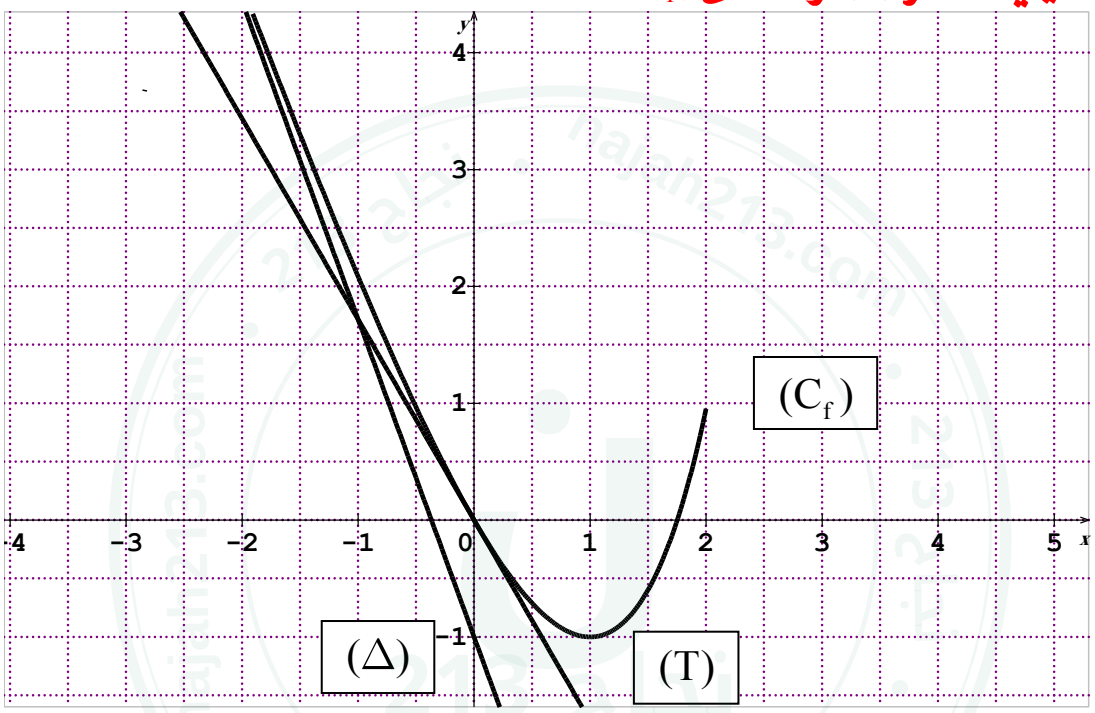
ومنه: $y=f'(0)(x-0)+f(0)=(1-e)(x)+0=(1-e)x$

ج) تبيان ان المعادلة f(x)=0 تقبل حلا وحيدا α

f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]1,75;1,76[$ و $f(1,76)=0,028$ ، $f(1,75)=-0,0023$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيد α محصور بين $1,75$ و $1,76$ يحقق: $f(\alpha)=0$

د) رسم المستقيمين (T) و (Δ) والمنحنى (C_f)



التمرين23:دورة 2010

1-أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-\frac{1}{e^x-1}\right)=\lim_{x\to+\infty}x+0=+\infty \text{ و } \lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x-\frac{1}{e^x-1}\right)=\lim_{x\to-\infty}(x+1)=-\infty$$

ب) حساب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}f(x)$ التفسير الهندسي

$$\lim_{x\xrightarrow{\succ}0}f(x)=\lim_{x\xrightarrow{\succ}0}\left(\frac{-1}{e^x-1}\right)=-\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\xrightarrow{\prec}0}f(x)=\lim_{x\xrightarrow{\prec}0}\left(\frac{-1}{e^x-1}\right)=+\infty$$

نستنتج أن المستقيم ذي المعادلة : $x=0$ (حامل محور التراتيب) مقارب للمنحنى (C_f)

2) دراسة اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}^*$

لدينا: $f'(x)=1-\left(\frac{-e^x}{(e^x-1)^2}\right)=1+\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$ ، $f'(x)\succ 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}^*$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^*$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	+	+	
f(x)	$-\infty$ ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	

-أ)تبيين أن (C_f)يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ)و (Δ')

$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{1}{e^x-1}\right)=0$ ومنه : (Δ): مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(x+1))=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-1-\frac{1}{e^x-1}\right)=0$ ومنه : (Δ'): مقارب مائل لـ (C_f)في جوار $-\infty$

ب)دراسة وضعية (C_f) بالنسبة لـكل من(Δ)و (Δ')

لدينا:من أجل كل $x\in\mathbb{R}_+^*$ $f(x)-x=\left(-\frac{1}{e^x-1}\right)\prec 0$ معناه (C_f) تحت (Δ)

لدينا:من أجل كل $x\in\mathbb{R}_-^*$: $f(x)-(x+1)=\left(\frac{-e^x}{e^x-1}\right)\succ 0$ معناه (C_f) فوق (Δ')

4)إثبات أن النقطة $\omega(0;\frac{1}{2})$هي مركز تناظر لـ(C_f)

$\omega(0;\frac{1}{2})$ مركز تناظر لـ(C_f)معناه $f(-x)+f(x)=1$

لدينا: $f(-x)+f(x)=-x-\frac{1}{e^{-x}-1}+x-\frac{1}{e^x-1}=-\frac{e^x}{1-e^x}-\frac{1}{e^x-1}=\frac{e^x-1}{e^x-1}=1$

5-أ) تبيين أن المعادلة $f(x)=0$تقبل حلين αوβ

الدالة f متزايدة تماما على المجال $\mathbb{R}_+^*$ و $f(\ln 2)\times f(1)\prec 0$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيد αمحصور بين $\ln 2$ و 1 يحقق: $f(\alpha)=0$

الدالة f متزايدة تماما على المجال $\mathbb{R}_+^*$ و $f(-1,4)\times f(-1,3)\prec 0$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيدβمحصور بين$-1,4$و$-1,3$ يحقق: $f(\beta)=0$

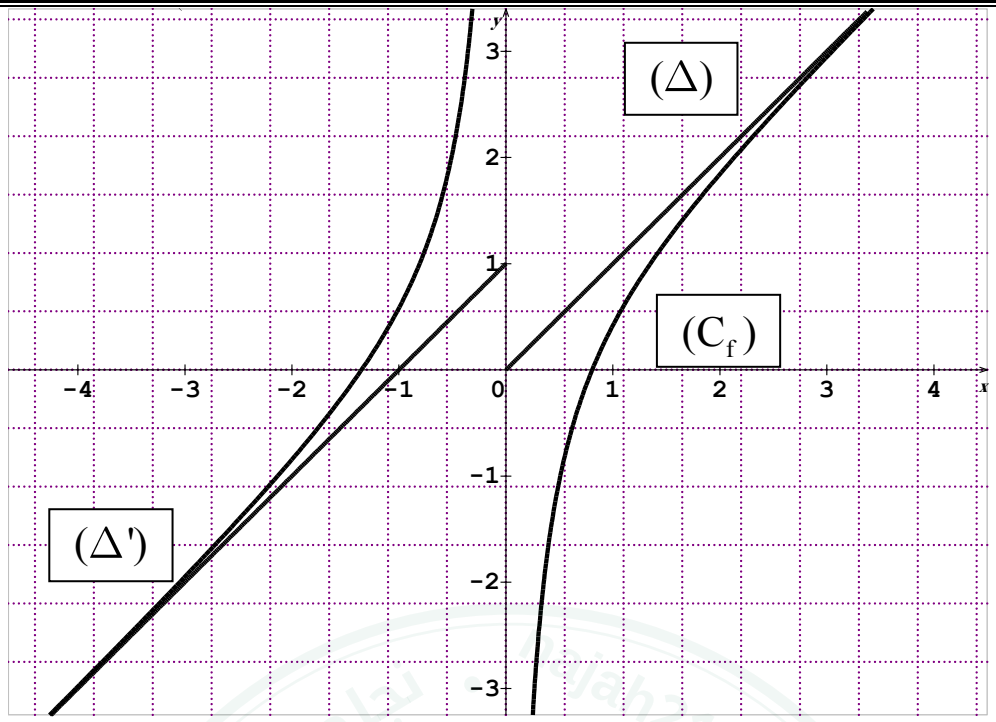
ب)البحث عن وجود مماسات لـ(C_f)توازي المستقيم(Δ)

المماس لـ(C_f) يوازي (Δ) معناه $f'(x_0)=1$

ومنه: $1+\frac{e^{x_0}}{(e^{x_0}-1)^2}=1$أي$e^{x_0}=0$هذه المعادلة لا تقبل حلول إذن لا يوجد مماس يوازي (Δ)

ج)رسم (Δ)و (Δ') ثم المنحنى (C_f)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



د)المناقشة البيانية لعدد وإشارة حلول المعادلة $(m-1)e^{-x}=m$

نضع: $(m-1)e^{-x}=m\ldots.(1)$.

(1)تكافئ $(m-1)=me^{x}$ تكافئ $m(e^{x}-1)=-1$ تكافئ $x+m=x-\dfrac{1}{e^{x}-1}=f(x)$

لدينا: $x+m=f(x)$ تكافئ $\begin{cases}y=x+m\\y=f(x)\end{cases}$.حلول المعادلة (1)هي فواصل نقط تقاطع (C_f)

المستقيم (Δ_m)ذو المعادلة: $y=x+m$ من البيان نجد:

1)إذا كانت $m\prec 0$فإن المعادلة(1)تقبل حل موجب تماما.

2)إذا كانت $0\le m\le 1$فإن المعادلة(1)لاتقبل حلول.

3)إذا كانت $m\succ 1$فإن المعادلة (1)تقبل حل سالب تماما.

التمرين24:دورة 2008

I- تعيين العددين الحقيقيين a و b

لدينا:$f(-1)=1$معناه $(-a+b)e+1=1$ ومنه $a=b$

لدينا:$f'(-1)=-e$ معناه $(2a-b)e=-e$ومنه $2a-b=-1$ نستنتج مما سبق أن $a=b=-1$

II-أ)تبيين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$والتفسير الهندسي

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{u\to-\infty}g(u)=\lim\limits_{u\to-\infty}(ue^{u})+1=1$ نستنتج أن المستقيم ذوالمعادلة $y=1$مقارب أفقي لـ (C_f).

ب)دراسة تغيرات الدالة g

النهايات: $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$ ، $g(-2)=e^{2}+1$

اتجاه التغير:

g قابلة للإشتقاق على D_f حيث: $f'(x)=g'(x)=xe^{-x}$ واشارته هي حسب اشارة x

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

جدول التغيرات المقابل

x	-2		0		$+\infty$
g'(x)		−	0	+	
g(x)	e^2+1	↘	0	↗	1

ج)تبيين ان المنحنى (C_g)يقبل نقطة انعطاف I

(C_g)يقبل نقطة انعطاف Iمعناه "g ينعدم ويغير اشارته

لدينا: $g'(x)=xe^{-x}$ ومنه: $g''(x)=(1-x)e^{-x}$

إشارة $g''(x)$هي حسب اشارة $(1-x)$وهي كمايلي

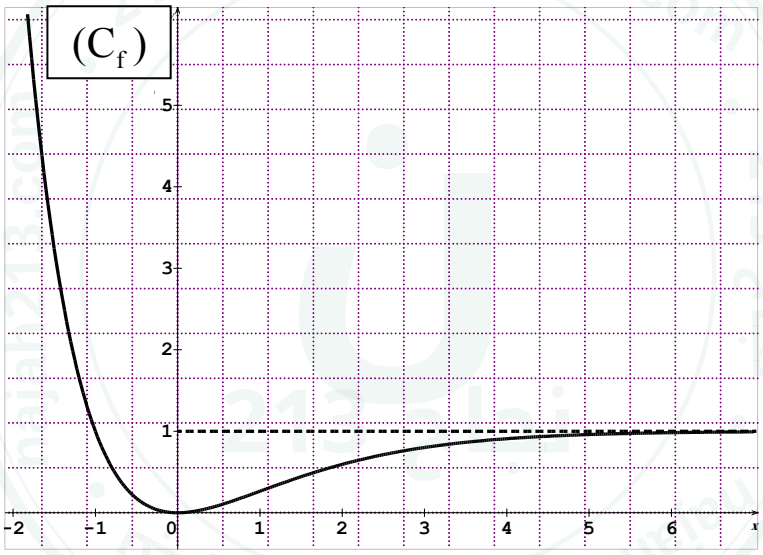
x	-2		1		$+\infty$
g"(x)		+	0	-	

$g(1)=-2e^{-1}+1$ ومنه نقطة الإنعطاف هي$I(1,g(1))$

د)كتابة معادلة المماس لـ(C_g)عند نقطة انعطاف I

$$y=g'(1)(x-1)+g(1)=e^{-1}x-3e^{-1}+1$$

هـ) إنشاء (C_g)



IIIتعيين اتجاه تغيير k وتشكيل جدول تغيراتها

kمعرفة على$]-2،+\infty[$حيث:$k(x)=g(x^2)$

ومنه$k'(x)=2xg'(x^2)$واشارة $k'(x)$هي حسب اشارة x لأن $g(x^2)>0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} k(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} g(x^2)=1$ و $k(-2)=g(4)=-5e^{-2}+1$

جدول تغيرات الدالة k

x	-2		0		$+\infty$
k'(x)		−	0	+	
k(x)	$-5e^{-2}+1$	↘	0	↗	1

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

شعبة : تقني رياضي

التمرين25: دورة 2019

I-أ)حساب $g(-1)$ و $g(-\frac{1}{2})$ بقراءة بيانية

من البيان نجد: $g(-1)=-\frac{1}{4}$ و $g(-\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$

ب)استنتاج وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$ بقراءة بيانية

من البيان الدالة g مستمرة ومتزايد تماما على المجال $\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$ و $g(-1)\times g(-\frac{1}{2})\prec 0$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيد $\alpha\in\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$ يحقق: $g(\alpha)=0$

التحقق أن : $-0;8<\alpha<-0;7$

$g(-0;8)=-0,01$ و $g(-0,7)=0,14$ أي $g(-0,8)\times g(-0,7)\prec 0$ ومنه $-0;8<\alpha<-0;7$

ج)استنتاج اشارة $g(x)$

من بيان الدالة g ومن الجواب 2-أ) نستنتج أن :

$g(]-\infty;\alpha[)=]-\infty;0[$ معناه $g(x)\prec 0$ و $g(]\alpha;+\infty[)=]0;+\infty[$ معناه $g(x)\succ 0$

II-1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

لدينا: الدالة f معرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+2)(e^x-1)$

ومنه: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}\ln(x+2)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x-1)=-1$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x+2)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x-1)=+\infty$

2) تبيان أن من أجل كل عدد حقيقي x $f'(x)=g(x)$ ثم تشكيل جدول تغيراتها

لدينا: $f'(x)=(x+2)'.(e^x-1)+(x+2).(e^x-1)'=1.(e^x-1)+(x+2).(e^x)=(x+3).(e^x)-1=g(x)$.

ومنه اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ وعليه f متناقصة على $]-\infty;\alpha[$ ومتزايدة على $]\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات f يكون كمايلي

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3-أ)حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ ثم استنتاج ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

*لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty}\big(f(x)+x\big)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x+2)(e^x-1)+x=\lim\limits_{x\to-\infty}(xe^x+2e^x-2)=-2$

لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=\lim\limits_{x\to-\infty}2e^x=0$ نهايتين شهيرتين

**$\lim\limits_{x\to-\infty}\big(f(x)+x\big)=-2$ تكافئ $\lim\limits_{x\to-\infty}\big(f(x)-(-x-2)\big)=0$ ومعناه ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) له معادلة من الشكل : $y=-x-2$ عند $-\infty$.

ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

لتحديد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)ندرس اشارة الفرق $f(x)-y$

لدينا: $f(x)-y=xe^x+2e^x=e^x(x+2)$ وعليه اشارة الفرق هي حسب اشارة $(x+2)$

وعليه من أجل كل $(x<-2)$ يكون (C_f) تحت والمستقيم (Δ)

و من أجل كل $(x>-2)$ يكون (C_f) فوق والمستقيم (Δ)

من أجل $(x=-2)$ يكون (C_f) يقطع والمستقيم (Δ) في النقطة التي احداثياها $(-2;0)$

ج) كتابة معادلة المماس للمنحنى (C_f)الموازي للمستقيم (Δ)

لتعيين معادلة المماس الموازي لـ (Δ) يجب البحث عن فاصلة نقطة التماس والتكن x_0

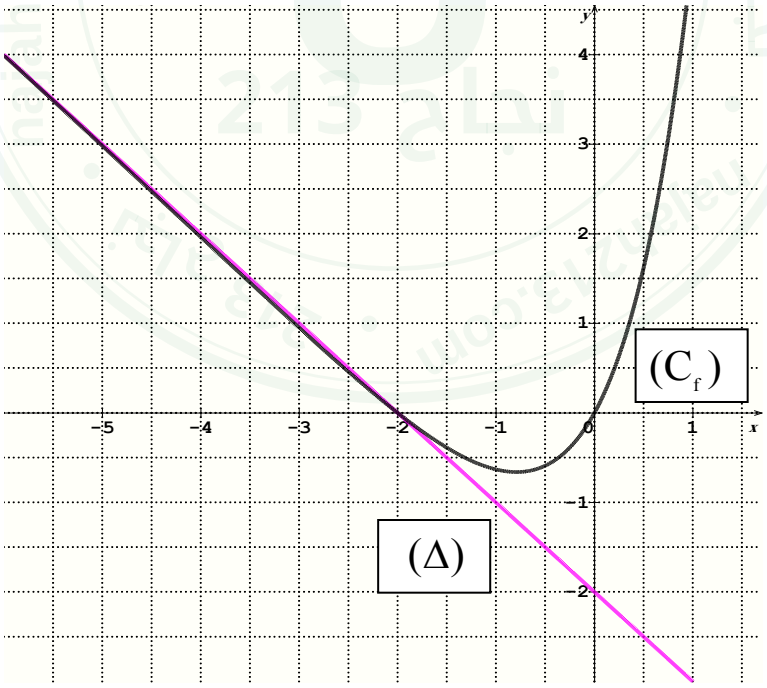
(C_f)يوازي (Δ) معناه $f'(x_0)=-1$ المماس والمستقيم (Δ) لهما نفس الميل

لدينا: $f(x_0)=-1$ تكافئ $g(x_0)=-1$ وتكافئ $(x_0+3)(e^{x_0})=0$ أي $x_0=-3$

المماس (T) له معادلة من الشكل : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

أي : $y=f'(-3)(x+3)+f(-3)$ أي: $y=-x-2+e^{-3}$

4) رسم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ علما أن: $f(\alpha)\simeq-0,7$



6-أ) اثبات ان الدالة h زوجية

لدينا:h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=|x|(e^{|x|}-1)$

نبرهن أنه من أجل كل $x\in I$ و $-x\in\mathbb{R}$: $h(-x)=h(x)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لدينا: $h(x)=|x|(e^{|x|-2}-1)$ لأن: $|-x|=|x|$ $h(x)=|-x|(e^{|-x|-2}-1)=h(x)$

ب) التأكد أنه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $h(x)=f(x-2)+1$

من أجل كل $x\in\mathbb{R}_+^*$: $h(x)=x(e^{x-2}-1).....(1)$

ولدينا $f(x-2)+1=(x-2+2)(e^{x-2}-1)=x(e^{x-2}-1).....(2)$

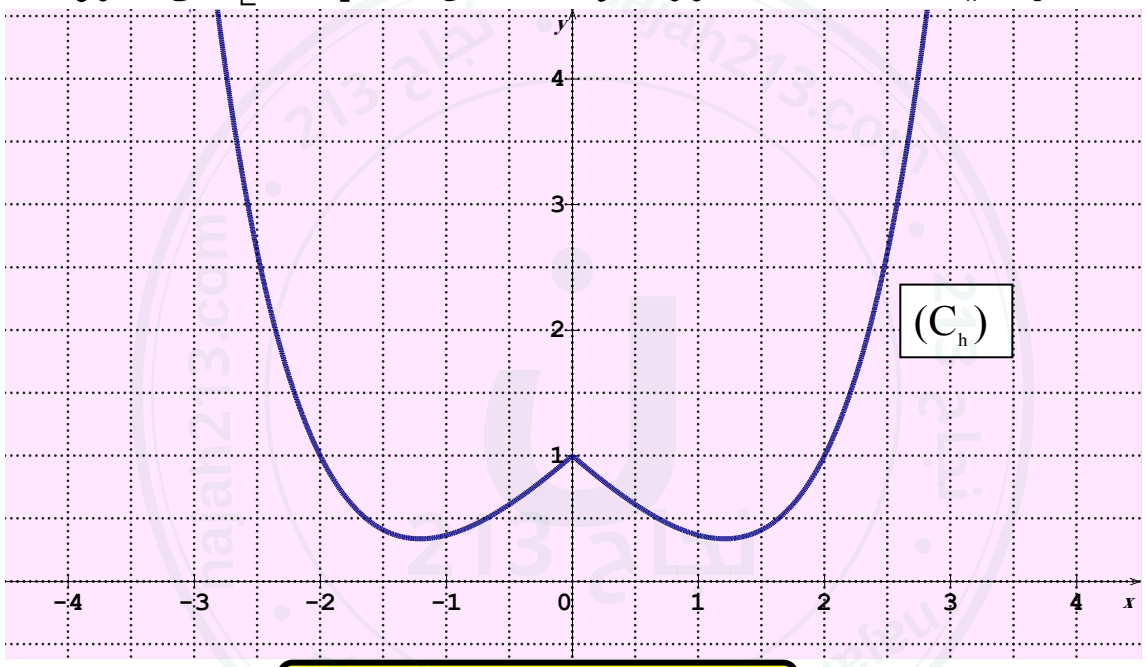
من (1) و(2) نستنتج ان $h(x)=f(x-2)+1$

ج) شرح كيفية رسم (C_h) إنطلاقا من المنحنى (C_f) ثم رسم (C_h) على المجال $[-3;3]$

العبارة $h(x)=f(x-2)+1$ تعني ان (C_h) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\binom{2}{1}$ على المجال $[0;+\infty[$.

وعليه: (C_h) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\binom{2}{1}$ على المجال $[0;3]$

(C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب على المجال $[-3;0]$ لأن h زوجية.



التمرين26:دورة 2018

1) حساب: $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ ثم تفسير النتيجة بيانيا ، ثم حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}e^{-x}$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x}{x-1}e^{-x}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x}{x-1}e^{-1}=-\infty$ * لأن $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x}{x-1}=-\infty$

معناه المنحنى (C_f) مستقيم مقارب يوازي محور التراتيب معادلته $x=1$ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x-1}e^{-x}=1\lim\limits_{x\to-\infty}e^{-x}=+\infty$ **

2-تبيان أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\dfrac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

لدينا: $f'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}.e^{-x}+(-1)\left(\frac{x}{x-1}\right).e^{-x}=\frac{-x^2+x-1}{(x-1)^2}.e^{-x}$

$f'(x)<0$ لأن $-x^2+x-1<0$ المميز $\Delta<0$ ومعامل x^2 سالب

وكذلك كلا من $e^{-x}>0$ و $(x-1)^2>0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

الدالة f متناقصة تماما على مجال تعريفها وعليه جدول تغيرات f يكون كمايلي

x	$-\infty$	0	1
f'(x)	-		
f(x)	$+\infty$	↘	$-\infty$

3- أ) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

لدينا: (T) له معادلة من الشكل : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ حيث $a=0$

ولدينا: $f'(0)=-1$ و $f(0)=0$ ومنه : $y=-1(x-0)+0$ أي $y=-x$

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة h ثم استنتاج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$.

لدينا: h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$ ومنه : $h'(x)=-e^{-x}+1$

$h'(x)=0$ معناه $-e^{-x}+1=0$ ومنه $x=0$

$h'(x)<0$ معناه $-e^{-x}+1<0$ ومنه $x<0$ و $h'(x)>0$ معناه $-e^{-x}+1>0$ ومنه $0<x<1$

نستنتج أن : $h(0)=0$ قيمة حدية صغرى للدالة h

وعليه نستنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $h(x)\geq 0$.

4) تبيان أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{xh(x)}{(x-1)}$.

لدينا: $f(x)+x=\frac{x}{x-1}e^{-x}+x=\frac{x(e^{-x}+x-1)}{x-1}=\frac{xh(x)}{(x-1)}$

استنتاج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) وتفسير النتيجة بيانيا.

العبارة $f(x)+x=\frac{xh(x)}{(x-1)}$ تكتب على الشكل $f(x)-(-x)=\frac{xh(x)}{(x-1)}$

إشارة الفرق $f(x)-(-x)$ تحدد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T)

وهو حسب اشارة العبارة $\frac{xh(x)}{(x-1)}$ والموضحة في فيما يلي

1- من أجل كل $x\in]-\infty;0[$ يكون $f(x)-(-x)>0$ ومعناه يكون (C_f) فوق (T)

2- من أجل كل $x\in]0;1[$ يكون $f(x)-(-x)<0$ ومعناه يكون (C_f) تحت (T)

3- من $x=0$ يكون $f(x)-(-x)=0$ ومعناه يكون (C_f) يقطع (T) في نقطة المبدأ O

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

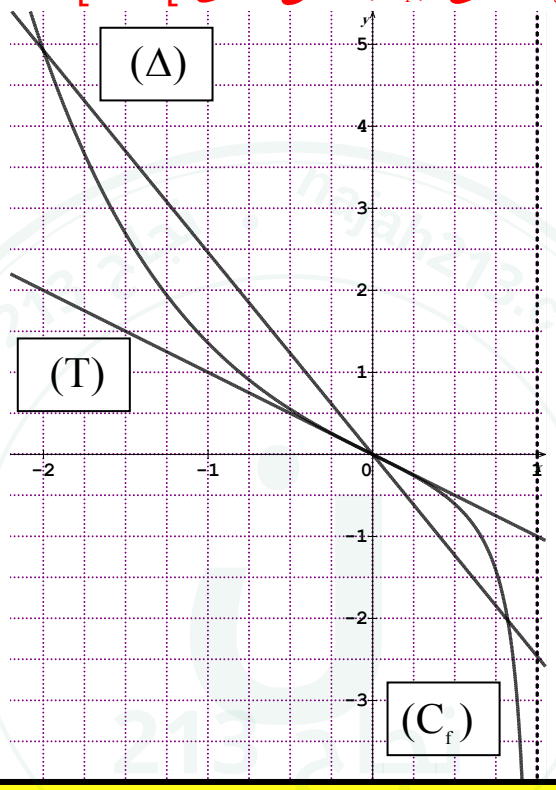
نستنتج مما سبق أن المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) في نقطة المبدأ O
ومنه نقطة المبدأ O هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f).

5) كتابة معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O والنقطة $A(-2;\frac{2}{3}e^2)$.

المستقيم (Δ) الذي يشمل مبد له معادلة من الشكل : $y=ax$ لأنه يشمل المبدأالمعلم O

$A\in(\Delta)$ معناه $\frac{2}{3}e^2=-2a$ ومعناه $a=-\frac{1}{3}e^2$ ومنه (Δ) له معادلة من الشكل $y=-\frac{1}{3}e^2x$

رسم المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-2;1[$.



التمرين27:دورة 2017 الاستثنائية

I-) دراسة اتجاه تغير الدالة g واستنتاج اشارة $g(x)$

*لدينا: الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=1-2xe^{-x}$

ومنه : من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x)=-(2e^{-x}-2xe^{-x})=2e^{-x}(x-1)$

لدينا: إشارة $g'(x)$ هي نفس إشارة $(x-1)$ حيث $g'(x)=0$ من أجل $x=1$

وعليه تكون الدالة g متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;1[$

*لدينا $g(1)=1-2e^{-1}\succ 0$ أي $g(1)$ قيمة حدّية صغرى لـ g نستنتج أن إشارة $g(x)\succ 0$

II-1-أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

لدينا: الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(1+2e^{-x})=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+2e^{-x})=1$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها .

من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=1.(1+2e^{-x})+(x+1)(-2e^{-x})=1+2e^{-x}-2xe^{-x}-2e^{-x}=g(x)$$

من العبارة $f'(x)=g(x)$ نستنتج ان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ أي $f'(x)\succ 0$

جدول تغيرات الدالة f يكون كمايلي:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

2-أ) تبيّان أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=1$ ثم استنتاج معادلة لـ: (Δ) لمقارب المائل للمنحنى (C_f).

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=1$ تكافئ $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=0$

ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)(1+2e^{-x}-1)=2\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x}=0$

توضيح: $\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x}=-\lim\limits_{u\to-\infty}ue^{u}=0$ نهاية شهيرة.

من العبارة $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=0$ نستنتج أن :

المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$

ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

لدراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) ندرس إشارة الفرق: $f(x)-y=(x+1)(2e^{-x})$

لدينا: $f(x)-y=0$ من أجل $x=-1$ ويكون (C_f) يقطع (Δ) في نقطة احداثييها $(-1;0)$

$f(x)-y\prec 0$ من أجل كل $x\in]-\infty;-1[$ ويكون (C_f) تحت (Δ) في هذا المجال

$f(x)-y\succ 0$: من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ ويكون (C_f) فوق (Δ) في هذا المجال

3) أثبات أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) و تعيين معادلة له.

المماس (T) يوازي (Δ) معناه (T) و (Δ) لهما نفس معامل التوجيه معناه $f'(x_0)=1$

$f'(x_0)=1$ تكافئ $g(x_0)=1$ وعليه $-2x_0e^{-x_0}=0$ أي $x_0=0$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

كتابة معادلة للمماس (T) : المماس (T) له معادلة من الشكل :

$y=1(x-0)+f(0)=x+3$ أي $y=x+3$

4) تعيين قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حليّن مختلفين.

لتعيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حليّن مختلفين

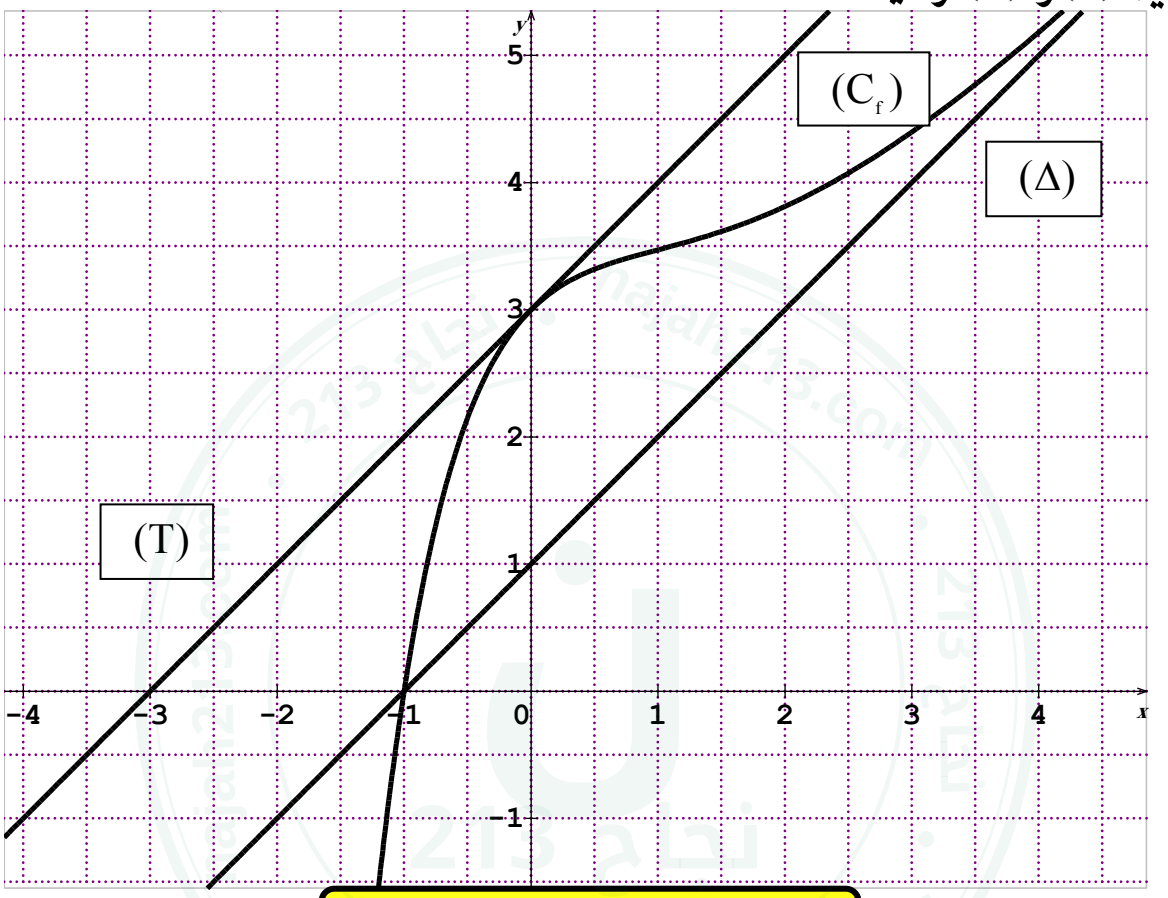
نستعمل المنحنى (C_f) والموجود في آخر الحل

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

حلول المعادلة $f(x)=x+m$ بيانيا هي الحل البياني للجملة $\begin{cases} y=x+m \\ y=f(x) \end{cases}$

وهي فواصل نقط تقاطع المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y=x+m$ والمنحنى (C_f)

من البيان يكون للجملة $\begin{cases} y=x+m \\ y=f(x) \end{cases}$ حلين مختلفين معناه (Δ_m) يقع في الشريط الذي حداه المستقيمين (T)و (Δ) وعيله $-1 \prec m \prec 3$.



التمرين28:دورة 2015

I- 1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x-2=-2$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0$ نهاية شهيرة و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} xe^x=+\infty$

2)دراسة اتجاه تغير g وتشكيل جدول تغيراتها.

لدينا: $g'(x)=1.e^x+(x+2)e^x=(x+3)e^x$ وإشارته هي حسب إشارة $x+3$

وعليه ج تغيرات الدالة g كمايلي:

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
g'(x)		−	0	+	
g(x)	−2	↘	g(−3)	↗	$+\infty$

3) حساب $g(0)$ **استنتاج إشارة** $g(x)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

لدينا: $g(0)=(0+2)e^0-2=0$ ومن جدول التغيرات للدلة g لدينا:

$g(x)\prec 0$ من أجل كل $]-\infty;0[$ و $g(x)\succ 0$ من أجل كل $]0;+\infty[$

II -1) تبيان أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ ثم حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

* $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[2x+3-(x+1)e^x\right]$ حالة عدم التعيين

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\left[\dfrac{2x+3}{x+1}-e^x\right]=-\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{2x+3}{x+1}\right]=2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(-e^x)=-\infty$

* $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[2x+3-(x+1)e^x\right]=-\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)e^x=0$ نهاية شهيرة و $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x+3)=-\infty$.

2)أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-g(x)$.

لدينا: $f(x)=2x+3-(x+1)e^x$ ومنه: $f'(x)=2-\left[1.e^x+(x+1).e^x\right]=2-(x+2)e^x=-g(x)$

ب)استنتاج إشارة $f'(x)$ وتشكيل جدول تغيراتها.

من العبارة $f'(x)=-g(x)$ نستنتج أن إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;0[$ ومتناقصة تماما على $]0;+\infty[$

وعليه جدول تغيرات الدالة f يكون كمايلي:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(0)$	↘	$-\infty$

ج) تبيان أن المستقيم (Δ)ذا المعادلة $y=2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

$(\Delta):y=2x+3$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$ معناه $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x+3)\right]=0$

لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x+3)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)e^x=0$ نهاية شهيرة

*** دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ):**

لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ): ندرس إشارة الفرق: $f(x)-(2x+3)$

من الجواب السابق لدينا: $f(x)-(x+1)=-(x+1)e^x$

إشارة الفرق هي من إشارة $-(x+1)$ لأن $e^x\succ 0$

* $-(x+1)=0$ ومنه $x=-1$ معناه (C_f) يقطع (Δ) في النقطة التي فاصلتها -1

* $-(x+1)\prec 0$ ومنه $x\succ -1$ معناه (C_f) تحت (Δ) في المجال $]-1;+\infty[$

* $-(x+2)\succ 0$ ومنه $x\prec -1$ معناه (C_f) فوق (Δ) في المجال $]-\infty;-1[$.

