najah213.com · نجاح 213

# 30 تمرين محلول

# الاحتمالات

الشعب العلمية



5min Maths

جمع الأستاذ: شعبان أسامة

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213






ثمن هذا الملف: دعاء خالص من القلب



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## تمرين 1

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بمسابقة توظيف ، يسحب مترشح عشوائيا بالتتالي وبدون إرجاع بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات ، ثمان بطاقات تتعلق بمادة الرياضيات وبطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية ، لايمكن التمييز بين البطاقات باللمس .

1 / نعتبر الحادثتين $A$ و $B$ حيث : $A$ هي الحادثة : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية "

$B$ هي الحادثة : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين "

- أحسب $P(A)$ و $P(B)$.

2 / ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البطاقات المسحوبة المتعلقة بمادة اللغة الفرنسية

أ . عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$

ب . عين قانون احتمال المتغير العشوائي $X$

جـ . أحسب الأمل الرياضي والانحراف المعياري للمتغير العشوائي $X$

## الحل:

1 / حساب $P(A)$ و $P(B)$

عدد عناصر مجموعة الإمكانيات هو

$$card(\Omega)=A_{10}^{2}=\frac{10!}{(10-2)!}=\frac{10!}{8!}=\frac{10\times 9\times 8!}{8!}=90$$

$$P(A)=\frac{card(A)}{card(\Omega)}=\frac{A_{2}^{2}}{90}=\frac{1}{45}$$

$$P(B)=\frac{card(B)}{card(\Omega)}=\frac{2\left(A_{8}^{1}\times A_{2}^{1}\right)}{90}=\frac{16}{45}$$

2 / أ . تعيين القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$

يمكن سحب بطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية أو سحب بطاقتان تتعلقان بمادة الرياضيات أو سحب بطاقة تتعلق باللغة الفرنسية واخرى بالرياضيات أوسحب بطاقة تتعلق بالرياضيات وأخرى تتعلق بالفرنسية

ومنه $X\in\{0,1,2\}$

ب) تعيين قانون إحتمال المتغير العشوائي $X$

$P(X=0)=\frac{A_{8}^{2}}{90}=\frac{28}{45}$ ، $P(X=1)=P(B)=\frac{16}{45}$

$P(X=2)=P(A)=\frac{1}{45}$

ومنه قانون احتمال المتغير العشوائي $X$

| $X$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{28}{45}$ | $\frac{16}{45}$ | $\frac{1}{45}$ |

جـ . حساب الأمل الرياضي والإنحراف المعياري للمتغير العشوائي $X$

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i=0\times\frac{28}{45}+1\times\frac{16}{45}+2\times\frac{1}{45}=\frac{18}{45}$$

$$V(X)=\sum_{i=1}^{3}x_i^2P_i-\left(E(X)\right)^2$$

$$=0^2\times\frac{28}{45}+1^2\times\frac{16}{45}+2^2\times\frac{1}{45}-\left(\frac{18}{45}\right)^2=\frac{64}{225}$$

ومنه الإنحراف المعياري للمتغير العشوائي $X$ هو : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}\simeq 0,53$

## تمرين 2:

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء ، ثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين متشابهة لانفرق بينها باللمس .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق . نعتبر الحدثين التاليين :

A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

1) بين أنّ : إحتمال الحدث A $P(A)=\frac{1}{2}$ ثمّ أحسب $P(B)$ إحتمال الحدث B.

2) نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي $X$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ب) بيّن أنّ : $P(X=0)=\frac{1}{6}$ و $P(X=2)=\frac{3}{10}$ .

**الحل:**

لدينا : صندوق على خمس كرات بيضاء ، ثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1) تبيان أنّ : $P(A)=\frac{1}{2}$

$$P(A)=\frac{C_3^1\times C_7^3}{C_{10}^4}=\frac{3\times 35}{210}=\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$$

حساب $P(B)$ :

$$P(B)=\frac{C_5^1\times C_5^3+C_5^2\times C_5^2+C_5^3\times C_5^1+C_5^4}{C_{10}^4}=\frac{5\times 10+10\times 10+10\times 5+5}{210}$$

أي $$P(B)=\frac{205}{210}=$$

2) أ) تعيين قيم المتغير العشوائي $X$ :
قيم $X$ هي $\{0;1;2;3\}$

ب) تبيان أنّ : $P(X=0)=\frac{1}{6}$ و $P(X=2)=\frac{3}{10}$ :

لدينا : $P(X=0)=\frac{C_3^0\times C_7^4}{C_{10}^4}=\frac{1\times 35}{210}=\frac{1}{6}$ و $P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_7^2}{C_{10}^4}=\frac{3\times 21}{210}=\frac{3}{10}$

ج) قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ معرف بالجدول :

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{30}$ |

لدينا : $P(X=3)=\frac{C_3^3\times C_7^1}{C_{10}^4}=\frac{1\times 7}{210}=\frac{1}{30}$ و

$$P(X=1)=\frac{C_3^1\times C_7^3}{C_{10}^4}=\frac{3\times 35}{210}=\frac{1}{2}$$

حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ :

$$E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=1.2$$

**تمرين 3:**

يحتوي كيس على 7 كرات منها 3 بيضاء تحمل الأرقام : 2 , 2 , 1 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 2 , 2 , 1 , 1

1) نسحب كرة واحدة من الكيس.

أ – ما احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1.

ب – إذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال أن يكون لونها أحمراً

2) نسحب على التوالي كرتين من الكيس دون ارجاع .

أ – ما احتمال الحصول على كرتين تحمل كل منها رقما فرديا

ب – ما احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

ج – ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3

**الحل:**

1 ) أ- احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 هو $P(A)=\frac{3}{7}$

ب- B الحادثة للحصول على كرة حمراء $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$P_A(B) = \frac{\frac{4}{7} \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{7}} = \frac{2}{3}$$

2 أ- احتمال الحصول على كرتين تحمل رقما فرديا : $P(c) = \frac{1}{7}$

ب- احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون : $P(D) = \frac{3}{7}$

ج- احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين 3 : $P(E) = \frac{3}{42}$

$\boldsymbol{D = A \cup B = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 49, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 39, 44, 48\}}$

## تمرين 4:

Ω هي مجموعة الأعداد الطبيعية من 0 الى 49

1- أ- عين الأجزاء من Ω التالية :

A : عناصر A هي مضاعفات العدد 3 .

B : عناصر B هي مضاعفات العدد 4 .

C : عناصر C هي مضاعفات العدد 3 و مضاعفات العدد 4 .

D : عناصر D هي مضاعفات العدد 3 او مضاعفات العدد 4 .

ب- أحسب النسبة المئوية لكل لكل جزء منها في Ω .

ج- عبر عن النسب السابقة بكسر ناطق غير قابل للإختزال .

2- نختار عشوائيا عددا من Ω ونسمي الاعداد السابقة احتمالات الحوادث A ، B ، C وD على الترتيب .

- أحسب احتمالي الحادثتين التاليتين :

E الحصول على عدد أولي ، F الحصول على عدد ذي رقمين متساويين .

## الحل:

عناصر A هي مضاعفات العدد 3 :

$\boldsymbol{A = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 49\}}$

عناصر B هي مضاعفات العدد 4 :

$\boldsymbol{B = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 39, 44, 48\}}$

عناصر C هي مضاعفات العدد 3 و مضاعفات العدد 4 :

$\boldsymbol{C = A \cap B = \{0, 12, 24, 36, 48\}}$

عناصر D هي مضاعفات العدد 3 او مضاعفات العدد 4 :

ب- حساب النسبة المئوية لكل لكل جزء منها في Ω :

$\boldsymbol{P(A) = \frac{17}{100} \times 50 = 34\%}$ ، $\boldsymbol{P(B) = \frac{13}{100} \times 50 = 26\%}$

$\boldsymbol{P(C) = \frac{5}{100} \times 50 = 10\%}$ ، $\boldsymbol{P(C) = \frac{25}{100} \times 50 = 50\%}$

ج- التعبير عن النسب السابقة بكسر ناطق غير قابل للإختزال :

$\boldsymbol{P(A) = \frac{34}{100} = \frac{17}{50}}$ ، $\boldsymbol{P(B) = \frac{26}{100} = \frac{13}{50}}$

$\boldsymbol{P(C) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}}$ ، $\boldsymbol{P(C) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}}$

2 - حساب احتمالي الحادثتين :

$\boldsymbol{F = \{11, 22, 33, 44\}}$

$\boldsymbol{E = \{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47\}}$

$\boldsymbol{P(E) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}}$ ، $\boldsymbol{P(F) = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}}$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

**تمرين 5:**

ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام من 1 الى 6 اذا كانت هذه الأعداد تتكون من :

أ- 3 أرقام ؟
ب- 3 أرقام مختلفة ؟
ج-أرقام مختلفة ؟

**الحل:**

أ : $6 \times 6 \times 6 = 216$ أي : $6^3 = 216$ .

