najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف — الموسم الدراسي: 2025 / 2026

المستوى: الثانية رياضيات — ثانوية سليمان عميرات – بني وريلان -

الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات — المدة ⏲ : ساعتين — التاريخ : 2026/02/15

التمرين الاول

أحسب النهايات التالية

$$\lim_{|x|\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{4x^2-1}-2x}\ ;\ \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}}\ ;\ \lim_{x\to -1}\frac{x^3-x^2-5x-3}{x^3+(2-n)x^2+(1-2n)x-n}\quad n\in\mathbb{N}$$

التمرين الثاني :

صندوق u يحتوي على 6 كريات لا تفرق بينها عند اللمس , (03) كريات بيضاء تحمل كل منها العدد 0 ; 1 و 2 , و كرية حمراء تحمل العدد 3 و كريتان سوداوان تحمل كل منها العدد β و $\beta+1$ (حيث β عدد زوجي أكبر تماما من 2) . نسحب عشوائيا من الصندوق u كريتين على التوالي دون الارجاع

1. أنشئ مخططا مناسبا يبين جميع الإمكانيات المناسبة لهذه التجربة العشوائية
2. a) أحسب احتمال الاحداث التالية :

الحدث A " الحصول على كريتين من لونين مختلفين " الحدث B " الحصول على كريتين مجموع عدديهما عدد زوجي "

الحدث C " الحصول على كريتين سوداوان أو مجموع عدديهما زوجي فقط "

b) بين أن : $P(\overline{A}\cap B)=\frac{1}{15}$, ثم أحسب $P(\overline{A}\cup B)$

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب القيمة المطلقة للفرق بين العددين المتحصل عليها

3. a) ما هي القيم الممكنة لـ $X(\Omega)$, ثم عين قانون احتمال المتغير العشوائي X

b) بين أن : $E(X)=\frac{8\beta+3}{15}$. ثم عين قيمة العدد الحقيقي β التي تحقق $E(39X+1447)=1954$

c) أحسب $P(X^3-(2\beta+1)X^2+(\beta^2+2\beta-1)X+1-\beta^2=0)$

التمرين الثالث :

ABC مثلث كيفي مزود بالمعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.

لكل عدد حقيقي t من المجال $[0;1]$, نعرف النقطة G_t مرجح الجملة المثقلة $\{(A;t^2);(B;(1-t)^2);(C;2t(1-t))\}$

1. a) برر أن النقطة G_t موجودة مهما يكن $t\in[0;1]$

b) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[0;1]$ فان : $\overrightarrow{AG_t}=(1-t)^2\overrightarrow{AB}+2t(1-t)\overrightarrow{AC}$, ثم استنتج احداثيي النقطة G_t بدلالة t

c) عين قيم العدد الحقيقي t التي من أجلها تنتمي النقطة G_t الى المستقيم ذي المعادلة $y=x$

d) بين أن مجموعة النقط G_t من المستوي لما t يمسح المجال $[0;1]$ منحنى معادلته $y=2(\sqrt{x}-x)$

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;1]$ بـ : $f(x)=2(\sqrt{x}-x)$

2. a) أدرس تغيرات الدالة f

b) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي من أجلها تكون ترتيبة النقطة G_t أكبر ما يمكن (أعظمية)

نعرف النقطة D_t مرجح الجملة المثقلة $\{(B;(1-t));(C;2t)\}$

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $[0;1]$ فان : $\overrightarrow{AG_t}=(1-t^2)\overrightarrow{AD_t}$, ثم أنشئ النقطتين $D_{\frac{1}{2}}$ و $G_{\frac{1}{2}}$
4. نعتبر (Γ_t) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|t^2\overrightarrow{MA}+(1-t)^2\overrightarrow{MB}+2t(1-t)\overrightarrow{MC}\|=\frac{4(1-t)}{3}\|(1-t)\overrightarrow{MB}+2t\overrightarrow{MC}\|$

ـ عين قيمة العدد الحقيقي t التي من أجلها تكون المجموعة (Γ_t) مستقيما محوريا للقطعة المستقيمة $[G_tD_t]$ ثم أنشئ المجموعة $\left(\Gamma_{\frac{1}{2}}\right)$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الفرض

2nd / 2026

التمرين الأول :

- حساب النهايات :