3-أ)تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حليّن α و β

* الدالة f مستمرة و متزايدة على المجال $]-\infty;0[$

$f(-1,56)=-0,0023$ و $f(-1,55)=0,016$ أي $f(-1,55)\times f(-1,56)\prec 0$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد β حيث:

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$-1,56 \prec \beta \prec -1,55$ يحقق $f(\beta)=0$ أي β حلا وحيد للمعادلة $f(x)=0$.

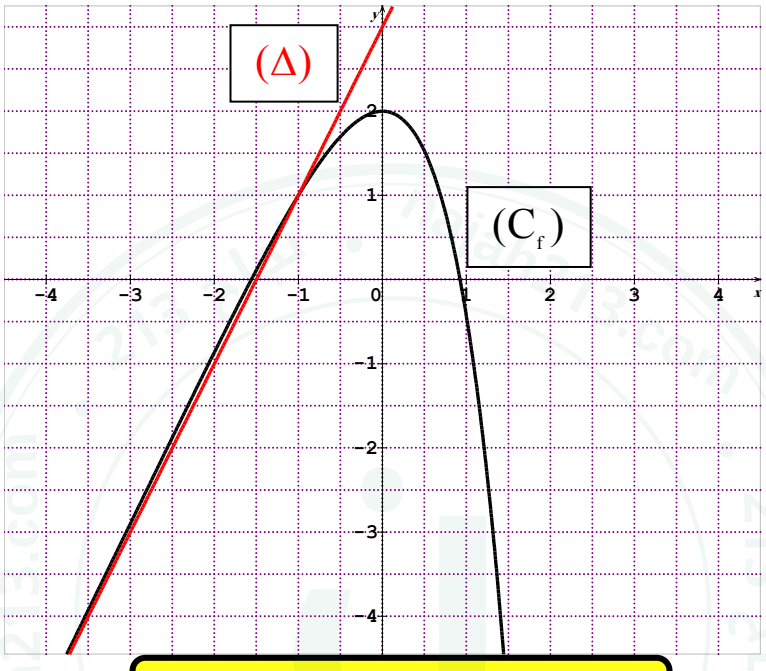
* الدالة f مستمرة و متناقصة على المجال $]0;+\infty[$

$f(0,92)=0,022$ و $f(0,93)=-0,031$ أي $f(0,92)\times f(0,93)\prec 0$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث:

$0,92 \prec \alpha \prec 0,93$ يحقق $f(\alpha)=0$ أي α حلا وحيد للمعادلة $f(x)=0$.

ب)رسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;\frac{3}{2}[$



التمرين29:دورة 2014

1-تعيين نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

لدينا:f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x-1)e^x$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)e^x=\lim\limits_{x\to+\infty}(x)e^x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^x=\lim\limits_{x\to-\infty}(x)e^x=0$ نـ شهيرة

2- دراسة اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم تشكيل جدول تغيراتها.

لدينا: $f'(x)=\left[(x-1)e^x\right]'=1.e^x+(x-1).e^x=xe^x$ وشارته هي حسب اشارة x

جدول التغيرات

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	
f(x)	0	↘	-1	↗	$+\infty$

3-أ) تبيّان أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$.ثم التحقق أن: $1,27 \prec \alpha \prec 1,28$

f مستمرة و متزايدة على المجال $]0;+\infty[$

و $f(0)=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ أي $1\in\,]-1;+\infty[$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α يحقق $f(\alpha)=1$.

ولدينا: $f(1,27)=0,96$ و $f(1,28)=1,007$ أي $f(1,27)\prec f(\alpha)\prec f(1,28)$ ومنه $1,27 \prec \alpha \prec 1,28$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب) كتابة معادلة لـ(T)مماس (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(T) له معادلة من الشكل $y=f'(1)(x-1)+f(1)=(e)(x-1)+0=e(x-1)$ ومنه: $y=e(x-1)$

تحديد وضعية (C_f)بالنسبة لـ(T)

لدراسة وضعية(T)بالنسبة لـ(C_f)ندرس اشارة الفرق

$$f(x)-y=(x-1)e^x-(x-1)e=(x-1)(x-e)$$

العبارتان $(x-1)$ و $(x-e)$ ينعدمان عند 1 ولهما نفس الإشارة وهي:

من أجل $x<1$ العبارتان $(x-1)<0$ و $(x-e)<0$ وعليه $(x-1)(x-e)>0$

من أجل $x>1$ العبارتان $(x-1)>0$ و $(x-e)>0$ وعليه $(x-1)(x-e)>0$

من أجل $x=1$ العبارتان $(x-1)=0$ و $(x-e)=0$ وعليه $(x-1)(x-e)=0$

نستنتج مما سبق أن: المماس (T) يكون دوما فوق (C_f) ويمسه في النقطة التي احداثياها $(1;0)$

ج) رسم (T) و (C_f) في آخر الحل

4)تعيّين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة: $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$

نضع: $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1.....(1)$

لدينا: (1) تكافئ $(x-1)e^x=(m-1)e^m-1.....(1)$ وتكافئ $f(x)=f(m)-1$

من البيان المعادلة $f(x)=f(m)-1$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ معناه $f(m)-1\geq 0$.

$f(m)-1\geq 0$ ومنه $f(m)\geq 1$ أي $m\geq\alpha$ لأن f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

5- أ)تبيّان أن الدالة h زوجية.

H زوجية معناه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $-x\in\mathbb{R}$: $h(-x)=h(x)$.

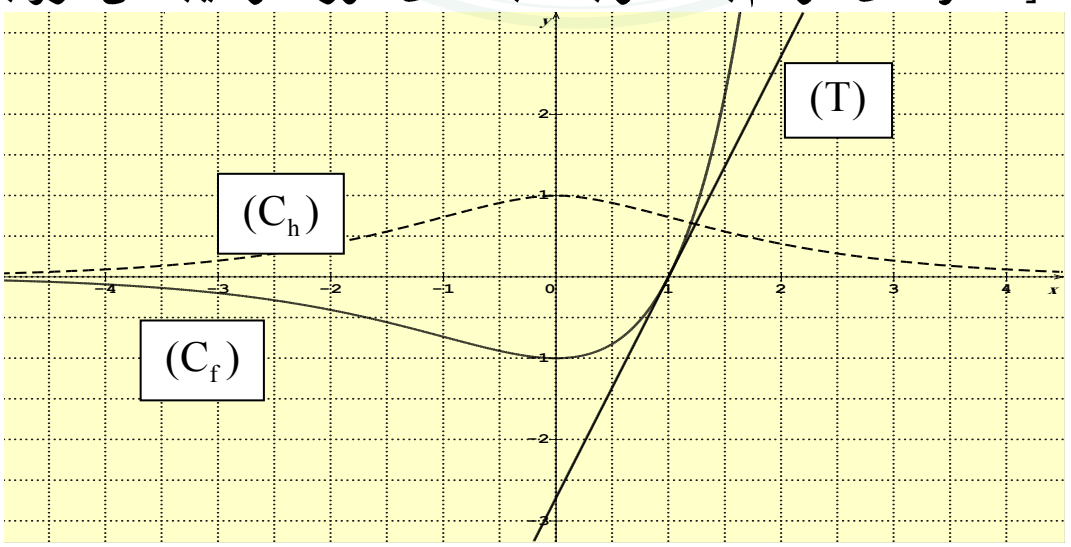
لدينا: $h(-x)=(|-x|+1)e^{-|-x|}=(|x|+1)e^{-|x|}=h(x)$ لأن $|-x|=|x|$.

ب) رسم (C_h)مستعينا بالمنحنى (C_f).

$h(x)=\begin{cases}-f(x);x\in]-\infty;0[\\ f(x);x\in[0;+\infty[\end{cases}$ الجملة تعني أن (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لحامل محور الفواصل

من أجل $x\in]-\infty;0[$ ونكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لحامل محور التراتيب لأن h زوجية

رسم (C_h).



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

6)تعيّين a وb حتى يكون : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$.

لدينا: $g(x)=(ax+b)e^x$

ومنه: $g'(x)=(a)+(ax+b)e^x=(ax+a+b)e^x$

$g'(x)=f(x)$ معناه $(ax+a+b)e^x=(x-1)e^x$ بالمطابقة نجد: $\begin{cases}a=1\\a+b=-1\end{cases}$ أي $\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$.

التمرين30:دورة 2012

I-1) دراسة تغيرات الدالة g، وتشكيل جدول تغيراتها.

لدينا: g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^x$

النهايات :

$\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}-4-2xe^x=-4$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0$ نهاية شهيرة و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}-2xe^x=-\infty$.

دراسة اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم تشكيل جدول تغيراتها.

$f'(x)=\left[(4-2x)e^x\right]'=-2.e^x+(4-2x).e^x=(2-2x).e^x$ وشارته هي حسب اشارة $(2-2x)$

جدول التغيرات

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	
$g(x)$	-4	↗	$f(1)$	↘	$-\infty$

2)بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59\prec\alpha\prec1,60$.

*المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم لأن $g(0)=0$.

* لدينا:الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]-\infty;1]$ (أنظر جدول تغيرات الدالة g)

ولدينا: $g(1,59)=0,02$ و $g(1,60)=-0,03$ أي $g(1,60)\times g(1,59)\prec0$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha\in]1,59;1,60[$ يحقق $g(\alpha)=0$.

3) استنتاج إشارة $g(x)$.

باستعمال الجواب السابق نستنتج أن إشارة $g(x)$ تكون حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g(x)$		−	0	+	0	−	

II-1)تبيّان أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلاتهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$

نبيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)+1=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2-e^x}{e^x-2x}=0$.

* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-2}{e^x-2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{2}{x}}{\frac{e^x}{x}-2}=0$.

2- أ)البرهان أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

لدينا: $f'(x)=\dfrac{2(e^x-2x)-(e^x-2)(2x-2)}{(e^x-2x)^2}=\dfrac{4e^x-2xe^x-4}{(e^x-2x)^2}=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب)استنتاج إشارة $f'(x)$، ثم تشكيل جدول تغيرات الدالة f .

من العبارة $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$ نستنتج أن إشارة $f'(x)$ هي حسب إشارة $g(x)$ (أنظر I-3)

وعليه يكون جدول تغيرات الدالة f كمايلي:

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+		+	0	−	
$f(x)$	-1	↘	$f(0)$	↗	0	↗	$f(\alpha)$	↘	0

ج) حساب $f(1)$ ، ثم استنتاج إشارة $f(x)$.

لدينا: $f(1)=0$ وإشارة $f(x)$ تكون حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		−	0	+	

3-أ)تبيّان أن : $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$.

لدينا $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha-2}{e^\alpha-2\alpha}$ ولدينا من جهة أخرى $g(\alpha)=0$ والتي تكافئ $e^\alpha=\dfrac{4}{4-2\alpha-2}=\dfrac{2}{2-\alpha}$

ومنه: $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha-2}{\frac{2}{2-\alpha}-2\alpha}=\dfrac{(\alpha-1)(2-\alpha)}{(\alpha-1)^2}=\dfrac{(2-\alpha)}{(\alpha-1)}=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$

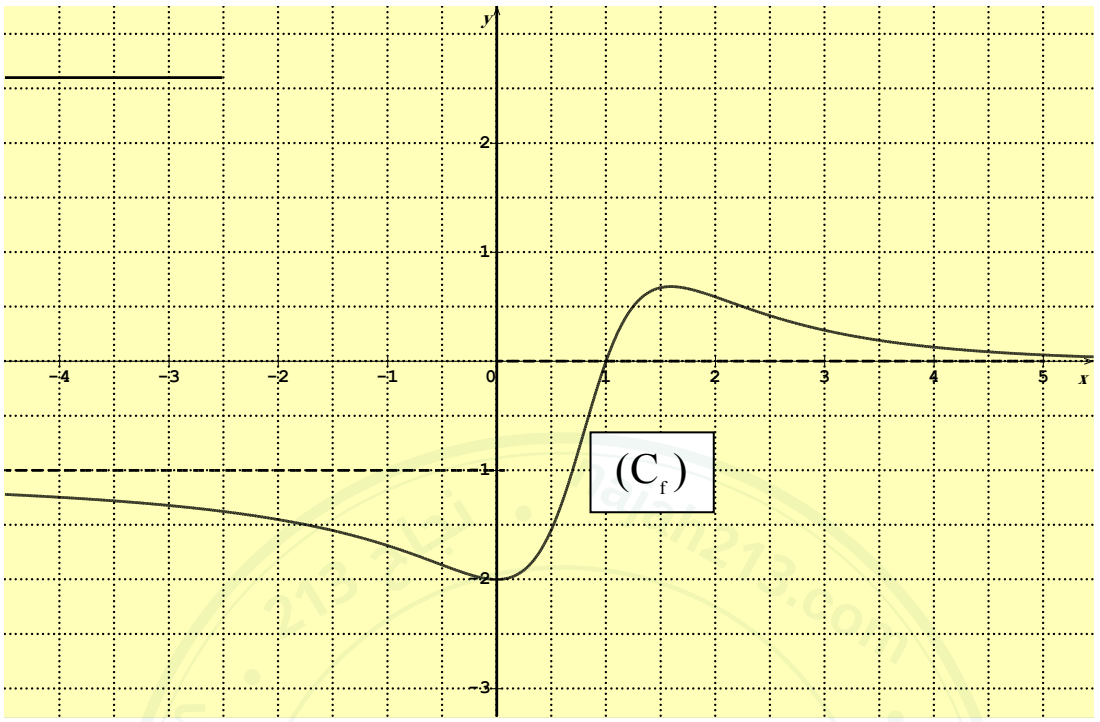
ب) استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

لدينا: $1,59\prec\alpha\prec1,60$ تكافئ $0,59\prec\alpha-1\prec0,60$ تكافئ $\dfrac{1}{0,6}\le\dfrac{1}{\alpha-1}\le\dfrac{1}{0,59}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

وتكافئ $0,69 \le \dfrac{1}{\alpha-1}+1 \le 0,66$ اذن $0,66 \le f(\alpha) \le 0,69$.

ج) رسم (C_f).



4-المناقشة البيانية لعدد وإشارة حلول المعادلة $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$

نضع: $2x-2=(e^x-2x)(m+1)...(e)$ تكافئ $(m+1)=\dfrac{2x-2}{(e^x-2x)}$ أي $f(x)=(m+1)$ أي $\begin{cases} y=m+1 \\ y=f(x) \end{cases}$

حلول المعادلة (e) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) والمستقيم ذو المعادلة: $y=m+1$.

من البيان نميز الحالات التالية:

1) $m+1 \prec -2$ أي $m \prec -3$ المعادلة (e) **لا تقبل حلول**.

2) $m+1=-2$ أي $m=-3$ المعادلة (e) **تقبل حلا مضاعف معدوم**.

3) $-2 \prec m+1 \prec -1$ أي $-3 \prec m \prec -2$ المعادلة (e) **لا تقبل حلّين مختلفين في الإشارة**.

4) $-2 \prec m+1 \le 0$ أي $-3 \prec m \le -1$ المعادلة (e) **تقبل حل وحيد موجب**.

5) $0 \prec m+1 \prec f(\alpha)$ أي $-1 \prec m \prec -1+f(\alpha)$ المعادلة (e) **لا تقبل حلّين موجبين تماما**.

6) $m+1=f(\alpha)$ أي $m=-1+f(\alpha)$ المعادلة (e) **تقبل حلا مضاعف موجب تماما**.

7) $m+1 \succ f(\alpha)$ أي $m=-1+f(\alpha)$ المعادلة (e) **لا تقبل حلول**.

5- أ) حساب $h'(x)$ **بدلالة** $f'(x)$ و $f(x)$ **ثم استنتاج إشارة** $h'(x)$

لدينا: h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $h(x)=[f(x)]^2$

ومنه $h'(x)=2f(x).f'(x)$ استعمال مشتق دالة مركبة.

من العبارة $h'(x)=2f(x).f'(x)$ نستنتج أن إشارة $h'(x)$ هي نفس إشارة الجداء $f(x).f'(x)$

وهي ملخصة في الجدول التالي:

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
f(x)	−		−	0				+	
f'(x)		−	0	+			0	−	
h'(x)		+	0	−	0	+	0	−	

ب) تشكيل جدول تغيرات الدالة h.

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
h'(x)		+	0	−	0	+	0	−	
h(x)		↗	$[f(0)]^2$	↘	0	↗	$[f(\alpha)]^2$	↘	0
	1								

$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)]^2 = (0)^2 = 0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} [f(x)]^2 = (-1)^2 = 1$

التمرين31:دورة 2011

1-دراسة تغيرات الدالة f .

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = 3 - \dfrac{4}{e^x + 1}$

النهايات

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 3 - \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4}{e^x+1} = -1$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3 - \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4}{e^x+1} = 3$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

اتجاه التغير

$f'(x) = 0 - \dfrac{-4e^x}{(e^x+1)^2} = \dfrac{4e^x}{(e^x+1)^2}$ ونلاحظ أن $f'(x) \succ 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

وجدول تغيراتها هو كمايلي

x	$-\infty$		$+\infty$
f'(x)		+	
f(x)	−1	↗	3

2- تعيّين المستقيمات المقاربة لـ (C_f).

*(C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=-1$ عند $-\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$

*(C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=3$ عند $+\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$

3-تبيّان أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها.

(C_f) نقطة انعطاف ω معناه $f''(x)$ ينعدم ويغير اشارته

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لدينا: $f'(x)=\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}$ ومنه : $f''(x)=\frac{4e^x(e^x+1)^2-2(e^x+1).4e^x}{(e^x+1)^4}=\frac{4e^x(e^x+1)\left[(e^x+1)-2\right]}{(e^x+1)^4}=\frac{4e^x(e^x-1)}{(e^x+1)^3}$

إشارة $f''(x)$ هي حسب اشارة e^x-1 وهي كمايلي

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f''(x)		−	0	+	

$f(0)=1$ ومنه نقطة الإنعطاف هي $\omega(0;1)$

كتابة معادلة المماس لـ (C_f) عند نقطة انعطاف ω

معادلة من الشكل $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

ومنه: $y=f'(0)(x-0)+f(0)=(1)(x-0)+1=x+1$ أي $y=x+1$

4-أ- دراسة تغيرات الدالة g.

