najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **ثانوية فارس بن مهل الشهبونية**

امتحان البكالوريا التجريبية — **دورة ماي 2015**

الشعبة : آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 02 ســـا و 30 د**

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول(06 نقاط):

1. عيّن بواقي القسمة للعدد 2^n على 5 من أجل العدد الطبيعي n حيث : $n \in \{1;2;3,4\}$
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $2^{4n} \equiv 1[5]$
3. استنتج بواقي القسمة للأعداد 2^{4n+1} ; 2^{4n+2} ; 2^{4n+3} على 5.
4. عيّن باقي قسمة كل من 2^{1436} و 2^{2015} على 5 .
5. تحقق أن : $2017 \equiv 2[5]$ ثم استنتج باقي قسمة 2017^{2014} على 5.

التمرين الثاني (06 نقاط):

(u_n) متتالية عددية معرفة كمايلي: $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases}$

1. احسب كلا من u_1, u_2, u_3 .
2. نضع $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ من اجل كل n من $\square$.
- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الأساس و الحد الأول.
- عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .
3. احسب المجموع S_n بحيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ثم استنتج المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$.

التمرين الثالث(08 نقاط):

لتكن f الدالة المعرفة على $\square - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{3+2x}{1-2x}$,

و (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f) .

3) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات .

4) أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.

5) أرسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني:

التمرين الأول (06 نقاط):

(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة معرفة على N حيث : $U_6 = 448$ و $U_3 \times U_5 = 12544$

1) أحسب الحد U_4 ثم الأساس q لهذه المتتالية .
2) أحسب الحد الأول U_0 لهذه المتتالية .
   * نضع : $U_0 = 7$ و $q = 2$
3) أكتب عبارة U_n بدلالة n.
4) بين أن 896 هو حد من حدود المتتالية (U_n) وحدد رتبته .
5) أحسب المجموع : $S = U_6 + U_7 + ... + U_n$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

a , b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 , باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

1)عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين : $a \times b$, $a^2 - b^2$.

2) أ/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب/ تحقق أن $2015 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين :

2015^{2014} و 2015^{2015} على 7 .

التمرين الثالث :(08نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x) = -x^3 + 3x - 2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
   ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f واستنتج جدول تغيراتها .
2) أثبت أنه من أجل x من R : $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$
3) برهن أن النقطة A من المنحني التي فاصلتها $x = 0$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f).
4) تحقق من أن النقطة B التي إحداثيتها $(2;-4)$ هي نقطة من المنحني (C_f) ثم أوجد معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) عندها .
5) أنشئ (C_f) و (Δ) في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المستوى : 3 آ ف + 3 لغ

تصحيح البكالوريا التجريبي

الموضوع الأول :

التمرين الأول :

1- تعيين باقي قسمة 2^n على 5 :

$2^0 \equiv 1[5]$ ، $2^1 \equiv 2[5]$ ، $2^2 \equiv 4[5]$

$2^3 \equiv 3[5]$ ، $2^4 \equiv 1[5]$

n حسب	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
البواقي	1	2	4	3

لدينا $2^{4n} \equiv 1[5]$ ومنه $2^{4n} \equiv 1[5]$ = 2

$2^{4n+2} \equiv 4[5]$ ، $2^{4n+2} \equiv 3[5]$ ، $2^{4n+1} \equiv 2[5]$ = 3

4- تعيين باقي قسمة كل من 2^{2015} و 2^{1436} على 5 :

* لدينا : $1436 = 4 \times 359$ ومنه : $2^{1436} \equiv 1[5]$

الباقي هو 1 .

* لدينا : $2015 = 4 \times 503 + 3$ ومنه : $2^{2015} \equiv 3[5]$

أي : الباقي هو : 3 .