ب : $6 \times 5 \times 4 = 120$ ونرمز الى العدد $6 \times 5 \times 4$ ب : $A_6^3$ أي : $A_6^3 = 6 \times 5 \times 4$

ج : $A_6^6 = 720$ نرمز الى العدد $A_6^6$ ب : $6!$ أي : $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

**تمرين 6:**

يتكون قسم من 20 تلميذا ، أحمد تلميذ من هذا القسم

1- نريد اختيار تلميذين من هذا القسم (أي عدد اللجان ذات تلميذين والتي يمكن تشكيلها من بين تلاميذ القسم كلهم ) .
- أحسب $a$ عدد الطرائق الممكنة .
2- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما أحمد .
- أحسب $b$ عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة .
3- نريد اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما أحمد .
- أحسب $c$ عدد الطرائق الممكنة في هذه الحالة .
4- جد علاقة بين الأعداد : $a$ ، $b$ و $c$ .

**الحل:**

1- عدد الطرائق الممكنة : $a = \frac{20 \times 19}{2} = 190$ نرمز الى هذا العدد ب: $C_{20}^2 = \frac{20 \times 19}{2}$

2- اختيار تلميذين من القسم شريطة ألا يكون أحدهما أحمد : $C_{19}^2 = \frac{19 \times 18}{2} = 171$

3- اختيار تلميذين من القسم شريطة أن يكون أحدهما أحمد هو : $c = 1 \times 19 = 19$

نلاحظ أن : $a = b + c$ أي : $C_{20}^2 = C_{19}^2 + C_{19}^1$

**تمرين 7 :**

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 .

نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الكيس .

1- أحسب احتمال الحصول على :
أ- ثلاث كرات من نفس اللون .
ب- ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .
ت- ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
2- ليكن المتغير العشوائي $x$ الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1
أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي $x$
ب- أحسب الامل الرياضي
ت- أحسب التباين والانحراف المعياري

**الحل:**

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

- أ- نسمي $A$ حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$P(A)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_4^3+C_4^3}{56}=\frac{4+4}{56}=\frac{8}{56}=\frac{1}{7}$$

ب- نسمي $B$ حادثة الحصول على " ثلاث كرات تحمل نفس الرقم "

$$P(B)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_4^3+C_3^3}{56}=\frac{4+1}{56}=\frac{5}{56}$$

ت- نسمي $C$ حادثة الحصول على " ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى "

$$P(C)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_1^1\times C_4^1\times C_3^1}{56}=\frac{1*4*3}{56}=\frac{12}{56}=\frac{3}{14}$$

- أ – قيم المتغير العشوائي هي : $x=\{0,1,2,3\}$

$$P(x=0)=\frac{C_4^3}{56}=\frac{4}{56}$$

$$P(x=1)=\frac{C_4^1*C_4^2}{56}=\frac{6*4}{56}=\frac{24}{56}$$

$$P(x=2)=\frac{C_4^2*C_4^1}{56}=\frac{4*6}{56}=\frac{24}{56}$$

$$P(x=3)=\frac{C_4^3}{56}=\frac{4}{56}$$

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p(x=xi)$ | $\frac{4}{56}$ | $\frac{24}{56}$ | $\frac{24}{56}$ | $\frac{4}{56}$ |

ب- حساب الأمل الرياضي :

$$E(x)=\left(0*\frac{4}{56}\right)+\left(1*\frac{24}{56}\right)+\left(2*\frac{24}{56}\right)+\left(3*\frac{4}{56}\right)=1.5$$

ت-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x)=\sum_{i=1}^{4}(xi-E(x))^2*pi=\frac{15}{28}$$

الانحراف المعياري : $\delta=\sqrt{v(x)}=0.73$

## تمرين 8:

في صندوق توجد كرتان لونهما أحمر ، وثلاث كرات لونها أخضر ، وأربع كرات لونها أبيض ، وكرتان لونهما أصفر .

نقوم بسحب كرتين في ان واحد وبطريقة عشوائية من هذا الصندوق

1- أ- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أحمر .

ب- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أبيض .

ج- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أصفر .

د- ما هو احتمال سحب كرتين لونهما أخضر .

2- ماهو احتمال سحب كرتين من نفس اللون .

3- ماهو احتمال سحب كرتين مختلفتي اللون .

4- ماهو احتمال سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر .

5- ماهو احتمال ان تكون احداهما على الأقل خضراء .

6- ماهو احتمال ان تكون احداهما على الأكثر خضراء .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

**الحل:**

1-نسمي $A$ حادثة سحب كرتين لونهما أحمر :

$$P(A)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{1}{55}$$

2-نسمي $B$ حادثة سحب كرتين لونهما أبيض :

$$P(B)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_4^2}{C_{11}^2}=\frac{6}{55}$$

3- نسمي $C$ حادثة سحب كرتين لونهما أصفر :

$$P(C)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{1}{55}$$

4- نسمي $D$ حادثة سحب كرتين لونهما أخضر :

$$P(D)=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{3}{55}$$

7- احتمال سحب كرتين من نفس اللون :

نسمي الحادثة T " سحب كرتين من نفس اللون "

الطريقة 1 :

$$P(\mathrm{T})=\frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{C_2^2+C_4^2+C_3^2+C_2^2}{C_{11}^2}=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}$$

الطريقة 2 : بمأن الحوادث $A, B, C, D$ مستقلة فيمكننا حساب :

$$P(\mathrm{T})=P(A)+P(\mathrm{B})+P(\mathrm{C})+P(\mathrm{D})=\frac{11}{55}=\frac{1}{5}$$

-3- احتمال سحب كرتين مختلفتي اللون :

نسمي الحادثة $H$ " سحب كرتين مختلفتي اللون "

$$P(H)=1-P(\mathrm{T})=\frac{4}{5}$$

4-- احتمال سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر :

نسمي الحادثة $R$ " سحب كرتين لونهما ليس أبيض ولا أصفر "

$$P(R)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\frac{10}{55}=\frac{2}{11}$$

5—احتمال ان تكون احداهما على الاقل خضراء :

نسمي الحادثة $Z$ " ان تكون احداهما على الاقل خضراء "

$$P(Z)=\frac{C_3^1C_8^1+C_3^2C_8^0}{C_{11}^2}=\frac{3*8+3}{55}=\frac{27}{55}$$

**تمرين 9:**

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1-أ-أحسب عدد الحالات الممكنة .

ب-احسب الاحتمالات التالية :

$A$ - 3 كرات من نفس اللون .

$B$ – كرة على الأقل حمراء .

$C$ - كرتين على الأكثر حمراء .

2 - نسمي $x$ المتغير العشوائي الذي يرفق عدد الألوان المحصل عليها .