لدينا: g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=f(x)-x$

النهايات

$\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-x=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ و لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}-x=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)-x=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=3$ و لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}-x=-\infty$

اتجاه التغير

$g'(x)=f'(x)-1=\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}-1=\frac{4e^x-(e^x+1)^2}{(e^x+1)^2}=\frac{-(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$ ونلاحظ أن $g'(x)\le 0$

ومنه الدالة g متناقصة على $\mathbb{R}$. وجدول تغيراتها هو كمايلي

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'(x)		−	0	−	
g(x)	$+\infty$	↘	1	↘	$-\infty$

ب-تبيّان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا و حيدا α حيث $2,7\prec\alpha\prec2,8$.

* لدينا: الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ (أنظر جدول تغيرات الدالة g)

ولدينا: $g(2,7)=0,04$ و $g(2,8)=-0,02$ أي $g(2,7)\times g(2,8)\prec 0$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $2,7\prec\alpha\prec2,8$ يحقق $g(\alpha)=0$.

4- حساب $f(-x)+f(x)$ ثم تفسير النتيجة هندسيا.

لدينا: $f(-x)+f(x)=3-\frac{4}{e^{-x}+1}+3-\frac{4}{e^x+1}=6-(\frac{4e^x}{e^x+1}+\frac{4}{e^x+1})=6-4=2$

ومن أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=2$

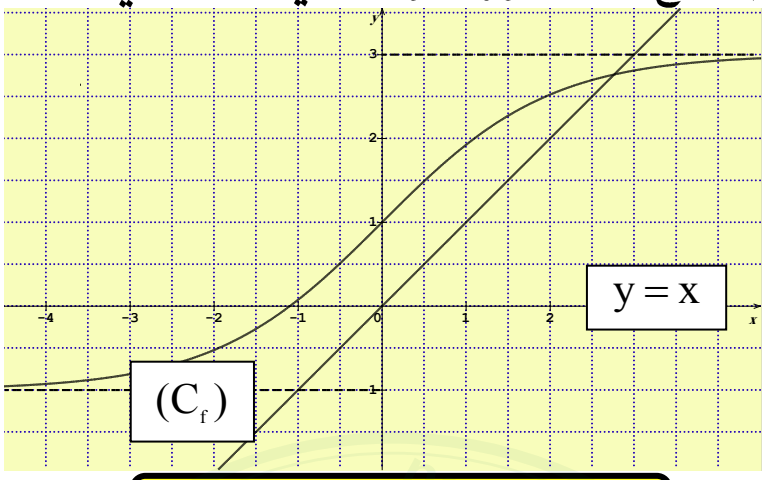
العبارة $f(-x)+f(x)=2$ تعني أن النقطة $\omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5- حل المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$f(x)=0$ معناه $3-\dfrac{4}{e^x+1}=0$ ومعناه $\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}=0$ أي $3e^x-1=0$ ومنه $e^x=\dfrac{1}{3}$ إذن $x=-\ln 3$

التفسير الهندسي: (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي احداثياها $(-\ln 3;0)$



التمرين32:دورة 2010

1-تعيّن العددين الحقيقيين a وb

لدينا: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

لدينا: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$ تكافئ $f(x)=\dfrac{3x(e^x-1)-4}{3(e^x-1)}=\dfrac{3x(e^x-1)}{3(e^x-1)}-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}$....(1)

ولدينا: من اجل كل $x\in\mathbb{R}^*$ $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$....(2) .

بالمطابقة بين الشكلين (1) و (2) نجد: $a=1$ و $b=-4$.

2-حساب نهايات الدالة f عند اطراف مجالات تعريفها.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=+\dfrac{4}{3}$ *

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=0$ *

$\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=+\infty$ *

$\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0}f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0}-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=-\infty$ *

3-تبيّان أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم تشكيل جدول تغيراتها.

لدينا: $f(x)=x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}$ ومنه : $f'(x)=1+\dfrac{12(e^x)}{9(e^x-1)^2}=1+\dfrac{4(e^x)}{3(e^x-1)^2}$

من العبارة $f'(x)=1+\dfrac{4(e^x)}{3(e^x-1)^2}$ نستنتج أن $f'(x)\succ 0$ وعليه تكون الدالة متزايدة تماما على

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

مجالي تعريفها وجدول تغيراتها يكون كما يلي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	+	+	
f(x)	$-\infty$ ↗ $+\infty$	$+\infty$ ↗ $-\infty$	

5-أ)تبيّان أن (D) و (D') مقاربان لـ (C_f) ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

*المستقيم $(D): y = x$ مقارب لـ (C_f) لأن:

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to+\infty} -\frac{4}{3(e^x-1)} = 0$$

المستقيم $(D'): y = x + \frac{4}{3}$ مقارب لـ (C_f) لأن: $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to-\infty} -\frac{4}{3}\left[\frac{1}{(e^x-1)}+1\right] = 0$

*لدينا: $[f(x)-y] = -\frac{4}{3(e^x-1)} \prec 0$ معناه (C_f) تحت المستقيم $(D): y = x$ من أجل كل $x \succ 0$

$[f(x)-y] = -\frac{4}{3}\left[\frac{e^x}{(e^x-1)}\right] \succ 0$ معناه (C_f) فوق المستقيم $(D'): y = x + \frac{4}{3}$ من أجل كل $x \prec 0$.

ب)تبيّان أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث: $0{,}9 \prec x_0 \prec 0{,}91$ و $-1{,}66 \prec x_1 \prec -1{,}65$.

الدالة f متزايدة تماما على المجال $\mathbb{R}_+^*$ و $f(0{,}9)\times f(0{,}91) \prec 0$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيد x_0 محصور بين $0{,}9$ و $0{,}91$ يحقق: $f(x_0) = 0$

الدالة f متزايدة تماما على المجال $\mathbb{R}_-^*$ و $f(-1{,}66)\times f(-1{,}65) \prec 0$

ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيد x_1 محصور بين $-1{,}66$ و $-1{,}65$ يحقق: $f(x_1) = 0$

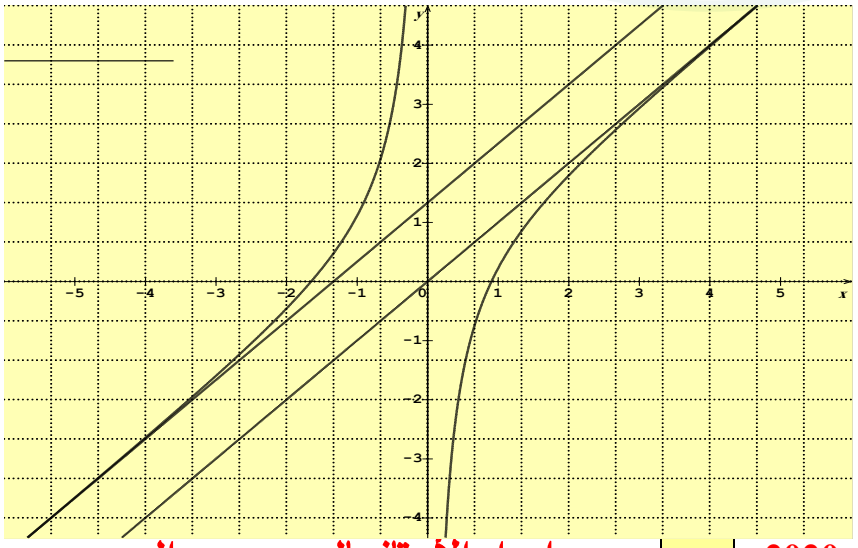
ج) حساب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ثم تفسّير النتيجة هندسيا.

$$f(-x)+f(x) = -x - \frac{4}{3(e^{-x}-1)} + x - \frac{4}{3(e^x-1)} = -\frac{4}{3}\left[\frac{-e^x}{(e^x-1)} + \frac{1}{(e^x-1)}\right] = \frac{4}{3}$$

ومنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x) = \frac{4}{3}$

العلاقة $f(-x)+f(x) = \frac{4}{3}$ تعني ان النقطة التي احداثياها $(0;\frac{2}{3})$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

د) رسم (D) و (D') و (C_f).



5-المناقشة البيانية حسب قيم m لعدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

لدينا: $f(x) = x + m$ تكافئ الجملة التالية $\begin{cases} y = x + m \\ y = f(x) \end{cases}$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) والمستقيم (D_m) ذو

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

المعادلة: $y = x + m$ والذي له نفس منحى المستقيمين (D) و (D') من البيان نميز الحالات التالية:

1) إذا كانت $m \prec 0$ فإن المعادلة تقبل حل موجب تماما.

2) إذا كانت $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$ فإن المعادلة لاتقبل حلول.

3) إذا كانت $m \succ \frac{4}{3}$ فإن المعادلة تقبل حل سالب تماما.

6- دراسة تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

لدينا: g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = [f(x)]^2$

النهايات

$\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} g(x) = \lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} [f(x)]^2 = +\infty$ لأن $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} [f(x)]^2 = +\infty$ لأن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

اتجاه التغير

من العبارة $g'(x) = 2f(x).f'(x)$ استعمال مشتق دالة مركبة.

نستنتج أن إشارة $g'(x)$ هي نفس إشارة $f(x)$ لأن $f'(x) \succ 0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة h.

x	0		x_0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$g(x_0)$	↗	$+\infty$

التمرين33:دورة 2009

1- حساب $f(-x) + f(x)$ و الإستنتاج.

لدينا: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + \frac{2}{1+e^x}$.

ومنه: $f(-x) + f(x) = -x + \frac{2}{1+e^{-x}} + x + \frac{2}{1+e^x} = \frac{2e^x}{1+e^x} + \frac{2}{1+e^x} = \frac{2(e^x+1)}{1+e^x} = 2$

من العبارة $f(-x) + f(x) = 2$ نستنتج أن (C_f) يقبل النقطة التي إحداثياتها $(0;1)$ كمركز تناظر

2-دراسة تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتاج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

النهايات

$\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} f(x) = f(0) = 1$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x + \frac{2}{e^x+1} = +\infty$ لأن $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2}{e^x+1} = 0$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

اتجاه التغير

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لدينا: $f(x)=x-\frac{4}{3(e^x-1)}$ ومنه : $f'(x)=1-\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}$

من العبارة $f'(x)=\frac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}$ نستنتج أن $f'(x)\succ 0$ وعليه تكون الدالة متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

وجدول تغيراتها يكون كما يلي:

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	1	$+\infty$

(C_f) يقبل النقطة التي إحداثياتها $(0;1)$ كمركز تناظر وعليه جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$ يكون كمايلي

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

ملاحظة: $f'(x)\succ 0$ وعليه تكون الدالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x+\frac{2}{e^x+1}=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{e^x+1}=2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$.

3-تبيّان أن المستقيم $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

المستقيم $(D):y=x$ مقارب لـ (C_f) لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{(e^x+1)}=0$

4-حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ثم تفسير النتيجة هندسيا.

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{e^x+1}-2=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2e^x}{e^x+1}=0$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $y=x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $-\infty$.

5-تبيّان أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث: $-1,7\prec\alpha\prec-1,6$

* لدينا: الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (أنظر جدول تغيرات الدالة f)

ولدينا: $f(-1,7)=-8,93\times10^{-3}$ و $f(-1,6)=6,40\times10^{-2}$ أي $f(-1,7)\times f(-1,6)\prec 0$ ومنه

وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $-1,7\prec\alpha\prec-1,6$ يحقق $f(\alpha)=0$.

6-تبيّان أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها

(C_f) يقبل نقطة انعطاف ω معناه $f''(x)$ ينعدم ويغير اشارته

لدينا: $f'(x)=\frac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}$ ومنه: $f''(x)=\frac{2e^{2x}(e^x+1)^2-2(e^x+1)e^x(e^{2x}+1)}{(e^x+1)^4}=\frac{2e^x\left[e^x(e^x+1)-(e^{2x}+1)\right]}{(e^x+1)^3}=\frac{2e^x(e^x-1)}{(e^x+1)^3}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

إشارة $f''(x)$ هي حسب اشارة e^x-1 وهي كمايلي

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f''(x)		−	0	+	

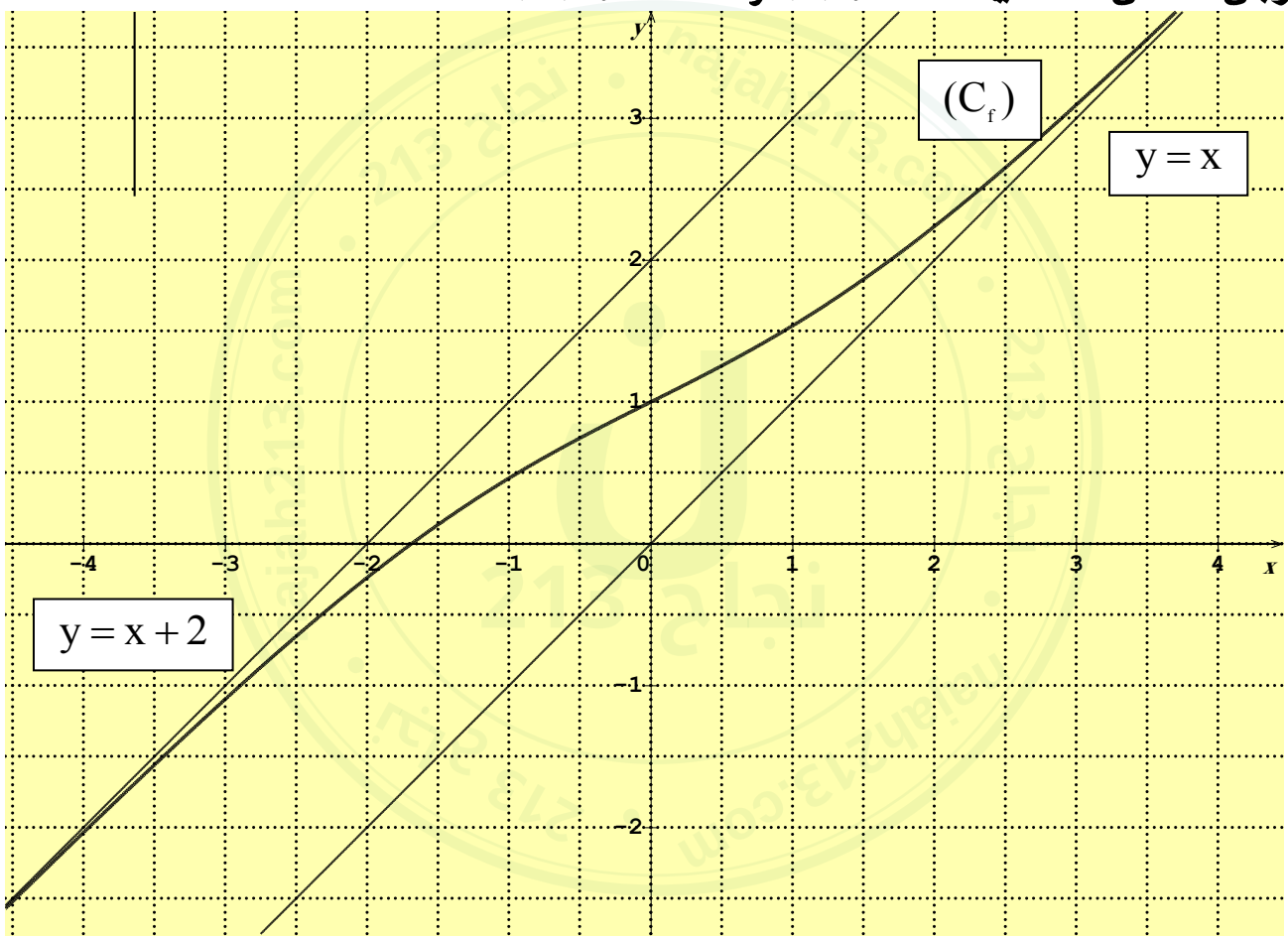
$f(0)=1$ ومنه نقطة الإنعطاف هي $\omega(0;1)$

7-تبيّان أن المنحنى (C_f) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربان ثم رسم المنحنى (C_f)

لدينا: $[f(x)-y]=\dfrac{2}{(e^x+1)}\succ 0$ حيث $y=x$ ومنه $f(x)\succ x$ من أجل كل $x\in[0;+\infty[$

ولدينا: $[f(x)-y]=\dfrac{2e^x}{e^x+1}\prec 0$ حيث $y=x+2$ ومنه $f(x)\prec x+2$ من أجل كل $x\in]-\infty;0[$

نستنتج مماسبق أن : $x\prec f(x)\prec x+2$ أي أن نقط المنحنى (C_f) تقع في شريط حداه المستقيمان المقاربان اللذان معادلتيهما: $(D);y=x$ و $(D'):y=x+2$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجـــزء الثالث: شعبة :الرياضيات

التمرين34:دورة 2019

I-1) تبيّان أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما

f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي .

ليكن و(C_k)تمثيلها البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

جميع المنحنيات (C_k)تمر من نقطتين ثابتتين معناه احداثيات هاتين النقطتين مستقلة عن k

$f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ تكافئ $y=(x+1)^2e^{-kx}$ ومعناه $(x+1)=0$ أو $x=0$ و $y=0$

أي من أجل ثنائية $(x;y)=(-1;0)$ أو $(x;y)=(0;0)$

تكون المعادلة $y=(x+1)^2e^{-kx}$ محققة من اجل كل عدد حقيقي k

وعليه جميع المنحنيات (C_k)تمر من نقطتين ثابتتين احداثياهما $(-1;0)$ ، $(0;0)$

2) حساب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$ (حسب قيم الوسيط الحقيقي k)

نميز ثلاث حالات هي : $k>0$ ، $k=0$ و $k<0$

الحالة1: $k>0$: $\lim\limits_{x\to-\infty}f_k(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)^2e^{-kx}=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)^2=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{-kx}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f_k(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)^2e^{-kx}=0$ لأن $\lim\limits_{t\to-\infty}(-t+1)^2e^{kt}=0$ حيث $-x=t$

الحالة2: $k=0$: $\lim\limits_{x\to-\infty}f_k(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)^2e^{-kx}=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)^2=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-kx}=e^0=1$

الحالة3: $k<0$: $\lim\limits_{x\to+\infty}f_k(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)^2e^{-kx}=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)^2=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-kx}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f_k(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)^2e^{-kx}=0$ لأن $\lim\limits_{t\to+\infty}(-t+1)^2e^{kt}=0$ حيث $-x=t$

3-أ) حساب $f'_k(x)$ ، ثم تحديد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k .