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x^2+1}-2}{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}} \quad (\to \frac{0}{0}\ \text{ح.ع.ل})$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{3x^2+1}-2\right)\left(\sqrt{3x^2+1}+2\right)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}{\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}\right)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)\left(\sqrt{3x^2+1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\left((3x^2+1)-4\right)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}{\left[(x+3)-(3x+1)\right]\left(\sqrt{3x^2+1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(3x^2-3)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}{(-2x+2)\left(\sqrt{3x^2+1}+2\right)} \quad (\to \frac{0}{0}\ \text{ح.ع.ل})$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}{-2(x-1)\left(\sqrt{3x^2+1}+2\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3(x+1)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x+1}\right)}{-2\left(\sqrt{3x^2+1}+2\right)} \quad (\to \frac{24}{-8}=-6)$$

$$\lim_{|x|\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{4x^2-1}-2x} \quad (\to \frac{\infty}{\infty}\ \text{ح.ع.ل})$$

حالة : $x\to+\infty$:

$$\lim\frac{\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{4x^2-1}+2x\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{4x^2-1}-2x\right)\left(\sqrt{4x^2-1}+2x\right)}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1\left(\sqrt{4x^2-1}+2x\right)}{-1\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2\left(1-\frac{1}{4x^2}\right)}+2x}{-\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}+x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x\sqrt{1-\frac{1}{4x^2}}+2x}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x\left(\sqrt{1-\frac{1}{4x^2}}+1\right)}{-x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1\right)}=\frac{4}{-2}=-2$$

$$\lim_{x\to-1}\frac{x^3-x^2-5x-3}{x^3+(2-m)x^2+(1-2m)x-m} \quad (\to \frac{0}{0}\ \text{ح.ع.ل})$$

x^3-x^2-5x-3 | $x+1$

$-x^3-x^2$ | x^2-2x-3

$0-2x^2-5x$

$2x^2+2x$

$-3x-3$

$+3x+3$

0

$x^3+(2-m)x^2+(1-2m)x-m$ | $x+1$

$-x^3-x^2$ | $x^2+(1-m)x-m$

$0+(1-m)x^2+(1-2m)x$

$(1-m)x^2+(1-m)x$

$0-mx-m$

$+mx+m$

0

ومنه :

$$\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x^2-2x-3)}{(x+1)(x^2+(1-m)x-m)}$$

$$=\lim_{x\to-1}\frac{x^2-2x-3}{x^2+(1-m)x-m} \quad (\to \frac{0}{0}\ \text{ح.ع.ل})$$

نقوم مرة أخرى بتحليل البسط والمقام نجد :

$$=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-m)} \quad (\to -4,\ -1-m)$$

$$=\frac{4}{m+1}$$

www.dzexams.com
صفحة الأستاذ فضلول للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حالة: $x \to -\infty$!

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{4x^2-1}-2x} = \text{ت.ع}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+1\right)}{-2x\left(\sqrt{1-\frac{1}{4x^2}}+1\right)} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

التمرين الثاني:

$(B_0\ B_1\ B_2\ R_3\ N_B\ N_{B+1})$ صندوق u

① الاحظ الكتاب (جدول)

② \ ④	B_0	B_1	B_2	R_3	N_B	N_{B+1}
B_0		B_0B_1	B_0B_2	B_0R_3	B_0N_B	B_0N_{B+1}
B_1	B_1B_0		B_1B_2	B_1R_3	B_1N_B	B_1N_{B+1}
B_2	B_2B_0	B_2B_1		B_2R_3	B_2N_B	B_2N_{B+1}
R_3	R_3B_0	R_3B_1	R_3B_2		R_3N_B	R_3N_{B+1}
N_B	N_BB_0	N_BB_1	N_BB_2	N_BR_3		N_BN_{B+1}
N_{B+1}	$N_{B+1}B_0$	$N_{B+1}B_1$	$N_{B+1}B_2$	$N_{B+1}R_3$	$N_{B+1}N_B$	

② حساب احتمال الحوادث:

$$P(A) = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$$

$$P(B) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

الحادثة E: الحصول على كرتين داخلين.

$$P(C) = P(B \cup E) = P(B) + P(E) - \underbrace{P(B \cap E)}_{=0}$$

$$= \frac{12}{30} + \frac{2}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

③ بيان أن: $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{15}$

$\bar{A}$: الحصول على كرتين من نفس اللون

$\bar{A} \cap B$: الحصول على كرتين من نفس اللون وعددهما زوجي

$$\bar{A} \cap B = \{B_0B_2\ ;\ B_2B_0\}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

حساب $P(\bar{A} \cup B)$:

$$P(\bar{A} \cup B) = P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$$

$$= \left(1 - \frac{22}{30}\right) + \frac{12}{30} - \frac{2}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

③ القيم الممكنة لـ X:

$$X = \{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ \beta-3\ ;\ \beta-2, \beta-1\ ,\ \beta\ ,\ \beta+1\}$$