أ-ماهي قيم $x$ ؟

ب-أحسب الإحتمالات التالية : $P(x=1)$ ، $P(x=3)$ واستنتج: $P(x=2)$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

ج-أحسب الامل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري

**الحل:**

1-أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

ب- $A$ حادثة الحصول على " ثلاث كرات من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3+C_4^3}{56} = \frac{1+4}{56} = \frac{5}{56}$$

$B$ حادثة الحصول على " كرة على الأقل حمراء "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3\times C_4^0}{56} = \frac{24+24+4}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

$C$ حادثة الحصول على " كرتين على الاكثر حمراء "

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^1\times C_4^2+C_4^2\times C_4^1+C_4^3\times C_4^0}{56} = \frac{24+24+4}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

2—تعيين قيم $x$ : $x = \{1,2,3\}$

$$P(x=1) = P(A) = \frac{5}{56}$$

$$P(x=3) = \frac{C_4^1\times C_3^1\times C_1^1}{56} = \frac{12}{56}$$

استنتاج : $P(x=2) = ?$

لدينا : $P(x=1)+P(x=2)+P(x=3) = 1$

$$P(x=2) = 1-(P(x=1)P(x=3))$$

$$P(x=2) = \frac{39}{56}$$

ج—حساب الامل الرياضي و التباين والانحراف المعياري :

$$E(x) = \left(1*\frac{5}{56}\right)+\left(2*\frac{39}{56}\right)+\left(3*\frac{12}{56}\right) = 2.12$$

ت-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{3}(xi-E(x))^2 * pi = 0.28$$

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{v(x)} = 0.53$

**تمرين 10:**

تحتوي علبة على 10 قريصات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8 والبقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5 .

- نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة تلو الأخرى دون إرجاع

المطلوب :

أ- شكل شجرة الإحتمال المناسبة لذلك .

ب- احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

ت- احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين .

**الحل:**

نرمز الى القريصات الحمراء ب : $R$

نرمز الى القريصات البيضاء ب : $B$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

## تمرين 11:

كيس به 10 كريات متماثلة لانميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

1- نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد .

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء

ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء .

2- ليكن $x$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $x$ و احسب أمله الرياضي

## الحل:

الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$$

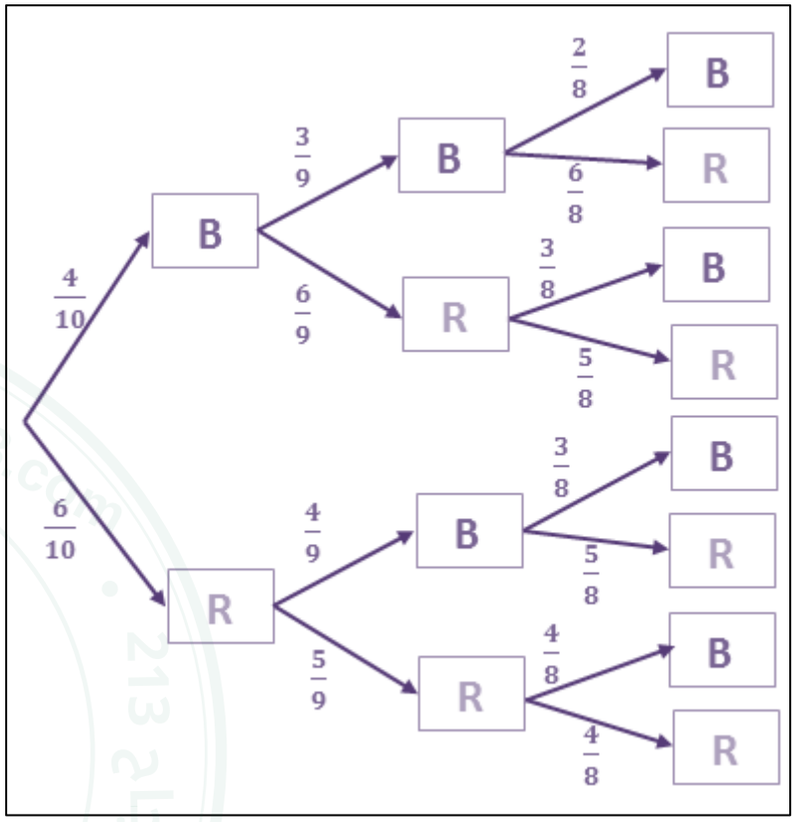
نسمي $A$ حادثة الحصول على3 كرات بيضاء :

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_4^3}{120} = \frac{1}{30}$$

نسمي $B$ حادثة الحصول على الأقل على كرية حمراء:

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_6^1C_4^2 + C_6^2C_4^1 + C_6^3C_4^0}{120} = \frac{36+60+20}{120} = \frac{29}{30}$$

2-قيم المتغير العشوائي هي : $x = \{0, 1, 2, 3\}$




احتمال

أ- الحصول على 3 قريصات من نفس اللون :

$$P(A) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{144}{720}$$

ب- احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين :

ت- $P(x = 0) = \frac{C_6^3}{120} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ $P(A) = \frac{576}{720}$ $P(B) = 1$

$$P(x = 1) = \frac{C_6^2C_4^1}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

$$P(x = 2) = \frac{C_6^1C_4^2}{120} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

$$P(x = 3) = \frac{C_6^0C_4^3}{120} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p(x=xi)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{30}$ |

- حساب الأمل الرياضي :

$$E(x)=\left(0*\frac{1}{6}\right)+\left(1*\frac{1}{2}\right)+\left(2*\frac{3}{10}\right)+\left(3*\frac{1}{30}\right)=\frac{6}{5}$$

**تمرين 12:**

كيس يحتوي على 5 كرات منها 3 لونها حمراء و 2 سوداء

التجربة 1 : نسحب عشوائيا كرة ونسجل لونها ثم نعيدها الى الكيس ، ثم نسحب مرة أخرى و ندون لونها .

1- أنشئ لكل تجربة شجرة الاحتمالات .
2- ماهو احتمال التحصل على كرتين في كل تجربة حيث :
أ- حمراويتين .
ب- سوداويتين ت- من لونين مختلفين

**الحل:**

1.احتمال التحصل على كرتين حمراويتين

$$P(A)=\frac{3}{5}*\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$$

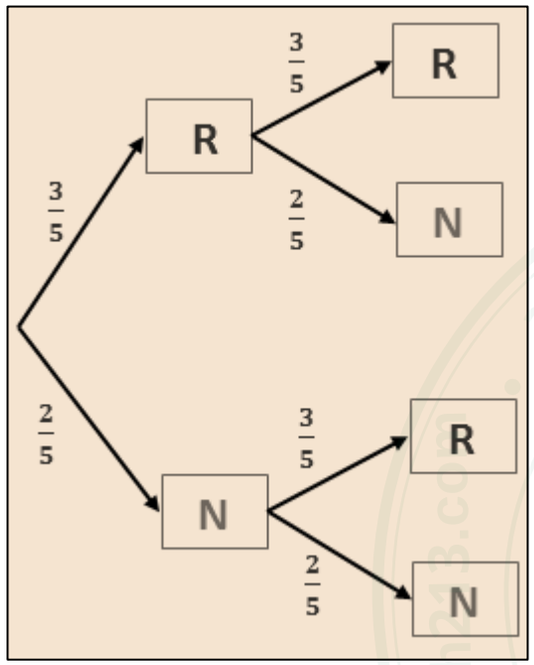
2. 1.احتمال التحصل على سوداويتين

$$P(B)=\frac{2}{5}*\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$$

3. 1.احتمال التحصل على من لونين مختلفين .

$$P(C)=\frac{3}{5}*\frac{2}{5}+\frac{3}{5}*\frac{2}{5}=\frac{12}{25}$$

شجرة الاحتمالات:




**تمرين 13:**

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال وأربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه ابراهيم وامرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

- أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :
أ- $A$ " تكوين لجنة تضم 3 رجال " .
ب- $B$ –" تكوين لجنة تضم رجل وامرأتين .
ت- $C$ - " تكوين لجنة تضم ابراهيم " .
ث- $D$ -" تكوين لجنة تضم اما ابراهيم أو فاطمة "
- ليكن المتغير العشوائي $x$ الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

1- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $x$ .
2- احسب أمله الرياضي .
3- أحسب التباين والنحراف المعياري .

**الحل:**

عدد الحالات الممكنة ، أي عدد اللجان هو :

- $C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = 220$
- $A$ : " تكوين لجنة تضم 3 رجال " .