من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'_k(x)=2(x+1)e^{-kx}-ke^{-kx}(x+1)^2=k(x+1)(-x-1+\frac{2}{k})e^{-kx}$

$f'_k(x)=0$ من أجل $x_2=-1+\frac{2}{k}$ أو $x_1=-1$ لان $e^{-kx}>0$

وعليه اشارة $f'_k(x)$ هي حسب اشارة $-k(x+1)(x+1-\frac{2}{k})$ لان $e^{-kx}>0$

نميز ثلاث حالات هي : $k>0$ ، $k=0$ و $k<0$

1) $k<0$: $f'_k(x)>0$ من أجل $x\in]x_2;x_1[$ و $f'_k(x)>0$ من أجل $x\in]-\infty;x_2[\cup]x_1;+\infty[$

2) $k=0$: $f'_k(x)<0$ من أجل $x\in]-\infty;x_1[$ و $f'_k(x)>0$ من أجل $x\in]x_1;+\infty[$

3) $k>0$: $f'_k(x)<0$ من أجل $x\in]x_1;x_2[$ و $f'_k(x)>0$ من أجل $x\in]-\infty;x_1[\cup]x_2;+\infty[$

ب) تشكيل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

من أجل k عدد حقيقي موجب تماما لدينا:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x)=0$

$f'_k(x)<0$ من أجل $x\in]x_1;x_2[$ و $f'_k(x)>0$ من أجل $x\in]-\infty;x_1[\cup]x_2;+\infty[$

وعليه جدول تغيرات الدالة f_k يكون كما يلي:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(x_1)$	↗	$f(x_2)$	↘	0

4-المناقشة وحسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية (C_k) و (C_{k+1}).

لدراسة الأوضاع النسبية (C_k) و (C_{k+1}) ندرس اشارة الفرق: $f_{k+1}(x)-f_k(x)$

لدينا: $f_{k+1}(x)-f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx-x}-(x+1)^2e^{-kx}=f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}(e^{-x}-1)$

ومنه اشارة الفرق هي حسب اشارة $(e^{-x}-1)$ لأن $(x+1)^2e^{-kx}\geq 0$

1) من أجل $x>0$ يكون $(e^{-x}-1)<0$ ومعناه $f_{k+1}(x)-f_k(x)\leq 0$ ويكون (C_k) تحت (C_{k+1})

2) من أجل $x<0$ يكون $(e^{-x}-1)>0$ ومعناه $f_{k+1}(x)-f_k(x)\geq 0$ ويكون (C_k) فوق (C_{k+1})

3) من أجل $x=0$ يكون $(e^{-x}-1)=0$ ومعناه $f_{k+1}(x)-f_k(x)=0$ ويكون (C_k) يقطع (C_{k+1})

II- 1) تشكيل جدول تغيرات الدالة f (من أجل $k=2$)

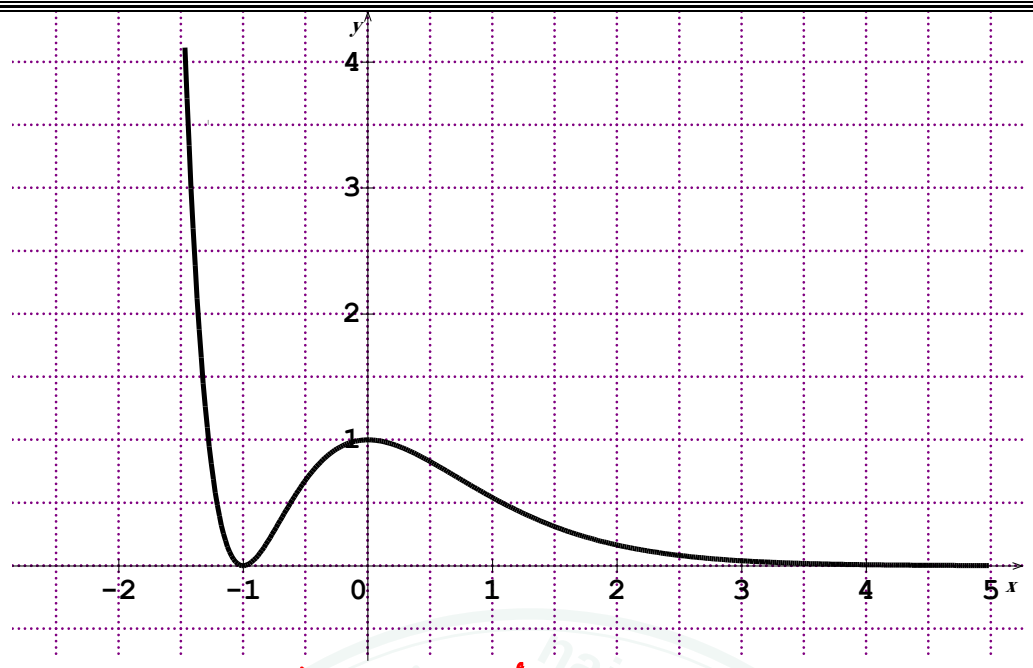
f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$ و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

باستعمال جدول التغيرات الوارد في الجواب 3-ب) نضع $k=2$ نجد الجول التالي:

x	$-\frac{3}{2}$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-\frac{3}{2})$	↘	$f(-1)$	↗	$f(0)$	↘	0

رسم المنحنى (C_f)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



2-أ) بيّن ان المعادلة $f(x)=1$ تقبل حليّن في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث : $-1,28<\alpha<-1,27$

الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على $\left]-1;-\frac{3}{2}\right[$ و $f(-1,28)=1,01>1$ و $f(-1,27)=0,91<1$

وعليه حسب مبرهنة القيم المتوسطة توجد قيمة وحيدة α تحقق: $f(\alpha)=1$ حيث $-1,28<\alpha<-1,27$

ب) تعيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة : $\left|\frac{x+1}{e^x}\right|=\left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

المعادلة : $\left|\frac{x+1}{e^x}\right|=\left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ تكافئ المعادلة : $f(x)=f(m)$ لأن:

$f(x)=f(m)$ تكافئ $(x+1)^2e^{-2x}=(m+1)^2e^{-2m}$

وتكافئ $|x+1|e^{-x}=|m+1|e^{-m}$ وتكافئ $\left|\frac{x+1}{e^x}\right|=\left|\frac{m+1}{e^m}\right|$

للمعادلة $f(x)=f(m)$ لها حلا وحيدا معناه المستقيم ذو المعادلة: $y=f(m)$ يقطع المنحنى (C_f)

في نقطة وحيدة فاصلتها m حيث $m\in\left[-\frac{3}{2};\alpha\right[$

التمرين35:دورة 2018

I-1) تبيّان أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$

g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$

لدينا: $g'(x)=(2x+1)e^{-\frac{1}{x}}+\frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}=\left(\frac{2x^3+x^2+1}{x^2}\right)e^{-\frac{1}{x}}=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$

لأن $(x+1)(2x^2+1)$ بنشر العبارة $2x^3+x^2+1=(x+1)(2x^2+1)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2 -أ) استنتاج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

من عبارة $g'(x)$ نستنتج ان اشارتها موجبة تماما لأن

لأن كلا من: $e^{-\frac{1}{x}} > 0$ و $(2x^2+1) > 0$ و $x^2 > 0$ و $(x+1)$

وعليه الدالة g متزايدة تماما على مجال تعريفها.

2) تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,9 < \alpha < 1$.

الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ و $g(1) = 3e^{-1} - 1 > 0$ و $g(1,9) = -$

وعليه توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha) = 0$ حيث $1,9 < \alpha < 1$.

ب) استنتاج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

من الجواب السابق نستنتج أن إشارة $g(x)$ هي:

من أجل كل $x \in]0;\alpha[$ فإن: $g(x) < 0$ ومن أجل كل $x \in]\alpha;+\infty[$ فإن: $g(x) > 0$

II-1)-أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$.

f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{-\frac{1}{x}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ لان: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-\frac{1}{x}} = 1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1) = +\infty$

$\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ لان $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{1}{x} = +\infty$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} e^{-\frac{1}{x}} = 0$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}(1+x) = 1$

ب) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x)^2}$.

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 1.e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2}(x+1)e^{-\frac{1}{x}} = -\frac{1}{x^2} + \frac{x^2+x+1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}} = \frac{g(x)}{x^2}.$$

استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها .

من العبارة $f'(x) = \frac{g(x)}{(x)^2}$ نستنتج أن إشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ لان المقام موجب تماما

وعليه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0;\alpha[$ ومتزايدة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$

وجدول تغيرات الدالة f كما يلي:

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	−	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2-تبيّان أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)$)

$\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)$) حالة عدم التعيين

بوضع $t=-\frac{1}{x}$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)=-\lim\limits_{t\to0}(\frac{e^t-1}{t})=-1$ لأن $\lim\limits_{t\to0}(\frac{e^t-1}{t})=1$ نهاية شهيرة

استنتاج ان المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y=x$ مقاربي للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$.

المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y=x$ مقاربي للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$معناه $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}+\lim_{x\to+\infty}e^{-\frac{1}{x}}+\lim_{x\to+\infty}\left[x(e^{-\frac{1}{x}}-x)\right]=0$$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-\frac{1}{x}}=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)=-1$ من التبيان السابق.

3-أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ ودراسة اتجاه تغير الدالة h

h الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$.

$*\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}\right]=0$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-\frac{1}{x}}=1$

** من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن:

$$h'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}=\frac{1}{x^2}(-1+e^{-\frac{1}{x}})$$

إشارة $h'(x)$ لأن $-1+e^{-\frac{1}{x}}<0$ و لان $\frac{1}{x^2}>0$

توضيح: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن:

$-\frac{1}{x}<0$ ومنه $e^{-\frac{1}{x}}<1$ لأن الدالة الأسية متزايدة تماما وتعني $-1+e^{-\frac{1}{x}}<0$

ومنه الدالة h متناقصة تماما على مجال تعريفها.

استنتاج إشارة $h(x)$على المجال $]0;+\infty[$.

من الجوابين السابقين :

$\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=0$ و h متناقصة تماما على مجال تعريفها نستنتج أن $h(x)>0$

ب) التحقق أن: $f(x)-x=(1+x)h(x)$.

لدينا: $f(x)-x=\frac{1}{x}+e^{-\frac{1}{x}}+xe^{-\frac{1}{x}}-x=(x+1)(\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}})=(x+1)h(x)$

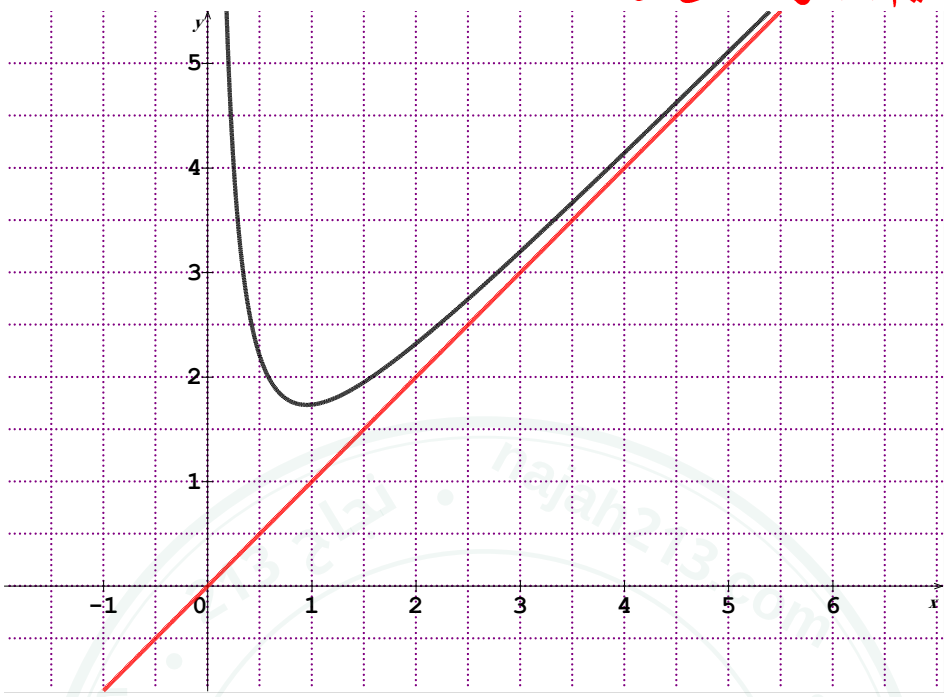
استنتاج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

لدراسة الوضعية النسبية لـ (C_f)بالنسبة للمستقيم (Δ)ينبغي دراسة اشارة الفرق $f(x)-x$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ولدينا: $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ومنه اشارة الفرق موجبة تماما $(x+1)h(x)>0$ لأن $x>0$
وعليه نقول ان المنحنى (C_f) وفوق المستقيم (Δ).

ب-رسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)



التمرين36:دورة 2017

1-أ)حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ استنتاج وجود مستقيم مقارب لـ (C_f) وتعيين معادلة له

الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^3)e^{-x+1}=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^3)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x+1}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^3)e^{-x+1}=-\infty\times 0$ حالة عدم التعيين وفي ما يلي نقوم بإزالتها كما يلي

نضع: $t=-x$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^3)e^{-x+1}=\lim\limits_{t\to-\infty}(t^3)e^{t+1}=0$ علما أن $\lim\limits_{t\to-\infty}(t^3)e^{t+1}=0$ نهاية شهيرة

نستنتج أنه يوجد مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) معادلته $y=0$ في جوار $+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

ب) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$.

لدينا: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$

ومنه $f'(x)=(-x^3+2x^2)'e^{-x+1}+(-x^3+2x^2)(e^{-x+1})'=(-3x^2+4x)e^{-x+1}-e^{-x+1}(-x^3+2x^2)$

$f'(x)=\left[(-3x^2+4x)-(-x^3+2x^2)\right]e^{-x+1}=(x^3-5x^2+4x)e^{-x+1}=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$

استنتاج اتجاه تغير الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها

اشارة $f'(x)$ هي حسب إشارة $x(x^2-5x+4)$ لأن $e^{-x+1}\succ 0$

$x(x^2-5x+4)=0$ معناه $x=0$ أو $x=1$ أو $x=4$

إشارة $x(x^2-5x+4)$ هي حسب الجدول التالي:

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

x	$-\infty$		0		1		4	$+\infty$
x^2-5x+4		+		+	0	−	0	+
x		−	0	+		+		+
f '(x)		−	‖	+		−		+

وعليه جدول تغيرات f يكون كمايلي

x	$-\infty$		0		1		4	$+\infty$
f '(x)		−	0	+	0	−	0	+
f(x)	$+\infty$	↘	f(0)	↗	f(1)	↘	f(4)	↗ 0

2) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

(T) له معادلة من الشكل : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ حيث $a=2$

ومنه : $y=f'(2)(x-2)+f(2)$ أي $y=-4e^{-1}(x-2)+0$ وعليه: $y=-4e^{-1}(x-2)$

3) دراسة اتجاه تغير الدالة h ثم استنتاج اشارة h(x)

لدينا: h الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$.

ومنه $h'(x)=2xe^{-x+2}-x^2e^{-x+2}=(-x^2+2x)e^{-x+2}$

اشارة $h'(x)$ هي حسب إشارة $(-x^2+2x)$ لأن $e^{-x+1}\succ 0$

$(-x^2+2x)=0$ معناه $x=0$ أو $x=2$ وإشارة $(-x^2+2x)$ هي حسب الجدول التالي:

x	0		2	$+\infty$
h'(x)	0	+	0	−

لدينا: $h(2)=0$ أي أن الدالة h تقبل 0 كقيمة حدّية عظمى وعليه يكون $h(x)\le 0$

تحديد وضعية المنحنى (C_f) النسبة إلى (T) على المجال $]0;+\infty[$.

لتحديد وضعية (C_f) النسبة إلى (T) ندرس اشارة الفرق : $f(x)-y$ حيث $y=-4e^{-1}(x-2)$

لدينا: $f(x)-y=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}-4e^{-1}(2-x)=(2-x)(x^2e^{-x+2}-4)=(2-x)h(x)$

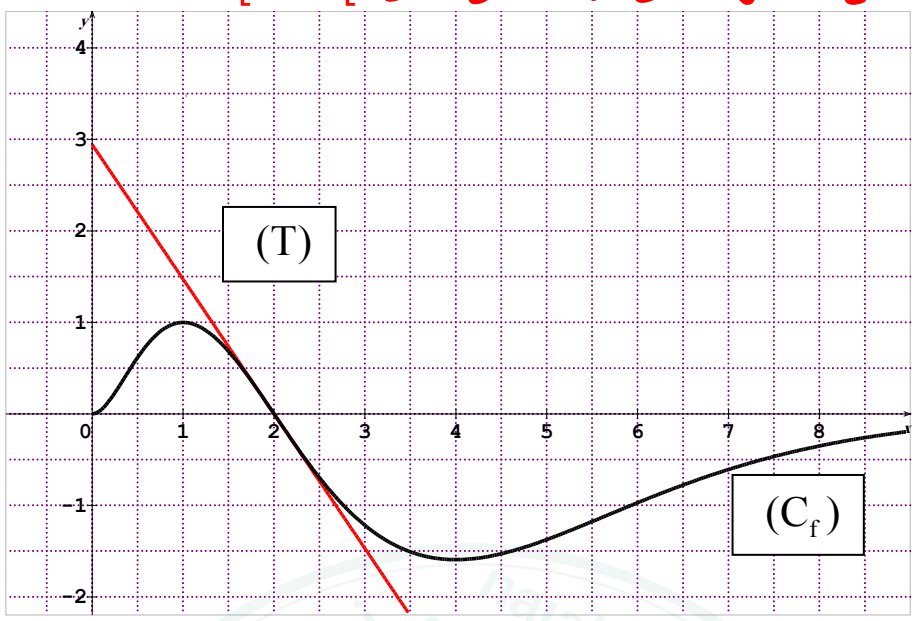
الجدول التالي يوضح ضعية (C_f) النسبة إلى (T) على المجال $]0;+\infty[$.

x	0		2	$+\infty$
h(x)		−	0	−
2 − x		+	0	−
(2 − x)h(x)		−	0	+
الوضعية	(C_f) تحت (T)		(C_f) يقطع (T)	(C_f) فوق (T)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3)رسم كلا من المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]0;+\infty[$.



5) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة (E).

لدينا: $f(x)=m(x-2)$....(E) ومنه (E) تكافئ الجملة التالية $\begin{cases} y=m(x-2).....(1) \\ y=f(x).....(2) \end{cases}$

المعادلة (1) تعني ان جميع المستقيمات (Δ_m) ذات المعادلة $y=m(x-2)$ تشمل نقطة وحيدة احداثييها $(2;0)$ لانه من أجل كل عدد حقيقي m المعادلة (1) محققة من أجل $(x;y)=(2;0)$

وعليه حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) والمستقيم (Δ_m) (مستقيم دوار يشمل النقطة التي احداثييها $(2;0)$) ومن البيان نميز الحالات التالية:

1) $m\leq -4e^{-1}$ المعادلة تقبل حلا وحيد أو $m\succ 0$ المعادلة تقبل حلا وحيد .

2) $-4e^{-1}\prec m\prec 0$ المعادلة تقبل ثلاثة حلول. 3) $m=0$ المعادلة تقبل حلين

6) تشكيل جدول تغيرات الدالة g.

لدينا : g الدالة العددية والمعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

* اتجاه تغير الدالة g: لدينا: $g'(x)=-\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$

$g'(x)=0$ معناه $f'\left(\frac{1}{x}\right)=0$ ومعناه $x=1$ أو $x=\frac{1}{4}$ وإشارة $g'(x)$ هي عكس إشارة $f'(x)$

وعليه اتجاه تغير g يكون كمايلي:

1) الدالة g تكون متناقصة تماما على المجال $]0;\frac{1}{4}[\cup]1;+\infty[$ لأن: $f'(x)>0$

2) الدالة g تكون متزايدة تماما على المجال $]\frac{1}{4};1[$ لأن: $f'(x)<0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

*النهايات: $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)=0$ لأن $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)=0$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$

وعليه جدول تغيرات الدالة g يكون كمايلي:

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
g'(x)	‖	−	0	+	0	−	
g(x)	0	↘	$-32e^{-3}$	↗	1	↘	0

التمرين 37 :دورة 2017 الاستثنائية

I- 1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2.e^{-x}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{t\to-\infty} t^2.e^{t}=0$.

2) دراسة اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها.

$f'(x)=2(x+1)e^{-x}-e^{-x}(x+1)^2=e^{-x}(x+1)\left[2-(x+1)\right]=-(x^2-1)e^{-x}$

من العبارة $f'(x)=-(x^2-1)e^{-x}$ نستنتج ان اشارة $f'(x)$ هي نفس اشارة $-(x^2-1)$

لدينا: $-(x^2-1)=0$ معناه $x=-1$ أو $x=1$ عليه اشارة $f'(x)$ تكون حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'(x)	‖	−	0	+	0	−	

تشكيل جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'(x)	‖	−	0	+	0	−	
f(x)	$+\infty$	↘	0	↗	$4e^{-1}$	↘	0

3) إثبات أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف و تعيين إحداثييهما.

(C_f) يقبل نقطتي إنعطاف معناه الدالة المشتقة "f تنعدم عند قيمتين وتغير اشارتها عندهما

لدينا: $f'(x)=-(x^2-1)e^{-x}$ ومنه $f''(x)=-\left[(2x)e^{-x}-e^{-x}(x^2-1)\right]=e^{-x}(x^2-2x-1)$

$f''(x)=0$ معناه $(x^2-2x-1)=0$ ومعناه $x_1=1-\sqrt{2}$ أو $x_2=1+\sqrt{2}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

وإشارة $f''(x)$ هي حسب (x^2-2x-1) وهي حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

مماسبق نستنتج أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف إحداثييهما: $(x_1;y_1)$ و $(x_2;y_2)$

حيث: $y_1=(2-\sqrt{2})^2e^{\sqrt{2}-1}$ و $y_2=(2+\sqrt{2})^2e^{-\sqrt{2}-1}$

حساب $f(-2)$ ورسم (C_f)

لدينا: $f(-2)=e^2$ ونلاحظ $f(0)=1$ رسم (C_f) في آخر الحل

II-1) إثبات أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω وتعيين إحداثييها.

لدينا: الدالة العددية f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$ و (C_m) تمثيلها البياني

جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة $\omega(x;y)$ معناه توجد ثنائية $(x;y)$ مستقلة عن m

نضع: $y=f(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}....(e)$

المعدلة (e) تكافئ $mxe^{-x}+(x^2+1-y)=0$ وتكافئ $x=0$ و $1-y=0$ $(y=1)$

من أجل الثنائية $(x;y)=(0;1)$ تكون المعادلة (e) محققة من أجل كل عدد حقيقي m

وعليه جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة $\omega(0;1)$.

2) دراسة إتجاه تغير f_m.

لدينا: $f_m(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$

ومنه: $f'_m(x)=(2x+m)e^{-x}-(x^2+mx+1)e^{-x}=e^{-x}\left[-x^2+(2-m)x+m-1\right]$

معناه $f'_m(x)=0$ $\left[-x^2+(2-m)x+m-1\right]=0...(*)$

لحل المعادلة $(*)$ نستعمل المميز: $\Delta=b^2-4ac=m^2$

ومنه المعادلة $(*)$ تقبل حلين مهما يكن الوسيط الحقيقي m هما: 1 و $1-m$

إشارة $f'_m(x)$ هي حسب إشارة العبارة $-x^2+(2-m)x+m-1$

1) من أجل $m=0$ يكون لدينا $f'_0(x)=-(x-1)^2e^{-x}\le 0$ أي الدالة f_m متناقصة

2) من أجل $m\neq 0$ المعادلة $(*)$ تقبل حلين مختلفين

الحالة1: $m\prec 0$ يكون لدينا $f'_m(x)\prec 0$ من اجل $x\in]-\infty;1[\cup]1-m;+\infty[$

ويكون لدينا $f'_m(x)\succ 0$ من اجل $x\in]1;1-m[$

وعليه f_m متناقصة تماما على $]-\infty;1[\cup]1-m;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $]1;1-m[$

الحالة2: $m\succ 0$ يكون لدينا $f'_m(x)\prec 0$ من اجل $x\in]-\infty;1-m[\cup]1;+\infty[$

ويكون لدينا $f'_m(x)\succ 0$ من اجل $x\in]1-m;1[$

وعليه f_m متناقصة تماما على $]-\infty;1-m[\cup]1;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $]1-m;1[$

استنتاج قيم m التي من أجلها تقبل f_m قيمتين حديتين و تعيينهما

الدالة f_m تقبل قيمتين حديتين معناه المعادلة $f'_m(x)=0$ تقبل حلين متمايزين أي $\Delta\succ 0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$\Delta \succ 0$ معناه $m \neq 0$ ومعناه $x_1 = 1$ أو $x_2 = 1-m$

ومنه f_m تقبل قيمتين حديتين احداثياهما: $(1;(m+2)e^{-1})$ و $(1-m;(-m+2)e^{m-1})$

3) اثبات أنه عندما m يمسح $\mathbb{R}$ فإن M_m تنتمي إلى منحنى و تعيينه.

لدينا : M_m نقطة من (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = 1-m$

من أجل $x_m = 1-m$ فإن $y_m = f(1-m) = (-m+2)e^{m-1}$

ومنه $M_m(x_m;y_m)$ حيث $y_m = (-m+2)e^{m-1}$

أي M_m تنتمي إلى منحنى ذو المعادلة $y = (-x+2)e^{x-1}$

4) دراسة حسب قيم الوسيط m حيث $m \neq 2$ الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m)

لدراسة الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m) ندرس إشارة الفرق: $f_m(x)-f(x)$

لدينا: $f_m(x)-f(x) = (x^2+mx+1)e^{-x} - (x+1)^2e^{-x} = (m-2)xe^{-x}$

$f_m(x)-f(x)=0$ معناه $x=0$ أي (C) و (C_m) متقاطعان في النقطة $\omega(0;1)$

لدراسة إشارة الفرق نميز حالتين:

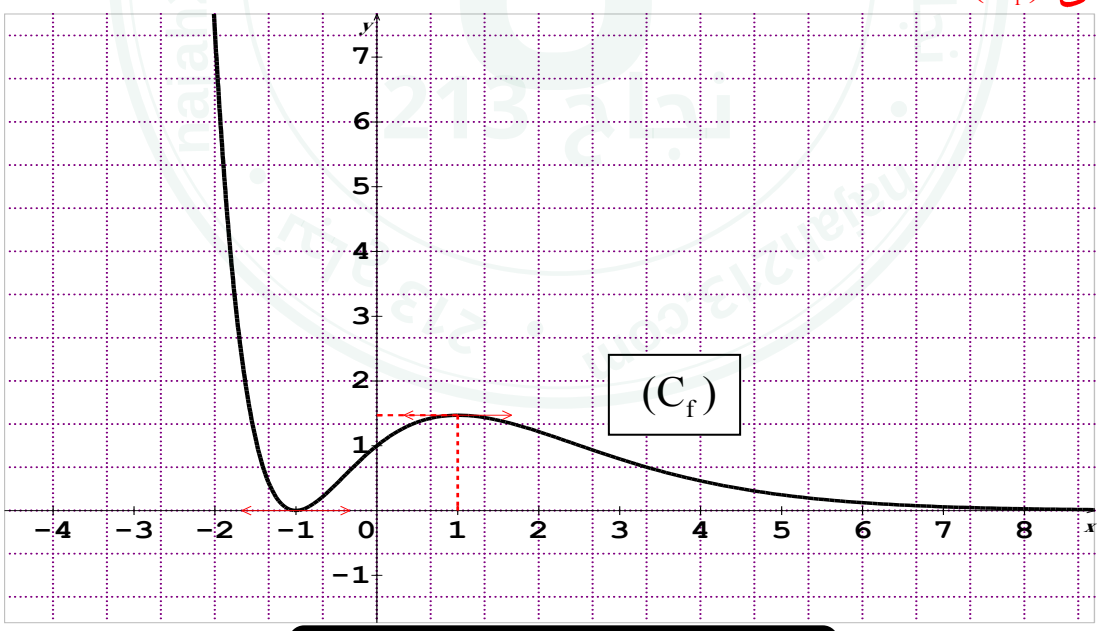
الحالة1: $m \prec 2$ ويكون الفرق $f_m(x)-f(x) = (m-2)xe^{-x}$ حسب إشارة x

من أجل $x \prec 0$ يكون (C) تحت (C_m) و من أجل $x \succ 0$ يكون (C) فوق (C_m)

الحالة2: $m \succ 2$ يكون الفرق $f_m(x)-f(x) = (m-2)xe^{-x}$ حسب إشارة x

من أجل $x \prec 0$ يكون (C) فوق (C_m) و من أجل $x \succ 0$ يكون (C) تحت (C_m)

إنشاء المنحنى (C_f)



التمرين 38 :دورة جوان2016

I-1-أ) حساب $\lim_{x\to-\infty}\varphi(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}\varphi(x)$

لدينا: الدالة φ معرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $\varphi(x) = (x^2-x+1)e^{-x+1} - 1$

ومنه: $\lim_{x\to-\infty}\varphi(x) = \lim_{x\to-\infty}(x^2)e^{-x+1} - 1 = +\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}\varphi(x) = \lim_{x\to+\infty}(x^2)e^{-x+1} - 1 = -1$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة φ و تشكيل جدول تغيراتها

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $\varphi'(x) = (2x-1)e^{-x+1} - (x^2-x+1)(e^{-x+1}) = (-x^2+3x-2)e^{-x+1}$

اشارة $\varphi'(x)$ هي حسب إشارة $(-x^2+3x-2)$ لأن $e^{-x+1} \succ 0$

$(-x^2+3x-2)=0$ معناه $x=1$ أو $x=2$ وإشارة $(-x^2+3x-2)$ هي حسب الجول التالي:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$(-x^2+3x-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
اتجاه تغير الدالة φ	متناقصة تماما		متزايدة تماما		متناقصة تماما		

2) تبيان أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ($\alpha \neq 1$) والتحقق أن $2,79 \prec \alpha \prec 2,80$

الدالة φ مستمرة ومتناقصة تماما على $]2;+\infty[$ و: $\varphi(2,79)=0.0007$ و $\varphi(2,80)=-0.001$

وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة: توجد قيمة وحيدة α تحقق: $\varphi(\alpha)=0$

3) استنتاج إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}$.

من الجواب السابق نستنتج المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلين هما 1 و α واشارة $\varphi(x)$ هي:

من أجل كل $x \in]-\infty;\alpha[$ فإن: $\varphi(x) \succ 0$ ومن أجل كل $x \in]\alpha;+\infty[$ فإن: $\varphi(x) \prec 0$

II-1-أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-1)e^{-x+1} = \lim\limits_{y\to-\infty} -ye^{y+1} = 0$ نهاية شهيرة

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها

لدينا: $f'(x) = 2.e^{-x+1} - (2x-1)e^{-x+1} = e^{-x+1}(-2x+3)$ واشارة $f'(x)$ هي حسب إشارة $(-2x+3)$

$e^{-x+1} \succ 0$ لأن وعليه جدول تغيرات f يكون كمايلي

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\frac{3}{2})$	↘	$-\infty$

2) تبيان أن للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1

للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا معناه $f'(1) = g'(1)$

لدينا: $f'(x) = e^{-x+1}(-2x+3)$ ومنه $f'(1) = e^{-1+1}(-2.1+3) = 1$

لدينا: $g'(x) = \dfrac{2(x^2-x+1)-(2x-1)^2}{(x^2-x+1)^2} = \dfrac{-2x^2+2x+1}{(x^2-x+1)^2}$ ومنه $g'(1)=1$

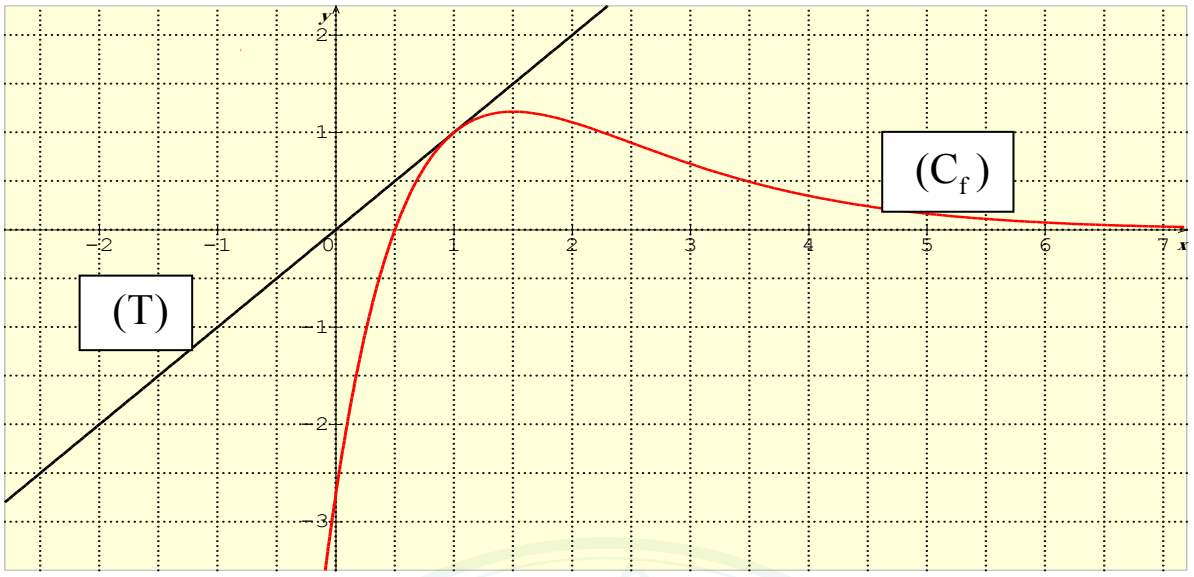
كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T)

(T) له معادلة من الشكل: $y = f'(a)(x-a)+f(a)$

ومنه: $y = 1(x-1)+f(1)$ وعليه: $y = x$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3)رسم كلا من المماس (T) والمنحنى (C_f)



4-أ) تبيان أن من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$

$$f(x)-g(x)=(2x-1)e^{-x+1}-\frac{(2x-1)}{x^2-x+1}=\frac{(2x-1)(x^2-x+1)e^{-x+1}-1)}{x^2-x+1}=\frac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$$

ب)دراسة اشارة الفرق $f(x)-g(x)$ واستنتاج الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_g)

اشارة الفرق $f(x)-g(x)$ هي حسب اشارة $(2x-1)\varphi(x)$ لأن $x^2-x+1\succ 0$

و الجدول التالي يلخص اشارة الفرق وكذا الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_g)

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		α		$+\infty$
2x-1		−	0	+		+	
$\varphi(x)$		+		+	0	−	
$(2x-1)\varphi(x)$		−	0	+	0	−	
الوضع النسبي		(C_f) تحت (C_g)	(C_f) يقطع (C_g)	(C_f) فوق (C_g)	(C_f) يقطع (C_g)	(C_f) تحت (C_g)	

التمرين 39 :دورة جوان2015

1) دراسة استمرارية الدالة f عند0 من اليسار

لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^{\frac{1}{x}}$ و المعرفة على $]-\infty;0[$ و $f(0)=0$

f مستمرة عند 0 من اليسار معناه $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f(x)=f(0)=0$

لدينا: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}(x-1)e^{\frac{1}{x}}=-1\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}e^{\frac{1}{x}}=-1.0=0$.

ومنه الدالة f مستمرة عند 0 من اليسار.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2)حساب $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x)}{x}$ وتفسير النتيجة هندسيا.

لدينا: $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{(x-1)e^{\frac{1}{x}}}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}(1-\frac{1}{x})e^{\frac{1}{x}}$

نفرض أن: $u=\frac{1}{x}$ لدينا: $x\to 0^-$ وعليه $u\to-\infty$

ومنه: $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{y\to-\infty}(1-u)e^u=\lim\limits_{y\to-\infty}e^u-u.e^u=0$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}u.e^u=0$ نهاية شهيرة

$\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x)}{x}=0$ معناه $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=0$

ومنه الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0 من اليسار أي المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس عند النقطة التي فاصلتها 0 يوزي حامل محور الفواصل.