N_BN_{B+1} B_0B_1 B_1B_2 B_2B_1 B_0B_2 B_2B_0 B_1R_3 R_3B_1 B_0R_3 R_3B_0 N_BR_3 R_3N_B N_BB_2 B_2N_B $N_{B+1}R_3$ R_3N_{B+1} N_BB_{B+1} $B_{B+1}N_B$ B_0N_B N_BB_0 $N_{B+1}B_0$ B_0N_{B+1} N_BB_1 B_1N_{B+1}

- تعيين قانون الاحتمال

$$P(X=1) = \frac{8}{30}\ ;\ P(X=2) = \frac{4}{30}$$

$$P(X=3) = \frac{2}{30}\ ;\ P(X=\beta-3) = \frac{2}{30}$$

$$P(X=\beta-2) = \frac{4}{30}\ ;\ P(X=\beta-1) = \frac{4}{30}$$

$$P(X=\beta) = \frac{4}{30}\ ;\ P(X=\beta+1) = \frac{2}{30}$$

④ بيان أن: $E(X) = \frac{8\beta+3}{15}$

صفحة الاستاذ فغلول للرياضيات

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$E(X) = \frac{1\times 8 + 2\times 4 + 2\times 3 + (\beta-3)2 + (\beta-2)4}{30} + \frac{(\beta-1)4 + \beta(4) + (\beta+1)2}{30}$$

$$= \frac{22 + 2\beta - 6 + 4\beta - 8 + 4\beta - 4 + 4\beta + 2\beta + 2}{30}$$

$$= \frac{16\beta+6}{30} = \frac{2(8\beta+3)}{30} = \frac{8\beta+3}{15}$$

- تعيين قيمة العدد الحقيقي β:

$E(39X + 1447) = 1954$

$39E(X) + 1447 = 1954$

$39\left(\frac{8\beta+3}{15}\right) = 507$

حل المعادلة في $\mathbb{R}$: $\beta = 24$

ⓒ حساب:

$P(X^3 - (2\beta+1)X^2 + (\beta^2+2\beta-1)X + 1 - \beta^2 = 0)$

نلاحظ أنه يوجد حل واحد هو 1:

$X^3 - (2\beta+1)X^2 + (\beta^2+2\beta-1)X + 1 - \beta^2$ | $X - 1$

$X^3 - X^2$ | $X^2 - 2\beta X + \beta^2 - 1$

$-2\beta X^2 + (\beta^2+2\beta-1)X$

$-2\beta X^2 + 2\beta X$

$(\beta^2-1)X + (1-\beta^2)$

$(\beta^2-1)X + (1-\beta^2)$

0

حل المعادلة في $\mathbb{R}$:

$X^2 - 2\beta X + \beta^2 - 1 = 0$

$\Delta = 4\beta^2 - 4(\beta^2-1) = 4$

$X = \frac{2\beta - 2}{2(1)} = \beta - 1$ أو

$X = \frac{2\beta+2}{2} = \beta + 1$

وبالتالي:

$P(X^3 - (2\beta+1)X^2 + (\beta^2+2\beta-1)X + 1 - \beta^2 = 0) = P(X=1) + P(X=\beta-1) + P(X=\beta+1)$

$= \frac{8}{30} + \frac{4}{30} + \frac{2}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

حل التمرين الثالث:

بيان أن G_t موجودة مهما كان $t \in [0;1]$:

$t^2 + (1-t)^2 + 2t(1-t) \neq 0$

$t^2 + 1^2 + t^2 - 2t + 2t - 2t^2 \neq 0$

$1^2 \neq 0$

إذن مهما كان $t \in [0;1]$ فإن G_t موجودة

ⓑ بيان أن:

نستعمل علاقة الإرجاع مباشرة

$\overrightarrow{AG_t} = \frac{(1-t)^2}{1}\overrightarrow{AB} + \frac{2t(1-t)}{1}\overrightarrow{AC}$

أو نكتبها:

$t^2\overrightarrow{G_tA} + (1-t)^2\overrightarrow{G_tB} + (2t(1-t))\overrightarrow{G_tC} = \vec{0}$

أي: $t^2\overrightarrow{G_tA} + (1-t)^2\overrightarrow{G_tA} + (1-t)^2\overrightarrow{AB}$

$+ (2t(1-t))\overrightarrow{G_tA} + (2t(1-t))\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

أي: $(t^2 + (1-t)^2 + 2t(1-t))\overrightarrow{G_tA} + (1-t)^2\overrightarrow{AB}$

$+ 2t(1-t)\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

$1\overrightarrow{G_tA} + (1-t)^2\overrightarrow{AB} + 2t(1-t)\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

$\overrightarrow{AG_t} = (1-t)^2\overrightarrow{AB} + 2t(1-t)\overrightarrow{AC}$

- إحداثيي النقطة G_t:

$G_t\left((1-t)^2; 2t(1-t)\right)$.

www.dzexams.com
صفحة الأستاذ فغلول للرياضيات
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ⓒ قيم العدد الحقيقي t ؛

G_t تنتمي الى المستقيم (D) معادلته $y=x$

$2t(1-t) = (1-t)^2$

أي : $2t(1-t) - (1-t)^2 = 0$

$(1-t)(2t-(1+t)) = 0$

ومنه : $t=\frac{1}{3}$ أو $t=1$.