- $P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_8^3}{220} = \frac{14}{55}$
- $B$ تكوين لجنة تضم رجل وامرأتين "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \frac{12}{55}$$

- $C$ تكوين لجنة تضم ابراهيم "
- $P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_1^1 \times C_{11}^2}{220} = \frac{1}{4}$
- $D$ تكوين لجنة تضم اما ابراهيم أو فاطمة "
- $P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2}{220} = \frac{9}{22}$

- 2—تعيين قيم $x$ : $x = \{0,1,2,3\}$
- $P(x=0) = \frac{C_4^3}{220} = \frac{1}{55}$
- $P(x=1) = 1 - P(B) = \frac{12}{55}$
- $P(x=2) = \frac{C_4^1 \times C_8^2}{220} = \frac{28}{55}$
- $P(x=3) = 1 - P(A) = \frac{14}{55}$

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p(x=xi)$ | $\frac{1}{55}$ | $\frac{12}{55}$ | $\frac{28}{55}$ | $\frac{14}{55}$ |

—حساب الامل الرياضي و التباين والانحراف المعياري :

- $E(x) = \left(1 * \frac{12}{55}\right) + \left(2 * \frac{28}{55}\right) + \left(3 * \frac{14}{55}\right) = 2$

-حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{3} \left(xi - E(x)\right)^2 * pi = \frac{6}{11}$$

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{\frac{6}{11}}$

**تمرين 14:**

يحتوي وعاء على 3 قريصات بيضاء و 4 حمراء ، احدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1 والأخريان تحملان الرقم 5 أما القريصات الحمراء فاثنتان منهما تحملان الرقم 2 و الأخريان تحملان الرقم 3 . نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد ، ونسحب مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

1- ماهو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 ؟
2- ماهو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من 6 علما أن القريصتين بيضاوين ؟
3- نعرف المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .
أ- عين قيم المتغير العشوائي $x$ ، ثم أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $x$
ب- أحسب الأمل الرياضي $E(x)$ ، ثم أحسب الإنحراف المعياري $\delta$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**الحل:**

- عدد الحالات الممكنة هي : $C_7^2 = 21$

1-احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 هو :

- عدد الحالات الممكنة هي : $C_7^2 = 21$

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_2^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_2^1 + C_2^2}{21} = \frac{9}{21}$$

2- ماهو احتمال أن يكون المجموع أكبر تماما من 6 علما أن القريصتين بيضاوين :

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_2^2}{21} = \frac{1}{21}$$

– أ - تعيين قيم المتغير العشوائي $x$ : $x = \{3,4,5,6,7,8,10\}$

ب - قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $x$ :

$$P(x=3) = \frac{C_1^1 \times C_2^1}{21} = \frac{2}{21}$$

$$P(x=4) = \frac{C_2^2 + C_1^1 \times C_2^1 + C_1^1 \times C_2^1}{21} = \frac{3}{21}$$

$$P(x=5) = \frac{4}{21}$$

$$P(x=6) = \frac{3}{21}$$

$$P(x=7) = \frac{4}{21}$$

$$P(x=8) = \frac{4}{21}$$

$$P(x=10) = \frac{C_2^2}{21} = \frac{1}{21}$$

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p(x=xi)$ | $\frac{2}{21}$ | $\frac{3}{21}$ | $\frac{4}{21}$ | $\frac{3}{21}$ | $\frac{4}{21}$ | $\frac{4}{21}$ | $\frac{1}{21}$ |

- حساب الأمل الرياضي :

$$E(x) = \left(3 * \frac{2}{21}\right) + \left(4 * \frac{3}{21}\right) + \left(5 * \frac{4}{21}\right) + \left(6 * \frac{3}{21}\right) + \left(7 * \frac{4}{21}\right) + \left(8 * \frac{4}{21}\right) + \left(10 * \frac{1}{21}\right) =$$

حساب التباين والانحراف المعياري :

$$v(x) = \sum_{i=1}^{3} \left(xi - E(x)\right)^2 * pi$$

الانحراف المعياري : $\delta = \sqrt{v}$

## تمرين 15:

مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقيس بيضها.

- بالنسبة للمربي الأول، بين اليوم الأول و الشهر، $20\%$ من الطيور لا تبقى على قيد الحياة و $70\%$ تصبح ملونة و $10\%$ تبقى بيضاء.
- بالنسبة للمربي الثاني، اليوم الأول و الشهر ، $7\%$ من الطيور لا تبقى على قيد الحياة و $80\%$ تصبح ملونة و $13\%$ تبقى بيضاء.

بائع طيور اشترى أفراخ طيور عمرها يوم واحد : $70\%$ من المربي الأول و $30\%$ من المربي الثاني.

1) يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع، أي عمره يومان.

أ) بين أن احتمال أن يكون الطائر حي بعد شهر هو $0,839$.

ب) عين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر.

ج) علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر، ما احتمال أن يكون من عند



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المربي الأول ؟

2) يختار شخص عشوائيا و بطريقة مستقلة خمسة طيور من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع. ما احتمال أن تبقى بعد شهر، ثلاثة فقط على قيد الحياة ؟

3) قرر بائع الطيور الاحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر، حتى يبيعها بلونها النهائي. يربح $300\ DA$ عن كل طائر ملون و $50\ DA$ عن كل طائر أبيض و يخسر $10\ DA$ عن كل طائر لا يبقى على قيد الحياة. نسمي $X$ المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه. عين قانون الاحتمال لـ $X$ و أمله الرياضي.

## الحل:

مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقسها

| النوع / المربي | يصبح ملون $C$ | يبقى أبيض $B$ | لا يبقى على قيد الحياة $M$ |
|---|---|---|---|
| $E1$ | $0,7$ | $0,1$ | $0,2$ |
| $E2$ | $0,8$ | $0,13$ | $0,07$ |

بالنسبة لبائع الطيور: 70% من المربي الأول و 30% من المربي الثاني.

1) يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع. أي عمره يومان.

2) نبين أن احتمال أن يكون الطائر حي بعد شهر هو $0,839$ :

$$p(V)=0,8\times0,7+0,93\times0,3=0,839$$

3) تعيين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر:

$$p(C)=0,7\times0,7+0,8\times0,3=0,73$$

4) علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر، ما احتمال أن يكون من عند المربي الأول ؟

$$p_B(E1)=\frac{p(B\cap E1)}{p(B)}$$

$$p(B\cap E1)=0,1\times0,7=0,07$$

$$p(B)=0,1\times0,7+0,13\times0,3=0,109$$

$$p_B(E1)=\frac{p(B\cap E1)}{p(B)}=\frac{0,07}{0,109}\cong 0,642$$

1) يختار شخص عشوائيا و بطريقة مستقلة خمسة طيور من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع.

2) لدينا اختبار برنولي ذات رتبة $n=5$ و احتمال $p=p(V)=0,839$.

3) نسمي $A$ الحادثة : " بعد شهر، تبقى ثلاثة فقط على قيد الحياة"

$$p(A)=C_5^3p^3(1-p)^3=10(0,839)^3(0,161)^2\cong 0,153$$

1) قرر بائع الطيور الاحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر، حتى يبيعها بلونها النهائي. يربح $300\ DA$ عن كل طائر ملون و $50\ DA$ عن كل طائر أبيض و يخسر $10\ DA$ عن كل طائر لا يبقى على قيد الحياة. نسمي $X$ المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه.

2) تعيين قانون الاحتمال لـ $X$ و أمله الرياضي.

قيم $X$:

$$X=\{-10\ ;50\ ;300\}$$

$p(X=300)=p(C)=0,730$

$p(X=50)=p(B)=0,109$

$$p(X=-10)=p(\overline{V})=1-p(V)=1-0,839=0,161$$

- قانون الاحتمال:

| $x_i$ | -10 | 50 | 300 | المجموع |
|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0,161 | 0,109 | 0,730 | 1 |

$$E(X)=222,84\ DA$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**تمرين 16:**

يحتوي كيس $U_1$ على $5$ كرات بيضاء و $7$ كرات سوداء و يحتوي كيس $U_2$ على كرة بيضاء و $11$ كرة سوداء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس.

1) للسيد أحمد زهرة نرد متجانسة تماما ذات ستة أوجه مرقمة من $1$ إلى $6$ . يرميه مرة: إذا حصل على الرقم $6$ ، يسحب عشوائيا كرة من الكيس $U_1$ ، و إلا يسحب عشوائيا كرة من الكيس $U_2$.