3-أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1).e^0=-\infty$

ب)دراسة اتجاه تغير f وتشكيل جدول تغيراتها.

لدينا: $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$ و المعرفة على $]-\infty;0[$

ومنه: $f'(x)=1.e^{\frac{1}{x}}+(x-1)\left(-\frac{1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}=e^{\frac{1}{x}}\left[1-\frac{(x-1)}{x^2}\right]=e^{\frac{1}{x}}\left[\frac{(x^2-x+1)}{x^2}\right]$

$f'(x)\succ 0$ لأن: $e^{\frac{1}{x}}\succ 0$ و $\frac{(x^2-x+1)}{x^2}\succ 0$ لأن $x^2-x+1\succ 0$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على مجال تعريفها.وعليه جدول تغيرات الدالة f كمايلي:

x	$-\infty$		0
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0

4-أ)تبيان أن: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$

لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]$ حالة عدم التعيين.

نفرض أن: $t=\frac{1}{x}$ حيث: $x\to-\infty$ و $t\to 0^-$

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{t\to 0^-}\left[\frac{e^t-1}{t-1}-e^t\right]=\lim\limits_{t\to 0^-}\frac{e^t-1}{t-1}-1=0$ لأن $\lim\limits_{t\to 0^-}\frac{e^t-1}{t-1}=1$ نهاية شهيرة

ب)استنتاج أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

من الجواب السابق لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) عند $-\infty$ و $y=x$ معادلة له.

5)- أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

لدينا: g معرفة على المجال $]-\infty;0[$ كمايلي: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}(1-\dfrac{1}{x})e^{\frac{1}{x}}=1$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}(1-\dfrac{1}{x})=1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{\frac{1}{x}}=1$

ب) دراسة اتجاه تغير g وتشكيل جدول تغيراتها.

لدينا: g معرفة على المجال $]-\infty;0[$ كمايلي: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

ومنه: $g'(x)=\dfrac{f'(x).x-1.f(x)}{x^2}=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}\left[\dfrac{(x^2-x+1)}{x}\right]-(x-1)e^{\frac{1}{x}}}{x^2}=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^3}$

$g'(x)\prec 0$ لأن $x^3\prec 0$ و $e^{\frac{1}{x}}\succ 0$.

ومنه الدالة g متناقصة تماما على مجال تعريفها. وعليه جدول تغيرات الدالة g كمايلي:

x	$-\infty$		0
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	1	↘	0

ملاحظة: $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0}g(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0}\dfrac{f(x)}{x}=0$ من الجواب 2).

6)-أ) تبيان أنه من أجل كل $x\in]-\infty;0[$، $f(x)\succ x$.

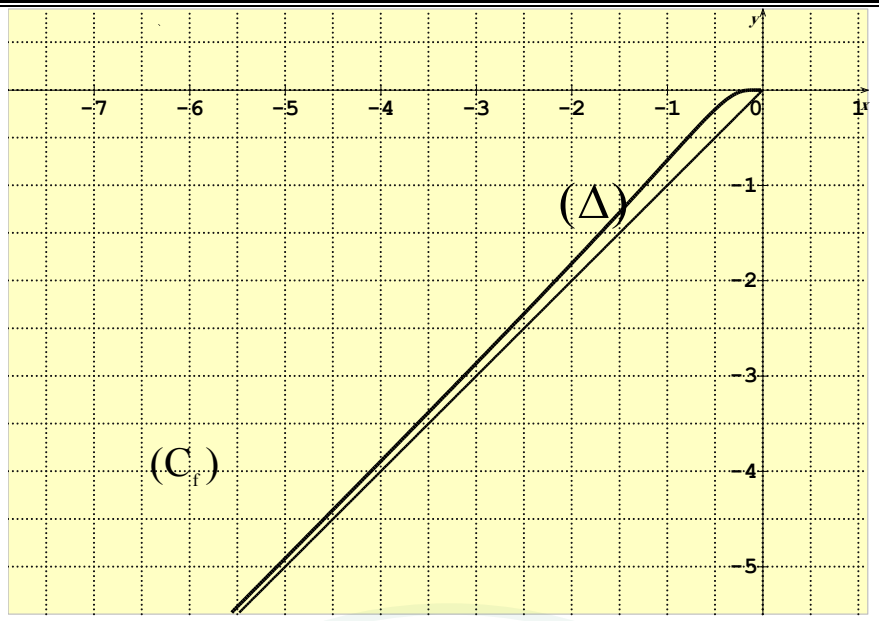
من الجواب السابق لدينا: $0\prec g(x)\prec 1$ أنظر جدول تغيرات الدالة g

ومنه: $0\prec\dfrac{f(x)}{x}\prec 1$ أي $0\prec f(x)\prec x$ لأن x سالب تماما. وعليه $f(x)\succ x$

ب) استنتاج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

من الجواب السابق لدينا: $f(x)\succ x$ أي $f(x)-x\succ 0$ وعليه يكون (C_f) فوق المستقيم (Δ).

ج) إنشاء المنحنى (C_f)



8)-أ)حساب $h'_m(x)$.

لدينا h_m دالة معرفة على المجال $]-\infty;0[$ حيث: $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$

لدينا: $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$ ومنه $h'_m(x)=e^{\frac{1}{x}}+x(-\frac{1}{x^2})e^{\frac{1}{x}}-x=\frac{(x-1)e^{\frac{1}{x}}-mx}{x}$

ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $h'_m(x)=0$

$h'_m(x)=0$ معناه $(x-1)e^{\frac{1}{x}}=mx$ ومنه $mx=f(x)$ والتي تكافئ $\begin{cases}y=mx\\y=f(x)\end{cases}$

باستعمال المنحنى (C_f) نستنتج أن حلول المعادلة $h'_m(x)=0$ أي $mx=f(x)$

هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم الدوار الذي معادلته $y=mx$

من البيان نميز الحالات التالية:

1) $m\in]0;1[$ المعادلة $h'_m(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-\infty;0[$

2) $m\in]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$ المعادلة $h'_m(x)=0$ لاتقبل حلولا .

التمرين 40 :دورة جوان2014

I) 1-دراسة تغيرات الدالة g.

لدينا:الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2-x)e^x-1$.

النهايات:1 $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[2e^x-xe^x-1\right]=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$

اتجاه التغير:

حساب المشتق ودراسة اشارته

لدينا: $g'(x)=(-1+2-x)e^x=(1-x)e^x$.

اشارة $g'(x)=(1-x)e^x$ هي نفس اشارة $1-x$

لأن $e^x\succ 0$ وعليه التغيرات يكون كما يلي

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	-1	↗	$e-1$	↘	$-\infty$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2-تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ في $\mathbb{R}$ حلان α وβ حيث: $-1,2 \prec \alpha \prec -1,1$ و $1,8 \prec \beta \prec 1,9$.

*الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على $]1;+\infty[$ و $g(1.8)\times g(1.9)=(0.21)(-0.33)<0$

وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة: توجد قيمة وحيدة β تحقق: $g(\beta)=0$

* الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;1[$ و $g(-1.2)\times g(-1.1)=(-0.036)(0.032)<0$

وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة: توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha)=0$

3- استنتاج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

من الجواب السابق نستنتج المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين هما β و α واشارة $\varphi(x)$ هي حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		α		β		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

II-1-حساب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ وتفسير النتيجتين هندسيا.

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{(e^x-1)}{(e^x-x)}$

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x-1)=-1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x-x)=+\infty$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-e^{-x}}{1-xe^{-x}}=1$

• (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين $y=0$ و $y=1$.

2)تبيّان أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ واستنتاج اتجاه تغير f ثم تشكيل جدول تغيراتها.

x	$-\infty$		α		β		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↘	$f(\alpha)$	↗	$f(\beta)$	↘	1

$$f'(x)=\frac{e^x(e^x-x)-(e^x-1)^2}{(e^x-x)^2}=\frac{g(x)}{(e^x-x)^2}$$

من العبارة $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ نستنتج أن إشارة الدالة المشتقة f' تتبع إشارة $g(x)$.

• جدول تغيرات الدالة :

3) تبيان أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ واستنتاج حصر اللعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

لدينا: $g(\alpha)=0$ ومنه $e^{\alpha}=\dfrac{1}{2-\alpha}$ وعليه $f(\alpha)=\dfrac{1-2+\alpha}{1-2\alpha+\alpha^2}=\dfrac{\alpha-1}{(\alpha-1)^2}=\dfrac{1}{\alpha-1}$.

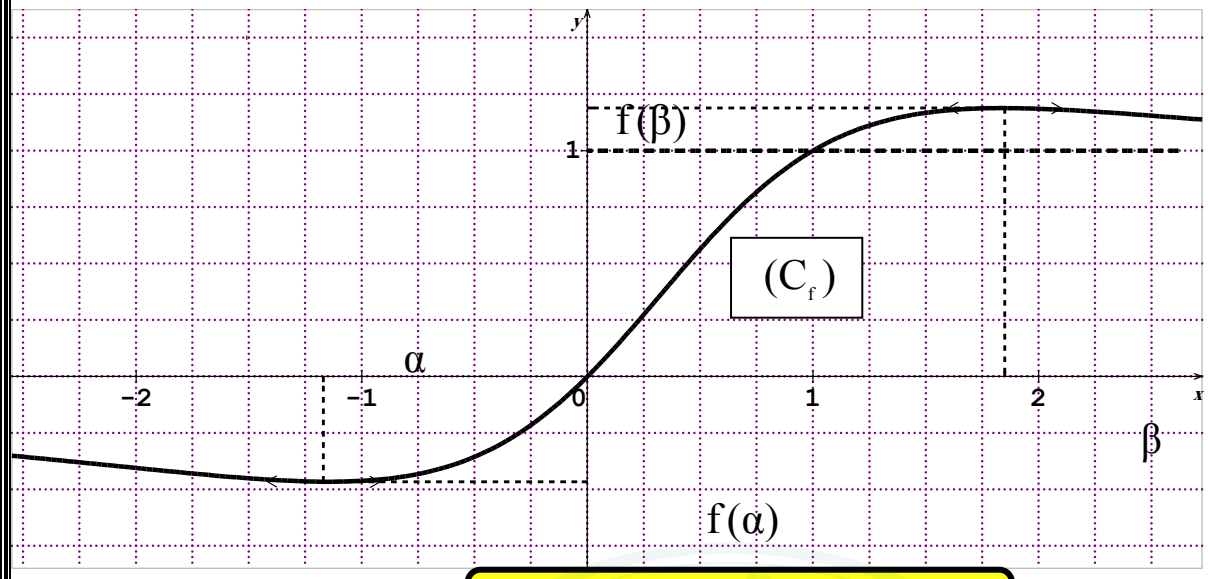
$-1,2\prec\alpha\prec-1,1$ ومنه $-2,2\prec\alpha-1\prec-2,1$ ومنه $\dfrac{1}{-1,1}\prec\dfrac{1}{\alpha-1}\prec\dfrac{1}{-2,1}$ أي $-0.48<f(\alpha)<-0.45$

$1,8\prec\beta\prec1,9$ ومنه $0,8\prec\beta-1\prec0,9$ ومنه $\dfrac{1}{0,9}\prec\dfrac{1}{\beta-1}\prec\dfrac{1}{0,8}$ أي $1.11<f(\beta)<1.25$

4) حساب $f(1)$ ، ثم رسم المنحنى (C_f).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$f(1)=1$



التمرين 41:دورة جوان2013

I-1-أ- حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^2e^{-x}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{x^2}{e^x}\right]=0$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1+\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^2e^{-x}\right]=1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=1+\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x^2e^{-x}\right]=+\infty$

ب-دراسة اتجاه تغير الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها

حساب المشتق ودراسة اشارته

$g'(x)=(2x)e^{-x}-(x^2-1)e^{-x}=(-x^2+2x+1)e^{-x}$.

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$g'(x)$		−	0	+	0	−	

اشارة $g'(x)$ من اشارة $(-x^2+2x+1)$ لأن $e^{-x}\succ 0$

$(-x^2+2x+1)=0$ معناه $x_1=1+\sqrt{2}$ أو $x_2=1-\sqrt{2}$ وهي حسب الجدول اعلاه

جدول تغيرات g يكون كمايلي

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$g'(x)$		−	0	+	0	−	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(x_2)$	↗	$g(x_1)$	↘	1

2-أ-تبيّان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$.

*الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على $]-\infty;x_2]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ و $g(x_2)=-0,25$

وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة: توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha)=0$

* الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[x_2;x_1]$ و $g(x_2)=-0,25$ و $g(x_1)=1,43$

وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة: توجد قيمة وحيدة β تحقق: $g(\beta)=0$

التحقق أن أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-0,8\prec\alpha\prec-0,7$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا معدوما لأن: $g(0)=0$

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α حيث $-0,8 \prec \alpha \prec -0,7$ لأن: $g(-0,8)\times g(-0,7)<0$

ب- استنتاج اشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x.

من الجواب السابق نستنتج ان اشارة $g(x)$ هي:

من أجل كل $x\in]-\infty;\alpha[\cup]0;+\infty[$ فإن: $g(x)\succ 0$ ومن أجل كل $x\in]\alpha;0[$ فإن: $g(x)\prec 0$

II- 1-أ- حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x-\lim_{x\to-\infty}(x+1)^2e^{-x}=-\infty \quad \text{لأن:} \quad \lim_{x\to-\infty}(x+1)^2e^{-x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x-\lim_{x\to-\infty}(x+1)^2e^{-x}=+\infty \quad \text{لأن:} \quad \lim_{x\to+\infty}(x+1)^2e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\left[x^2e^{-x}\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2}{e^x}\right]=0$$

ب-تبيّان أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)^2e^{-x}=0$ ومنه (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) عند $-\infty$ و $y=x$ معادلة له.

ج-دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

لدينا: $f(x)-x\prec 0$ لأن $f(x)-x=[-(x+1)^2e^{-x}]\prec 0$ وعليه يكون (C_f) تحت (Δ).

2-أ-تبيّان أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$.

$$f'(x)=1-2(x+1)e^{-x}-(x+1)^2e^{-x}=1+(x^2-1)e^{-x}=g(x)$$

ب-تشكّيل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

من العبارة $f'(x)=g(x)$ نستنتج أن اشارة $f'(x)$ تتبع اشارة $g(x)$ وعليه جدول تغيرات الدالة f يكون كمايلي:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	-1	↗	$+\infty$

3-أ-تبيّان أن (C_f) يقبل مماسين ، معمل توجبه كل منهما يساوي1 يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

(C_f) يقبل مماسين ، معمل توجبه كل منهما يساوي 1 معناه المعادلة $f'(a)=1$ تقبل حليّن متمايزين

$f'(a)=1$ تكافئ $g(a)=0$ وتكافئ $(a^2-1)e^{-a}=0$ أي $a=1$ أو $a=-1$ لأن $e^{-a}\succ 0$

كتابة معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة $a=1$

المماس له معادلة من الشكل: $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

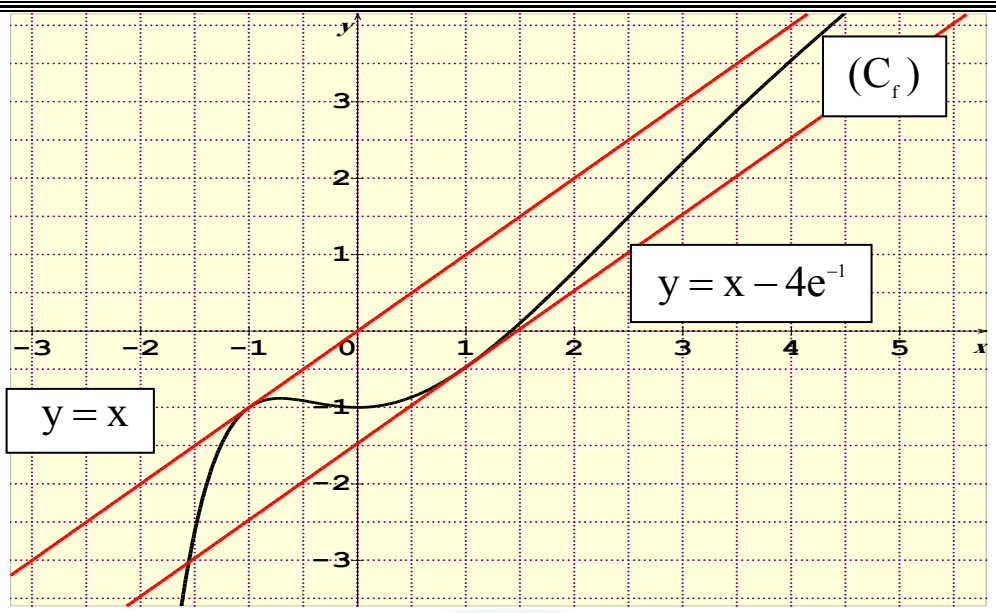
ومنه: $y=1(x-1)+f(1)$ وعليه: $y=x-4e^{-1}$.

كتابة معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة $a=-1$

المماس له معادلة من الشكل: $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

ومنه: $y=1(x+1)+f(-1)$ وعليه: $y=x$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



جـ-المناقشة البيانية لعدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول x: $(x+1)^2 + me^x = 0$

المعادلة: $(x+1)^2 + me^x = 0$ تكافئ $m = (x+1)^2 e^{-x}$ وتكافئ $x + m = f(x)$ أي $\begin{cases} y = x + m \\ y = f(x) \end{cases}$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) والمستقيم (D_m) ذو المعادلة: $y = x + m$ والذي له نفس المنحى مع حامل المماسين والمستقيم (Δ) ومن البيان نميز الحالات التالية :

1) إذا كانت $m \prec -4e^{-1}$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا سالبا تماما.

2) إذا كانت $m = -4e^{-1}$ فإن المعادلة تقبل حلين احدهما سالب وآخر مضاعف موجب

3) إذا كانت $-4e^{-1} \prec m \prec -1$ فإن المعادلة تقبل حلين موجبين وحل سالب تماما.

4) إذا كانت $m = -1$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين في الأشارة وحل معدوم.

5) إذا كانت $-1 \prec m \prec 0$ فإن المعادلة تقبل حلين سالبين وحل موجب تماما.

6) إذا كانت $m = 0$ فإن المعادلة تقبل حل مضاعف سالب.