* لدينا : $2017 - 2 = 2015$ = 5

ولكن 2015 من مضاعفات 5 ومنه : $2017 \equiv 2[5]$

* لدينا : $2017 \equiv 2[5]$ ومنه $2017^{2014} \equiv 2^{2014}[5]$

لكن $2014 = 4 \times 503 + 2$ (أي $2014 = 4k+2$) $2^{2014} \equiv 4[5]$

أي : $2017^{2014} \equiv 4[5]$ (خاصية التعدي)

التمرين الثاني :

$u_0 = 5$ ومن أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 3u_n + 2$

$u_1 = 3u_0 + 2 = 15 + 2 = 17$ = 1

$u_2 = 3u_1 + 2 = 48 + 2 = 49$

$u_3 = 3u_2 + 2 = 147 + 2 = 149$

2- نضع من أجل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = u_n + 1$

أ- = 1

$v_{n+1} = u_{n+1} + 1$

$= 3u_n + 2 + 1$

$= 3u_n + 3$

$= 3(u_n + 1) = 3v_n$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول v_0 حيث :

$v_0 = u_0 + 1 = 5 + 1 = 6$

ب- تعيين عبارة كل من v_n و u_n بدلالة n :

* لدينا : $v_n = v_0 \times q^n$ ومنه : $v_n = 6 \times 3^n$

* لدينا : $u_n = v_n - 1$ أي : $u_n = 6 \times 3^n - 1$

$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ = 3

$= v_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 3 \left(\frac{1 - 3^{n+1}}{1 - 3} \right)$

$S_n = 3(3^{n+1} - 1)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

$= \left(v_0 - \frac{1}{2}\right) + \left(v_1 - \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(v_n - \frac{1}{2}\right)$

$= (v_0 + v_1 + \cdots + v_n) - \frac{1}{2}(n+1)$

$= S_n - \frac{1}{2}(n+1)$

$= \frac{11}{4}\left(3^{n+1} - 1\right) - \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$

$$S'_n = \frac{11 \cdot 3^{n+1}}{4} - \frac{1}{2}n - \frac{13}{4}$$

التمرين الثالث

$f(x) = \frac{3+2x}{1-2x}$

1- دراسة تغيرات الدالة f:

$D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{+2x}{-2x} = -1$

$\lim_{x \to \frac{1}{2}^-} f(x) = \frac{4}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x \to \frac{1}{2}^+} f(x) = \frac{4}{0^+} = +\infty$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-2x$		$+$	0	$-$	

f دالة قابلة للاشتقاق على مجالي التعريف

ومنه: $f'(x) = \frac{2(1-2x)+2(3+2x)}{(1-2x)^2}$

$f'(x) = \frac{2-4x+6+4x}{(1-2x)^2} = \frac{8}{(1-2x)^2}$

لدينا من أجل $x \in D_f$ يكون $f'(x) > 0$

ومنه f دالة متزايدة تماما على مجالي التعريف:

جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$ $\|$ $-\infty$	↗	-1

2- المستقيمات المقاربة:

(C_f) معادلة لمستقيم مقارب لـ (C_f) موازي لمحور الفواصل $y = -1$

(C_f) معادلة لمستقيم مقارب لـ (C_f) موازي لمحور التراتيب $x = \frac{1}{2}$

3- أ- التقاطع مع محور الفواصل:

$f(x) = 0$ معناه $\begin{cases} 3+2x = 0 \\ 1-2x \neq 0 \end{cases}$

$x \neq \frac{1}{2}$ و $x = \frac{-3}{2}$ معناه

ومنه نقطة التقاطع هي: $H\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$

ب- التقاطع مع محور التراتيب:

$f(0) = y$ منه $y = 3$

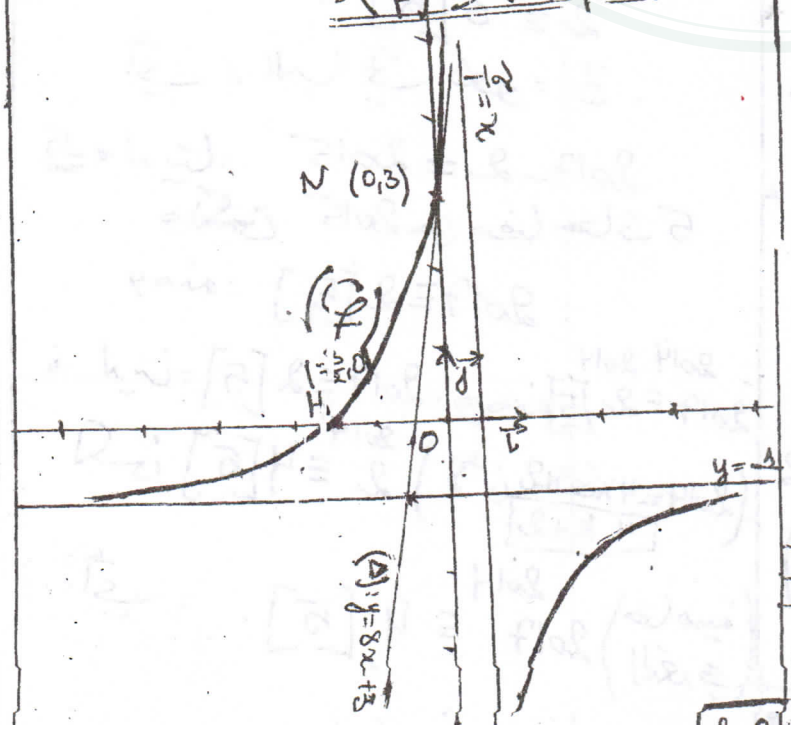
نقطة التقاطع هي $N(0,3)$

4- كتابة معادلة المماس:

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$(\Delta): y = 8x + 3$

5- (C_f) و (Δ):



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:

$U_6 = 448$ ، $U_3 \times U_5 = 12544$

1- حساب U_4: لدينا

$U_4^2 = U_3 \times U_5 = 12544$

ومنه $U_4 = \sqrt{12544}$

$U_4 = 112$

لدينا: $U_6 = U_4 \times q^2$

ومنه $q^2 = \frac{U_6}{U_4} = \frac{448}{112}$

$q^2 = 4$

أي $q = 2$ أو $q = -2$ مرفوض

بما أن الحدود موجبة فإن $q = 2$

2- حساب U_0:

لدينا: $U_4 = U_0 \times q^4$ ومنه $U_0 = \frac{U_4}{q^4}$

أي: $U_0 = \frac{112}{16} = 7$

نضع: $U_0 = 7$ و $q = 2$

3- كتابة عبارة U_n بدلالة n:

لدينا: $U_n = U_0 \times q^n$ ومنه: $U_n = 7 \times 2^n$

4- إثبات أن 896 هو حد من حدود (U_n):

لدينا: $U_n = 896$ ومنه $7 \times 2^n = 896$

ومنه $2^n = \frac{896}{7}$

ومنه $2^n = 128 = 2$

ومنه $n = 7$

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2

وبالتالي العدد 896 هو حد من حدود (U_n) رتبته 7.

5- حساب S_n:

$S_n = U_6 + U_7 + \dots + U_n$

$= U_6 \left(\frac{1 - q^{n-5}}{1 - q} \right)$

$= 448 \left(\frac{1 - 2^{n-5}}{1 - 2} \right)$

$S_n = 448 \left(2^{n-5} - 1 \right)$

التمرين الثاني:

لدينا: $a \equiv 3 [7]$ ، $b \equiv 4 [7]$ ، $c = 6 [7]$

1- تعيين باقي القسمة لـ $a \times b$ على 7:

لدينا: $\begin{cases} a \equiv 3 [7] \\ b \equiv 4 [7] \end{cases}$ ومنه $a \times b \equiv 12 [7]$

لكن $12 \equiv 5 [7]$

أي: $a \times b \equiv 5 [7]$

* تعيين باقي القسمة لـ $a^2 - b^2$ على 7:

لدينا: $\begin{cases} a \equiv 3 [7] \\ b \equiv 4 [7] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 9 [7] \\ b^2 \equiv 16 [7] \end{cases}$

ومنه $a^2 - b^2 \equiv -7 [7]$

لكن $-7 \equiv 0 [7]$

ومنه $a^2 - b^2 \equiv 0 [7]$

2- لدينا $c = 6 [7]$ ومنه $c^2 \equiv 1 [7]$

أي $c^{2n} \equiv 1 [7]$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ب- لدينا $2015 - 6 = 2009$

لكن 2009 من مضاعفات العدد 7

ومنه: $\boxed{2015 \equiv 6\ [7]}$.