ⓓ مجموعة النقط :

$$\begin{cases} x = (1-t)^2 \quad (1) \\ y = 2t(1-t) \quad (2) \end{cases}$$

من العلاقة (1) لدينا :

$x = (1-t)^2$ أي $\sqrt{x} = |(1-t)|$

أي $t = 1-\sqrt{x}$ ...

نعوض t في (2) أو العلاقة (2) :

$y = 2(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})$

$y = 2(x-x)$

وبالتالي مجموعة النقط M هي منحنى معادلته : $y = 2(\sqrt{x}-x)$

ⓔ دراسة تغيرات الدالة f

$f'(x) = 2\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 1\right) = \frac{1}{\sqrt{x}} - 2$ مع $x \neq 0$

ندرس اشارة المشتقة :

$f'(x) = 0$ معناه : $\frac{1}{\sqrt{x}} - 2 = 0$ مع $x \neq 0$

أي : $\frac{1}{\sqrt{x}} = 2$ أي $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ أي $x = \frac{1}{4}$

جدول التغيرات :

x	0		$\frac{1}{4}$		1
$f'(x)$	‖	+	0	−	
$f(x)$	‖ 0	↗	$\frac{1}{2}$	↘	

www.dzexams.com

- استنتاج قيمة العدد الحقيقي t :

قيمة حدية عظمى للدالة f هي $\frac{1}{2}$ أي $x = \frac{1}{4}$ و منه $(1-t)^2 = \frac{1}{4}$

$1-t > 0$ أي $\sqrt{(1-t)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$

أي $t = \frac{1}{2}$

ⓒ بيان أن : $\overrightarrow{AG_t} = (1-t^2)\overrightarrow{AD_t}$

D_t مرجح الجملة $(A,1-t)$ و (B,t) و (C,t)

$(1-t)\overrightarrow{D_tB} + 2t\overrightarrow{D_tC} = \vec{0}$

لدينا :

$\overrightarrow{AG_t} = (1-t)^2\overrightarrow{AB} + 2t(1-t)\overrightarrow{AC}$

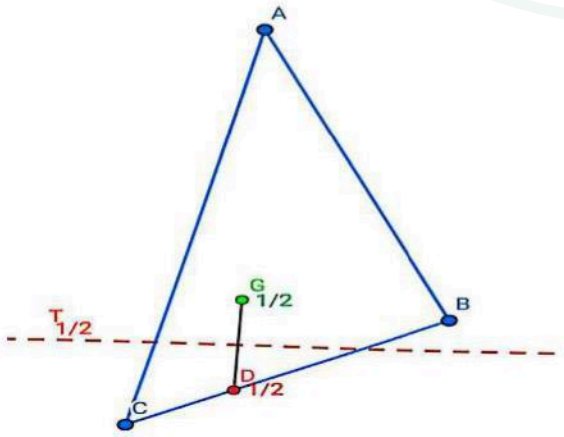
$= (1-t)^2\overrightarrow{AD_t} + (1-t)^2\overrightarrow{D_tB} + 2t(1-t)\overrightarrow{AD_t} + 2t(1-t)\overrightarrow{D_tC}$

$= [(1-t)^2 + 2t(1-t)]\overrightarrow{AD_t} + (1-t)^2\overrightarrow{D_tB} + 2t(1+t)\overrightarrow{D_tC}$

$= (1-t^2)\overrightarrow{AD_t} + (1-t)\underbrace{[(1-t)\overrightarrow{D_tB} + 2t\overrightarrow{D_tC}]}_{=\vec{0}}$

$= (1-t^2)\overrightarrow{AD_t}$.

انشاء النقطتين $G_{1/2}$ و $D_{1/2}$:



ⓓ قيمة t : $t^2 + (1-t)^2 + 2t(1-t) = \frac{4(1-t)}{3}(1-t+2t)$

حل المعادلة : $t=0$ أو $t=-0,5$

مقبول - مرفوض لأن $t \geq 0$

صفحة الاستاذ فعلول للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com