7) إذا كانت $m \succ 0$ فإن المعادلة لاتقبل حلول .

التمرين 42 :دورة جوان2012

I -1) دراسة تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 2 - xe^x$

النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} 2 - [xe^x] = 2$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} [xe^x] = 0$ نهاية شهيرة و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

اتجاه التغير: حساب المشتق ودراسة اشارته

اشارة $g'(x) = (-1)e^x - (x)e^x = -(1+x)e^x$

$g'(x) = -(1+x)e^x$ هي نفس اشارة $-(1+x)$

لأن $e^x \succ 0$ والموضحة في الجدول المقابل

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

جدول تغيرات g يكون كمايلي

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	2	↗	$g(-1)$	↘	$-\infty$

2-تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,8 \prec \alpha \prec 0,9$

الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على $]-1;+\infty[$ و $g(0.8)\times g(0.9)=(0.21)(-0.21)<0$

وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha)=0$

3) تعين حسب قيم x ، اشارة $g(x)$.

من الجواب السابق نستنتج ان اشارة $g(x)$ هي:

من أجل كل $x\in]-\infty;\alpha[$ فإن: $g(x)\succ 0$ ومن أجل كل $x\in]\alpha;+\infty[$ فإن: $g(x)\prec 0$

II-1)تبيّان أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم تفسير النتيجة بيانيا.

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^x+2}$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+2}{e^x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2xe^{-x}+2e^{-x}}{1+2e^{-x}}=0$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ معناه (C_f) يقبل مقارب يوازي حامل محور الفواصل و $y=0$ معادلة له.

2)أ-حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+2}{e^x+2}=-\infty$$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x+2)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x+2)=2$

ب-تبيّان أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة: $y=x+1$ مقارب لـ (C_f)

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-xe^x}{e^x+2}=0$ ومنه (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ') عند $-\infty$ و $y=x+1$ معادلة له

3) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

* $[f(x)-x]=\dfrac{2-xe^x}{e^x+2}=\dfrac{g(x)}{e^x+2}$ وعليه اشارة الفرق هي حسب اشارة $g(x)$ الموضحة في جـ3) ووضعية لـ (C_f) بالنسبة (Δ) تكون حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

* $[f(x)-(x+1)]=\dfrac{-xe^x}{e^x+2}$ وعليه اشارة الفرق هي حسب اشارة $-x$ ووضعية لـ (C_f) بالنسبة (Δ') تكون حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

4)أ-تبيّان أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة f.

$$f'(x)=\frac{2(e^x+2)-e^x(2x+2)}{(e^x+2)^2}=\frac{2(2-xe^x)}{(e^x+2)^2}=\frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$$

من عبارة $f'(x)$ نستنتج ان اشارته هي حسب اشارة $g(x)$ والموضحة في جـ3)

ب-تبيّان أن $f(\alpha)=\alpha$، ثم تشكيل جدول تغيرات الدالة f.

* لدينا : $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha+2}{e^\alpha+2}$ ولدينا أيضا:

$g(\alpha)=2-\alpha e^\alpha=0$ من الجواب 2)

أي $e^\alpha=\dfrac{2}{\alpha}$ ومنه: $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha+2}{\dfrac{2}{\alpha}+2}=\dfrac{(\alpha+1)\alpha}{(\alpha+1)}=\alpha$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	α	↘	0

6)المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

المعادلة: $f(x)=f(m)$ تكافي الجملة التالية $\begin{cases}y=f(m)\\y=f(x)\end{cases}$

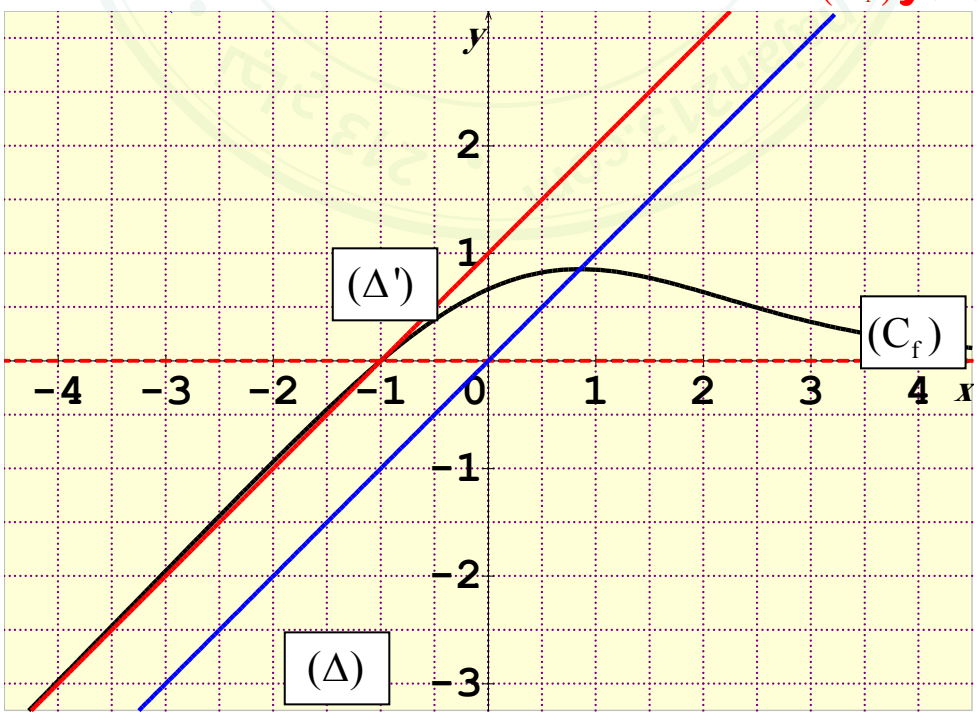
حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) والمستقيم (D_m) ذو المعادلة: $y=f(m)$ والذي له نفس المنحى مع حامل الفواصل من البيان نميز الحلات التالية :

1)إذا كانت $m\in]-\infty;-1[$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا .

2)إذا كانت $m\in]-1;\alpha[\cup]\alpha;+\infty[$ فإن المعادلة تقبل حلين

3)إذا كانت $m=\alpha$ فإن المعادلة تقبل مضاعف.

5) رسم (Δ) و (Δ') و (C_f) .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 43 :دورة جوان2010

I- 1) دراسة تغيرات الدالة g.

g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-x)e^x-3$

النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(3-x)e^x-3=-3$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[xe^x\right]=0$ نهاية شهيرة و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$

اتجاه التغير:

حساب المشتق ودراسة اشارته

لدينا: $g'(x)=(-1)e^x+(3-x)e^x=(2-x)e^x$.

اشارة $g'(x)=(2-x)e^x$ هي نفس اشارة $(2-x)$ لأن $e^x\succ 0$ والموضحة في الجدول المقابل

x	$-\infty$		2		$+\infty$
g'(x)		+	0	−	

جدول تغيرات g يكون كمايلي

x	$-\infty$		2		$+\infty$
g'(x)		+	0	−	
g(x)	$-\infty$	↗	g(2)	↘	$-\infty$
		−3			

2)تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما معدوم والآخر $\alpha\in]2,82\,;2,83[$

* المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا معدوما لأن: $g(0)=0$

*الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على $]2;+\infty[$ و $g(2.82)\times g(2.83)<0$

وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة توجد قيمة وحيدة α تحقق: $g(\alpha)=0$

3) استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

من الجواب السابق نستنتج ان اشارة $g(x)$ هي:

من أجل كل $]\alpha;+\infty[\cup]-\infty;0[$ فإن: $x\in$ $g(x)\prec 0$ ومن أجل كل $]0;\alpha[$ فإن: $x\in$ $g(x)\succ 0$

II-1) تبيان أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند $x_0=0$

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1};x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

الدالة f قابلة للإشتقاق عند $x_0=0$ معناه $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=L$ حيث L عدد حقيقي ثابت

لدينا: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2}{e^x-1}=\lim\limits_{x\to0}x.\dfrac{1}{\dfrac{e^x-1}{x}}=0$ لاحظ أن $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$ ن.شهيرة

كتابة معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند O

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

المماس له معادلة من الشكل: $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ نلاحظ أن $f'(0)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=0$

ومنه : $y=0(x-0)+f(0)$ وعليه: $y=0$ حامل محور الفواصل.

2) أ)تبيّان أن $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3e^{-x}=0$ ثم إيجاد $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

*نضع : $y=-x$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3e^{-x}=\lim\limits_{y\to-\infty}-(y^3e^{y})=0$.

* $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3e^{-x}}{1-e^{-x}}=0$ وذلك باستعمال النتيجة السابقة و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3}{e^{x}-1}=+\infty$.

ب)تبيّان أنه من أجل $x\neq 0$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^2}{(e^x-1)^2}g(x)$

$$f'(x)=\frac{3x^2(e^x-1)-x^3.e^x}{(e^x-1)^2}=\frac{x^2\left[(3e^x-3-e^x\right]}{(e^x-1)^2}=\frac{x^2.g(x)}{(e^x-1)^2}.$$

ج) التحقق أن: $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$، ثم تعين حصرا له.

*لدينا: $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^3}{e^{\alpha}-1}$ ولدينا من جهة أخرى $g(\alpha)=(3-\alpha)e^{\alpha}-3=0$ ومعناه $e^{\alpha}=-\dfrac{3}{\alpha-3}$

ومنه: $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^3}{-\dfrac{3}{\alpha-3}-1}=\dfrac{\alpha^3(\alpha-3)}{\alpha}=\alpha^2(3-\alpha)$

*تعيين الحصر:

لدينا: $\alpha\in]2,82\,;2,83[$ تكافئ $\alpha^2\in]7,95\,;8,00[$....(1)

لدينا: $\alpha\in]2,82\,;2,83[$ تكافئ $3-\alpha\in]0,17\,;0,18[$....(2)

من (1) و(2) نجد: $f(\alpha)\in]1,35\,;1,44[$.

د)إنشاء جدول تغيرات f

من العبارة $f'(x)=\dfrac{x^2.g(x)}{(e^x-1)^2}$ نستنتج ان اشارة $f'(x)$ تتبع اشارة $g(x)$ والموضحة في جـ3).

وعليه جدول تغيرات يكون كمايلي:

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$f(\alpha)$	↘	0

3) حساب $f(x)+x^3$ واستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C)

$$f(x)+x^3=\frac{x^3}{e^x-1}+x^3=\frac{x^3(e^x)}{e^x-1}$$

لدراسة الوضعية النسبية (C_f) و (C) ندرس اشارة الفرق: $f(x)-(-x^3)=\dfrac{x^3(e^x)}{e^x-1}$

اشارة الفرق هي حسب اشارة $x(e^x-1)$ ونلاحظ ان $x(e^x-1)\geq 0$ وعليه يكون (C_f) فوق (C)

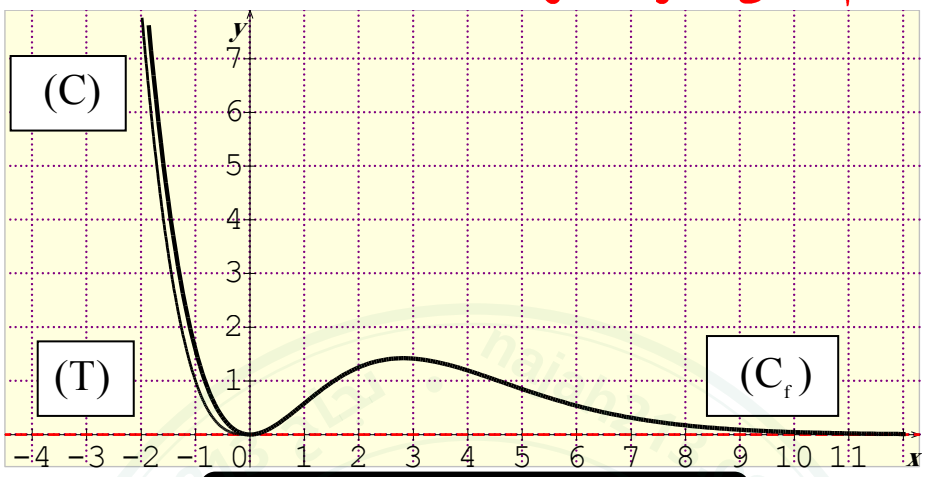
4) تبيّان أن $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ وتفسير النتيجة هنديا.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

$\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3(e^x)}{e^x-1}=0$ لأن $\lim_{x\to-\infty}x^3(e^x)=0$ نهاية شهيرة

$\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ معناه $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(-x^3)]=0$ ومعناه (C) منحنى الدالة $x\to-x^3$ منحنى مقارب للمنحى لـ (C_f) في جوار $-\infty$.

5)إنشاء في نفس المعلم المماس(T) و (C_f) و (C)



التمرين 44 :دورة جوان2008

I- 1) دراسة تغيرات الدالة f

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{4}{e^x+1}$

النهايات: $\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}x-1+\frac{4}{e^x+1}=\lim_{x\to-\infty}(x-1)=-\infty$ لأن $\lim_{x\to-\infty}\frac{4}{e^x+1}=4$.

$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}x-1+\frac{4}{e^x+1}=\lim_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{e^x+1}=0$.

اتجاه التغير وجدول التغيرات

حساب المشتق ودراسة اشارته

$f'(x)=1-\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{(e^x+1)^2-4e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$

$f'(x)=0$ معناه $(e^x-1)^2=0$ أي $x=0$

نلاحظ $f'(x)\geq 0$ لأن $(e^x-1)^2\geq 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↗	$+\infty$

2)تبيان ان (C_f) يقبل نقط إنعطاف ω وكتابة معادلة المماس (C_f) عند ω.

*(C_f) يقبل نقط إنعطاف ω معناه الدالة المشتقة f' تنعدم عند قيمة x_0 وتحافظ على اشارتها من خلال جدول التغيرات للدالة f نلاحظ $f'(x)$ تنعدم عند 0 و $f'(x)\geq 0$

ومنه (C_f) يقبل نقط إنعطاف $\omega(0;1)$.

*كتابة معادلة المماس (C_f) عند ω.

المماس له معادلة من الشكل: $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ ومنه: $y=0(x-0)+f(0)$ وعليه: $y=1$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

*** تبيان ان ω مركز تناظر لـ (C_f)**

$\omega(0;1)$ **مركز تناظر لـ** (C_f) **معناه من أجل كل** $x\in\mathbb{R}$ **و** $-x\in\mathbb{R}$: $f(-x)+f(x)=2$

لدينا: $f(-x)+f(x)=-x-1+\dfrac{4}{e^{-x}+1}+x-1+\dfrac{4}{e^{x}+1}=-2+\dfrac{4e^{x}}{e^{x}+1}+\dfrac{4}{e^{x}+1}=-2+\dfrac{4(e^{x}+1)}{e^{x}+1}=2$

3)حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ **و** $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$ **واستنتاج ان** (C_f) **يقبل مقاربين**

* $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{e^{x}+1}=0$ ومعناه (C_f) يقبل مقارب مائل معادلته : $y=x-1$

* $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-4e^{x}}{e^{x}+1}=0$ ومعناه (C_f) يقبل مقارب مائل معادلته : $y=x+3$

4)تبيان ان (C_f) **يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة** $x_0\in]-2,77;-2,76[$.

f مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و $f(-2.77)\times g(-2.76)<0$ وعليه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة توجد قيمة وحيدة x_0 تحقق: $f(x_0)=0$ معناه (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة x_0

***حساب** $f(1)$ **و** $f(-1)$ **ورسم** (C_f) **الرسم يكون آخر الحل**

$f(1)=\dfrac{4}{e-1}$ و $f(-1)=-2+\dfrac{4e}{e+1}$

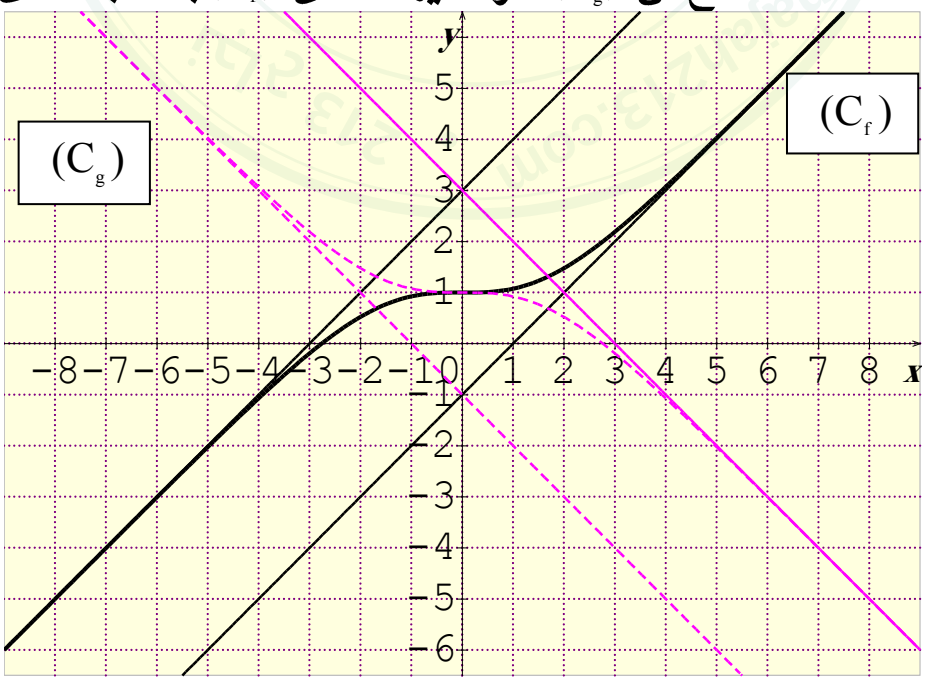
II) 1)تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x)=f(-x)$

g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^{x}+1}$

لدينا: $f(-x)=-x-1+\dfrac{4}{e^{-x}+1}=-x+3+\dfrac{4e^{x}}{e^{x}+1}-4=-x+3+\dfrac{4e^{x}-4e^{x}-4}{e^{x}+1}=-x+3-\dfrac{4}{e^{x}+1}=g(x)$

2) انشاء (C_g) **في نفس المعلم السابق(دون دراسة g).**

من العبارة $g(x)=f(-x)$ نستنتج أن (C_g) هو نظير المنحنى (C_f) بالنسبة لحامل محور التراتيب



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com