أ) لتكن $B$ الحادثة: " السيد أحمد يحصل على كرة بيضاء ". بين أن $p(B) = \frac{5}{36}$.

ب) إذا حصل السيد أحمد على كرة بيضاء، هل احتمال أن تكون من $U_1$ أكبر من احتمال أن تكون من $U_2$ ؟

2) يكرر السيد أحمد الاختبار - *épreuve* – المعرفة في السؤال الأول مرتين ، في شروط متطابقة و مستقلة ( أي بعد الاختبار الأولى ، الكيسين يكون لهما نفس التركيبة الأولى ).

ليكن $x$ عدد طبيعي غير معدوم. أثناء كل اختبار من لاختبارين السيد أحمد يربح $x$ $DA$ إذا حصل على كرة بيضاء ويخسر $20$ $DA$ إذا حصل على كرة سوداء. نرمز بـ $Y$ للمتغير العشوائي المرفق بالربح الجبري بعد الانتهاء من الاختبارين.

أ) عين قيم $Y$.

ب) عين قانون احتمال $Y$.

ج) عين الأمل الرياضي $E(Y)$ بدلالة $x$.

د) من أجل أي قيم للعدد $x$، يكون $E(Y) \geq 0$ ؟

**الحل:**

يحتوي كيس $U_1$ على $5$ كرات بيضاء و $7$ كرات سوداء و يحتوي كيس $U_2$ على كرة بيضاء و $11$ كرة سوداء. كل الكرات غير معروفة عند اللمس.

للسيد أحمد زهرة نرد متجانسة تماما ذات ستة أوجه مرقمة من $1$ إلى $6$ . يرميه مرة: إذا حصل على الرقم $6$ ، يسحب عشوائيا كرة من الكيس $U_1$ ، و إلا يسحب عشوائيا كرة من الكيس $U_2$.

ج) لتكن $B$ الحادثة: " السيد أحمد يحصل على كرة بيضاء ".

- نبين أن $p(B) = \frac{5}{36}$:

باستعمال قوانين الاحتمالات الكلية نجد: $p(B) = \frac{5}{72} + \frac{5}{72} = \frac{5}{36}$

د) إذا حصل السيد أحمد على كرة بيضاء، هل احتمال أن تكون من $U_1$ أكبر من احتمال أن تكون من $U_2$ ؟

$p_B(U_1) = \frac{p(B \cap U_1)}{p(B)} = \frac{\left(\frac{5}{72}\right)}{\left(\frac{10}{72}\right)} = \frac{1}{2}$ و $p_B(U_2) = \frac{p(B \cap U_2)}{p(B)} = \frac{\left(\frac{5}{72}\right)}{\left(\frac{10}{72}\right)} = \frac{1}{2} =$

$p_B(U_1)$

3) يكرر السيد أحمد الاختبار - *épreuve* – المعرفة في السؤال الأول مرتين ، في شروط متطابقة و مستقلة ( أي بعد الاختبار الأولى ، الكيسين يكون لهما نفس التركيبة الأولى ).

ليكن $x$ عدد طبيعي غير معدوم. أثناء كل اختبار من لاختبارين السيد أحمد يربح $x$ $DA$ إذا حصل على كرة بيضاء ويخسر $20$ $DA$ إذا حصل على كرة سوداء. نرمز بـ $Y$ للمتغير العشوائي المرفق بالربح الجبري بعد الانتهاء من الاختبارين.

أ) تعيين قيم $Y$:

$Y(\Omega) = \{ -40 ; x - 20 ; 2x \}$

ب) قانون احتمال $Y$:

| $y_i$ | $-40$ | $x-20$ | $2x$ |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | $961/1296$ | $310/1296$ | $25/1296$ |

ج) عين الأمل الرياضي $E(Y)$ بدلالة $x$:

$$E(Y) = \frac{360\,x - 58040}{1296}$$

د) تعيين قيم للعدد $x$ حيث: $E(Y) \geq 0$ :

$E(Y) \geq 0$ يكافئ $360\,x - 58040 \geq 0$ يكافئ $x \geq 161{,}24$

قيم $x$ حيث: $E(Y) \geq 0$ هي الأعداد الطبيعية الأكبر أو تساوي $162$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## تمرين 7 1:

كيس به 5 كرات حمراء تحمل الاعداد 2 ،2.2.2.-3 ، أربع كرات خضراء تحمل الأعداد 3 ، 3 ، 3 ، 2- وكرة زرقاء تحمل العدد 1- .

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد .

1- أحسب احتمال الحصول على :

أ – كرتين من نفس اللون .

ب – كرتين من لونين مختلفين .

ج - كرتين تحملان عددين جداءهما سالبا .

2- نعرف من اجل كل سحبة من السحبات السابقة المتغير العشوائي $x$ كمايلي :

- اذا سحبنا كرتين تحملان نفس العدد نرفق لها العدد نفسه .
- اذا سحبنا كرتين تحملان عددين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .

- عين قيم المتغير العشوائي $x$ .
- عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $x$ ، ثم أحسب أمله الرياضياتي .

## الحل:

1-أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$$C_{10}^2 = 45$$

ب- $A$ حادثة الحصول على " كرتين من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_5^2+C_4^2}{45} = \frac{10+6}{45} = \frac{16}{45}$$

$B$ حادثة الحصول على " كرتين من لونين مختلفين "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_1^1\times C_5^1+C_5^1\times C_4^1+C_1^1\times C_4^1}{45} = \frac{29}{45}$$

$C$ حادثة الحصول على " كرتين تحملان عددين جداءهما سالبا "

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_7^1\times C_3^1}{45} = \frac{21}{45}$$

2—تعيين قيم $x$ : $x = \{-2,-1,2,3\}$

$$P(x=-2) = \frac{C_2^2}{45} = \frac{1}{45}$$

$$P(x=-1) = \frac{C_1^1\times C_2^1}{45} = \frac{2}{45}$$

$$P(x=2) = \frac{C_3^2+C_3^1\times C_1^1+C_3^1\times C_2^1}{45} = \frac{12}{45}$$

$$P(x=3) = \frac{C_4^2+C_3^1\times C_4^1+C_4^1\times C_2^1+C_4^1\times C_1^1}{45} = \frac{30}{45}$$

| $x$ | -2 | -1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p(x=xi)$ | $\frac{1}{45}$ | $\frac{2}{45}$ | $\frac{12}{45}$ | $\frac{30}{45}$ |

ج—حساب الامل الرياضي :

$$E(x) = \frac{22}{9}$$

## تمرين 18:

يحتوي كيس على 3 كرات خضراء تحمل الرقم 0 كرتين حمراوين تحملان الرقم 5

وكرة سوداء تحمل الرقم $y$ حيث ($y$ عدد طبيعي غير معدوم و يختلف عن 5 و 10 )

كل الكريات لانميز بينها عند اللمس .

نسحب في آن واحد ثلاث كرات من الكيس .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

1 - ما احتمال الحصول على :

$A$- 3 كرات من نفس اللون ؟

$B$ – - 3 كرات ألوانها مختلفة ؟

$C$ كرتان فقط من نفس اللون ؟

3- ليكن $x$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث .

- أ- عين قانون الاحتمال ثم الامل الرياضي بدلالة $y$
- ب- ماهي قيمة $y$ حتى يكون : $E(x) = 20$

**الحل:**

أ-الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :

$C_6^3 = 20$

ب- $A$ حادثة الحصول على "3 كرات من نفس اللون "

أي 3 كرات خضراء

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3}{20} = \frac{1}{20}$$

$B$ حادثة الحصول على " 3 كرات ألوانها مختلفة "

اي واحدة خضراء و واحدة حمراء و واحدة سوداء

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{20} = \frac{6}{20}$$

$C$ حادثة الحصول على " كرتان فقط من نفس اللون "

اي : كرتين خضراوين و 1 من البقية

أو

كرتين حمراوين و 1 من البقية .