تعيين بواقي القسمة للعدد 6 على 7:

$6^1 \equiv 6\ [7]$ ، $6^2 \equiv 1\ [7]$

لما $n = 2k$ فإن الباقي هو 1

لما $n = 2k+1$ فإن الباقي هو 6.

لدينا:

* $2015 \equiv 6\ [7]$ ومنه: $2015^{2014} \equiv 6^{2014}\ [7]$

لكن $6^{2014} \equiv 1\ [7]$ $(2014 = 2 \times 1007)$

أي: $\boxed{2015^{2014} \equiv 1\ [7]}$

* لدينا: $2015 \equiv 6\ [7]$ ومنه $2015^{2015} \equiv 6^{2015}\ [7]$

لكن $6^{2015} \equiv 6\ [7]$

أي: $\boxed{2015^{2015} \equiv 6\ [7]}$.

التمرين الثالث:

$f(x) = -x^3 + 3x - 2$

$D_f = \mathbb{R}$.

1- أ) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} -x^3 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} -x^3 = -\infty$.

ب- دراسة اتجاه التغير:

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومنه:

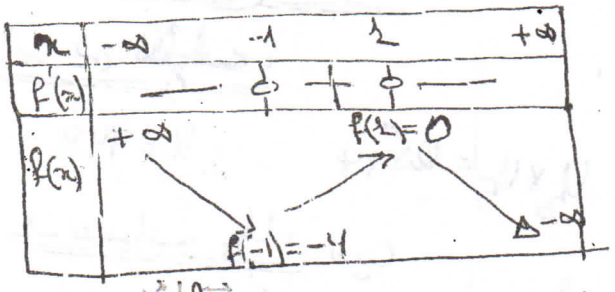
$f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x^2 - 1)$

$f'(x) = 0$ معناه $x^2 - 1 = 0$

معناه $x^2 = 1$

معناه $x = 1$ أو $x = -1$

4 نقط



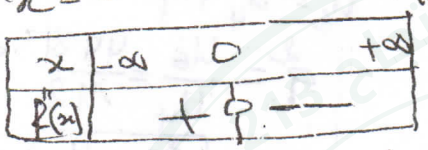
2) $-(x-1)^2(x+2) = f(x)$

(النشر والتبسيط).

3) f' دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومنه:

$f''(x) = -6x$

$f''(x) = 0$ معناه $x = 0$



ومنه $A(0,-2)$ نقطة انعطاف لـ (C_f).

4) لدينا: $f(2) = -4$

ومنه $B(2,-4)$ نقطة من (C_f):

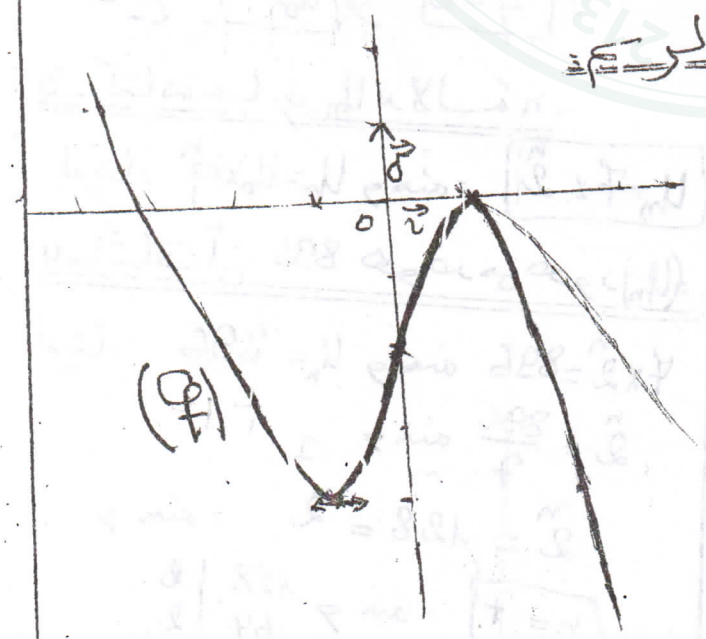
كتابة معادلة المماس عند B:

$y = f'(2)(x-2) + f(2)$.

$= -9x + 18 - 4$

$(\Delta): y = -9x + 14$

5- الرسم:



موفقون انشاء الله

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com