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^2 \times C_3^1 + C_2^2 \times C_4^1}{20} = \frac{13}{20}$$

2—تعيين قيم $x$ : $x = \{0,5,10,y,y+5,y+10\}$

3 كرات خضراء

$$P(x=0) = P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3}{20} = \frac{1}{20}$$

$P(x=5) = \frac{C_3^2 \times C_2^1}{20} = \frac{6}{20}$ (اي كرتين خضراوين وواحدة حمراء )

$P(x=10) = \frac{C_2^2 \times C_3^1}{20} = \frac{3}{20}$ (كرتين حمراوين وواحدة خضراء )

$(x=y) = \frac{C_3^2 \times C_1^1}{45} = \frac{3}{20}$ (اي 2 خضراوين و واحدة سوداء )

$P(x=y+5) = \frac{C_3^1 \times C_2^1 \times C_1^1}{45} = \frac{6}{20}$ (اي واحدة خضراء و واحدة حمراء و واحدة سوداء )

$(x=y+10) = \frac{C_2^2 \times C_1^1}{45} = \frac{1}{20}$ (اي 2حمراوين و واحدة سوداء )

| $x$ | 0 | 5 | 10 | $y$ | $y+5$ | $10+y$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p(x=xi)$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{6}{20}$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{6}{20}$ | $\frac{1}{20}$ |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

ج- كتابة الامل الرياضي بدلالة $y$ وقيمة $y$ حتى يكون : $E(x) = 20$ :

$$E(x) = \left(0 * \frac{1}{20}\right) + \left(5 * \frac{6}{20}\right) + \left(10 * \frac{3}{20}\right) + \left(y * \frac{3}{20}\right) + \left((y+5) * \frac{6}{20}\right) + \left((y+10) * \frac{1}{20}\right) = 20$$

بعد التبسيط نجد :

$$E(x) = \frac{1}{2}y + 5$$

قيمة $y$ حتى يكون : $E(x) = 20$ :

$E(x) = \frac{1}{2}y + 5 = 0$ أي : $y = 30$ .

## تمرين 19:

تستقبل ثانوية التلاميذ الجدد المتوجهين الى السنة الأولى ثانوي من ثلاث متوسطات $M_1$ ، $M_2$ ، $M_3$ من بينهم 30 % من $M_1$ ، 15 % من $M_2$ ، والباقي من $M_3$ .

في أخر سنة نحصي عدد التلاميذ الذين يعيدون السنة

10% من تلاميذ المتوسطة $M_1$ يعيدون السنة .

25 % من تلاميذ المتوسطة $M_2$ يعيدون السنة .

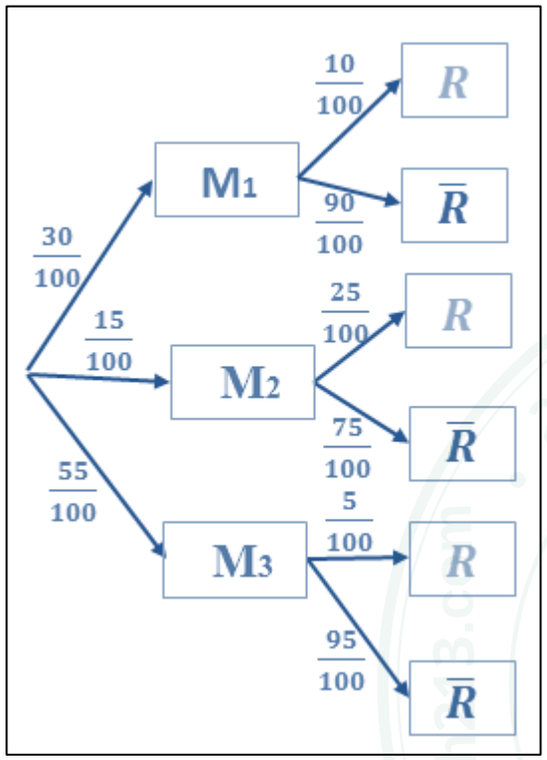
5 % من تلاميذ المتوسطة $M_3$ يعيدون السنة .

نسمي $R$ " التلميذ الذي يعيد السنة "

نختار عشوائيا تلميذا من السنة أولى

1- شكل شجرة الإحتمالات .
2- مااحتمال أن يكون التلميذ المختار معيدا للسنة ؟
3- ما احتمال أن يكون التلميذ المختار من المتوسطة $M_3$ علما أنه معيد للسنة ؟

## 4- الحل:




التلميذ الذي يعيد السنة: $R$

التلميذ الذي ينجح: $\bar{R}$

احتمال أن يكون التلميذ المختار معيدا للسنة :

$$R = (M_1 \cap R) \cup (M_2 \cap R) \cup (M_3 \cap R)$$

باستعمال نظرية الإحتمالات الكلية :

$$P(R) = P(M_1 \cap R) \cup P(M_2 \cap R) \cup P(M_3 \cap R)$$

$$P(R) = \left(\frac{30}{100} \times \frac{10}{100}\right) + \left(\frac{15}{100} \times \frac{25}{100}\right) + \left(\frac{55}{100} \times \frac{5}{100}\right)$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

$$P(R) = 0.095$$

احتمال أن يكون التلميذ المختار من المتوسطة $M_3$ علما انه معيد للسنة أي حساب الاحتمال الشرط

$$P_R(M3) = \frac{P(M3 \cap R)}{P(R)}$$

$$P_R(M3) = \frac{\left(\frac{55}{100} \times \frac{5}{100}\right)}{0.095} = 0.29$$

## تمرين 20:

الرقم السري لبطاقة بنكية عبارة عن عدد مكون من أربع ارقام مأخوذة من المجموعة $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ .

1- كم رقما سريا يمكن تشكيله ؟
2- الرقم السري للبطاقة مختار بطريقة عشوائية عن طريق الكمبيوتر .
- أحسب احتمال كل الحوادث التالية :
- $A$ " الرقم السري عبارة عن عدد زوجي " .
- $B$ –" الرقم السري مكون من الارقام الزوجية فقط " .
- $C$ - " الرقم السري يشمل مرة واحدة الرقم 1 " .
- $D$ -" الرقم السري مكون من ارقام مختلفة "

**الحل:**

1- عدد الارقام السرية هي : $n^p = 9^4 = 6561$
2- الرقم السري عبارة عن عدد زوجي:

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3 + 1^1 \times 9^3}{9^4} = \frac{4}{9}$$

3- الرقم السري مكون من الارقام الزوجية فقط :

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{4^4}{9^4} = \frac{256}{6561}$$

4- الرقم السري يشمل مرة واحدة الرقم 1 :

$$P(C) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3 + 1^1 \times 8^3}{9^4} = \frac{2048}{6561}$$

5- الرقم السري مكون من ارقام مختلفة :

$$P(D) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{A_9^4}{9^4} = \frac{3024}{6561}$$

## تمرين 21:

1- يحتوي كيس $U_1$ على 5 كرات ، ثلاث منها تحمل الرقم 2 وكرتان تحملان الرقم 3 .

ويحتوي كيس ثاني $U_2$ على 5 كرات : ثلاث منها بيضاء واثنان حمراء لايمكن التمييز بينها

- نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس $U_1$ ونسجل رقمه ، ثم نسحب عشوائيا و في آن واحد n كرة من الكيس $U_2$ بحيث n هو الرقم الذي تحمله الكرة المسحوبة من الكيس $U_1$ .

أ- ماهو إحتمال الحصول على ثلاثة كرات بيضاء .
ب- ماهو إحتمال الحصول على كرتين حمراء علما ان رقم الكرة المسحوبة من $U_1$ هو 3 .

2- ليكن $x$ المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة
أ- ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي $x$ .
ب- بين أن : $P(x=0) = \frac{11}{50}$
ت- حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي $x$ .
ث- أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $x$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

**الحل:**

1- إحتمال الحصول على ثلاثة كرات بيضاء :

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{50}$$

2- إحتمال الحصول على كرتين حمراء علما ان رقم الكرة المسحوبة من $U_1$ هو 3 :

$$P_B(R) = \frac{p(R \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2 \times C_3^1}{C_5^3}}{\frac{C_2^1}{C_5^1}} = \frac{3}{10}$$

- القيم الممكنة ل $x$ : بما أن عدد الكرات الحمراء هو 2 فانه مهما كانت قيمة $n$ (2 او 3 ) فإن عدد الكرات الحمراء التي يمكن سحبها في آن واحد هي : 0 او 1 او 2
- تبيان أن : $P(x=0) = \frac{11}{50}$

الحادثة : $(x=0)$ معناه عدم سحب اي كرة حمراء اذا :

سحب كرة تحمل الرقم 2 من U1 وسحب كرتين بيضاويتين من U2

أو سحب كرة تحمل الرقم 3 من U1 وسحب 3 كرات بيضاء من U2

ومنه : $P(x=0) = \left(\frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^2}{C_5^2}\right) + \left(\frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^3}{C_5^3}\right) = \frac{11}{50}$

3- قانون الاحتمال :

$$P(x=1) = 1 - \left(\frac{11}{50} + \frac{9}{50}\right) = \frac{30}{50}$$

$$P(x=2) = \left(\frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2}{C_5^2}\right) + \left(\frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2 \times C_3^1}{C_5^3}\right) = \frac{9}{50}$$

| $x$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p(X=xi)$ | $\frac{11}{50}$ | $\frac{30}{50}$ | $\frac{9}{50}$ |

ج- حساب الامل الرياضياتي : $E(x)$ :

$$E(x) = \left(0 * \frac{11}{50}\right) + \left(1 * \frac{30}{50}\right) + \left(2 * \frac{9}{50}\right) = \frac{24}{25}$$

**تمرين 22:**

لدينا كيسان يحتوي كل منهما على 5 كرات ، كرات الكيس الأول تحمل على التوالي الأرقام : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 وكرات الكيس الثاني تحمل على التوالي الأرقام : 1 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3

1- نسحب عشوائيا كرة من كل كيس و نعتبر المتغير العشوائي $x$ الذي يساوي مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين .

أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي $x$ ؟

ب- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي $x$ ؟

ت- أحسب احتمال الحصول على مجموع زوجي ؟

2- نكرر عملية السحب السابقة أربع مرات مع ارجاع الكرية المسحوبة الى الكيس المسحوبة منه في كل مرة .

- ما هو احتمال الحصول على ثلاثة مجاميع زوجية بالضبط ؟

**الحل:**

أ- القيم التي ياخذها $x$

الجدول التالي يعطي في كل حالة مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين :



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

| سحبة 1 / سحبة 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |

القيم الممكنة هي : 2 ، 3 ، 4 ، 5

أ- قانون الاحتمال :

من الجدول نستنتج أن :

$$P(x=2)=\frac{2}{25}$$

$$P(x=3)=\frac{7}{25}$$

$$P(x=4)=\frac{10}{25}$$

$$P(x=5)=\frac{6}{25}$$

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $p(X=k)$ | $\frac{2}{25}$ | $\frac{7}{25}$ | $\frac{10}{25}$ | $\frac{6}{25}$ |

ج – احتمال الحصول على مجموع زوجي :

هذا الاحتمال هو :

$$P(s)=P(x=2)+P(x=4)=\frac{2}{25}+\frac{10}{25}=\frac{12}{25}$$

1.احتمال الحصول على ثلاثة مجاميع زوجية بالضبط :

$$C_4^3\left(\frac{12}{25}\right)^3\left(1-\frac{12}{25}\right)^1 \quad \text{أي} : \quad \frac{89856}{390625}$$

## تمرين 23:

ثلاث صناديق $A,B,C$ يحوي كل منها 10 كريات متماثلة بحيث :

الصندوق $A$ يحوي : كرتين حمراء و 8 خضراء

الصندوق $B$ يحوي : 3 كريات حمراء و 7 خضراء

الصندوق $C$ يحوي : 4 كريات حمراء و 6 خضراء

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق ونسحب منه عشوائيا كرية واحدة .

1- شكل شجرة الاحتمالات لهذه الوضعية .
2- ماالاحتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء ؟
3- ماالاحتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء و آتية من الصندوق الأول ؟
4- اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الأول ؟

## الحل:

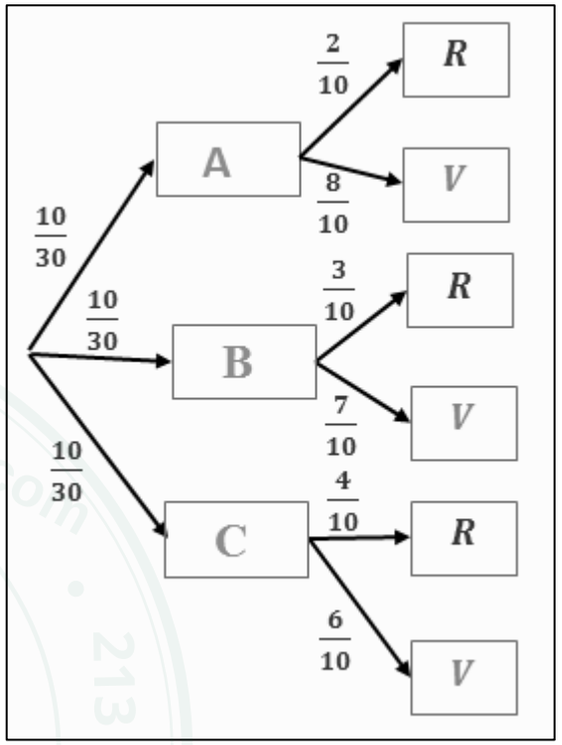
1 – شجرة الاحتمالات :

نرمز الى الكرية الحمراء ب : $R$

نرمز الى الكرية الخضراء ب : $V$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com




2 - احتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء هي :

$$P(R)=\frac{10}{30}\times\frac{2}{10}+\frac{10}{30}\times\frac{3}{10}+\frac{10}{30}\times\frac{4}{10}=\frac{9}{30}$$

3.احتمال ان تكون الكرية المسحوبة حمراء و آتية من الصندوق الأول هي :

$$P(R\cap A)=\frac{10}{30}\times\frac{2}{10}=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$$

4.حساب احتمال اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء علما انها قد سحبت من الصندوق الأول

$$P_R(\mathrm{A})=\frac{P(\mathrm{A}\cap R)}{P(R)}$$

$$P_R(\mathrm{A})=\frac{\frac{1}{15}}{\frac{9}{30}}=\frac{2}{9}$$

## تمرين 24:

**التمرين [1][باك علوم تجريبية 2019][م1] [4 ن]---- كتابة: ذ-ب**

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و كرية واحدة تحمل الرقم 2 و سبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 . ( كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس )

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين $A$ و $B$ حيث :

$A$ : " سحب كريتين من نفس اللون " ، $B$ : " سحب كريتين تحملان نفس الرقم "

1) بيّن أن إحتمال الحادثة $A$ هو $P(A)=\frac{31}{66}$ و احسب إحتمال الحادثة $B$ .

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

3) ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي و أحسب أمله الرياضياتي .

**الحل:**

عدد السحبات الممكنة : $C_{12}^{2}=\frac{12!}{2!(12-2)!}=66$ .

1) تبيان أن إحتمال الحادثة $A$ هو $P(A)=\frac{31}{66}$ :

$A$ : " سحب كريتين من نفس اللون "



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$P(A)=\frac{C_5^2+C_7^2}{66}=\frac{10+21}{66}=\frac{31}{66}$$

• حساب إحتمال الحادثة $B$ :

$B$ : " سحب كريتين تحملان نفس الرقم "

$$P(B)=\frac{C_8^2+C_4^2}{66}=\frac{28+6}{66}=\frac{34}{66}=\frac{17}{33}$$

2) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما إحتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

لدينا : $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ و $P(A\cap B)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_4^2}{66}=\frac{15}{66}$ و منه

$$P_A(B)=\frac{\frac{15}{66}}{\frac{31}{66}}=\frac{15}{31} .$$

3) ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

لدينا : $X\in\{3;4;5\}$ .

$P(X=3)=\frac{C_5^2}{66}=\frac{10}{66}$ ، $P(X=4)=\frac{C_5^1\times C_7^1}{66}=\frac{35}{66}$ ،

$P(X=5)=\frac{C_7^2}{66}=\frac{21}{66}$

قانون الإحتمال:

| $X_i$ | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|
| $P(X=X_i)$ | $\frac{10}{66}$ | $\frac{35}{66}$ | $\frac{21}{66}$ |

ب - حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$ :

$$E(X)=3\times\frac{10}{66}+4\times\frac{35}{66}+5\times\frac{21}{66}=\frac{275}{66}$$

## تمرين 25:

### التمرين [1][باك علوم تجريبية 2019][م1] [4 ن]--- كتابة: ذ-ب

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها كريتان تحملان الرقم 0 و ثلاث تحمل الرقم 1 و الكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

1) عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي $X$ ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$ .

2) بيّن أن إحتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$ .

3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع .

ما إحتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداؤهما زوجي ؟

**الحل:**

عدد السحبات الممكنة : $C_{10}^3=\frac{10!}{3!(10-3)!}=120$ .

1) $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة .

لدينا : $X\in\{0;1;2;4;8\}$ .

$P(X=0)=\frac{C_2^1\times C_8^2+C_2^2\times C_8^1}{120}=\frac{64}{120}$ ،

$P(X=1)=\frac{C_3^3}{120}=\frac{1}{120}$ ، $P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_5^1}{120}=\frac{15}{120}$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com • نجاح 213 • najah213.com • نجاح 213 • najah213.com • نجاح 213 •

نعلم أن $B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$ إذن

$$p(B) = p(B_1) \cup p(B_2) \cup p(B_3)$$
$$= \frac{1+C_5^4+C_5^3}{2^5} = \frac{1}{2}$$

3) نسمي الحادثة C " ثلاثة أطفال على الأقل من نفس الجنس متتابعون "

و اعتبرنا الإناث مثلا يكون لدينا $\{FFFGG, GFFFG, GGFFF, GFFFF, FFFFF\}$

نفس الشيء بالنسبة للذكور و بالتالي

$$p(C) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$$

## تمرين 27:

حساب الإحتمالات الشرطية باستعمال الشجرة ( العنكبوتية )

نعتبر صندوقين أحدهما $U_1$ يحوي 5 كرات خضراء و 3 كرات حمراء و الآخر $U_2$ يحوي 3 كرات خضراء

و 6 كرات حمراء . كل الكرات لا نميز بينها باللمس .

ترمي حجر نرد مكعب غير مزور ، مرقم من 1 الى 6 . إذا تحصلنا على أحد الرقمين 5 أو 6 نسحب كرة

عشوائيا من الصندوق $U_1$ و في الحالات الأخرى نسحب كرة من الصندوق $U_2$

نسمي A الحادثة " الكرة المسحوبة خضراء " و نسمي الحادثة B " نحصل على أحد الرقمين 5 أو 6 "

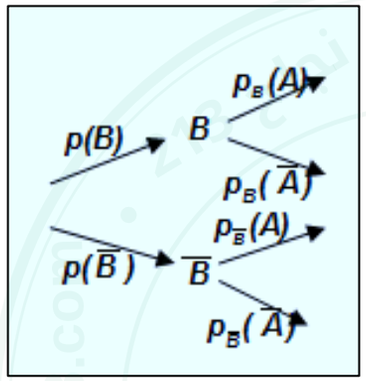
1) أحسب $p(B)$ ( $p(\overline{B})$

2) أحسب $p_B(A)$ و استنتج $p_B(\overline{A})$

3) أحسب $p_{\overline{B}}(A)$ و استنتج $p_{\overline{B}}(\overline{A})$

4) أكمل الشجرة بالقيم العددية المحصل عليها

5) استنتج $p(A)$




## الحل:

1) النرد غير مزور ( حالة تساوي احتمال ) ومنه $p(B) = \frac{1}{3}$ ; $p(\overline{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2) إذا تحققت B فإن السحب يتم من الصندوق $U_1$ و في هذه الحالة احتمال الحصول على كرة خضراء هو $\frac{5}{8}$

( لاننا في حالة تساوي احتمال ) أي $p_B(A) = \frac{5}{8}$ و بالتالي $p_B(\overline{A}) = \frac{3}{8}$

3) إذا تحققت $\overline{B}$ يتم السحب من الصندوق $U_2$ و منه $p_{\overline{B}}(A) = \frac{1}{3}$ و بالتالي

$p_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{2}{3}$

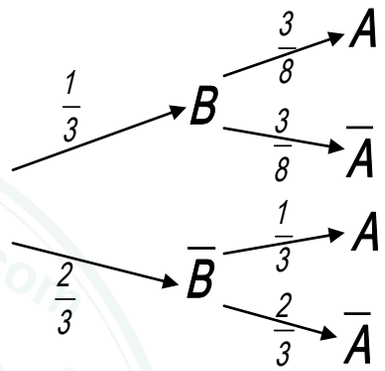
4) $p(A) = p(B) \times p_B(A) + p(B) \times p_{\overline{B}}(A)$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$p(A) = \frac{1}{3}\times\frac{5}{8}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}(\frac{5}{8}+\frac{2}{3})$$
$$=\frac{31}{72}$$




## تمرين 28:

1) A و B حادثتان مستقلتان . بين أن

أ) $\overline{B}$ A مستقلتان ب) B $\overline{A}$ مستقلتان ج) $\overline{B}$ $\overline{A}$ مستقلتان

2) يرمي قاذفان T و S في نفس الوقت هدفا معينا . الحادثتان S " A يصيب الهدف " . B " T يصيب الهدف"

مستقلتان و احتمالاهما $p_S=\frac{4}{5}$ و $p_T=\frac{7}{8}$ على الترتيب

- أحسب إحتمال الحوادث التالية :

أ) S و T يصيبان الهدف ب) S فقط بصيب الهدف ج) الهدف لم يصب د) الهدف يصاب

هـ) قاذف واحد يصيب الهدف.

## الحل:

1) أ) لدينا $p(A\cap\overline{B})=p(A)-p(A\cap B)$ لأن $A\cap\overline{B}=A-A\cap B$

و منه $p(A\cap\overline{B})=p(A)-p(A)\times p(B)$ **و بالتالي**

$$p(A\cap\overline{B})=p(A)[1-p(B)]$$

**أي** $p(A\cap\overline{B})=p(A)\times p(\overline{B})$

ب) بنفس الطريقة نجد $p(\overline{A}\cap B)=p(\overline{A})\times p(B)$

**ج) لدينا**

$$p(\overline{A}\cap\overline{B})=p(\overline{A\cup B})=1-p(A\cup B)=1-[p(A+p(B)-p(A\cap B)]$$

**أي**

$$p(\overline{A}\,\overline{\cap}\,\overline{B})=1-P(A)-p(B)+p(A)\times p(B)$$
$$=(1-p(A))(1-p(B))=p(\overline{A})\times p(\overline{B})$$

2) أ) $p=p_S\times p_T=\frac{7}{10}$ ب) $p=p_S(1-p_T)=\frac{4}{5}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{10}$ ج)

$$p=(1-p_S)(1-p_T)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{40}$$

د) $p=p_S+p_T-p_S\times p_T=\frac{4}{5}+\frac{7}{8}-\frac{7}{10}=\frac{37}{40}$ هـ)

$$p=p_S(1-p_S)+p_T(1-p_T)=\frac{11}{40}$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com • 213 نجاح • najah213.com • 213 نجاح • najah213.com • 213 نجاح • najah213.com

## تمرين 29:

لصيانة أجهزة التدفئة تراقب شركة عن بعد خلال فصل الصيف الأجهزة .

من الأجهزة هي تحت الضمان . من بين الأجهزة التي تحت % نعلم أن 20 الضمان يكون احتمال عدم صلاحية أحداها $\frac{1}{100}$ ، و من بين الأجهزة التي ليست تحت الضمان يكون احتمال عدم صلاحية أحدها $\frac{1}{10}$ .

الحادثة " المدفئة تحت الضمان "Gنسمي

1) أحسب احتمال الحوادث التالية :

" المدفئة غير صالحة B " المدفئة تحت الضمان و هي غير صالحة " A ، "

2) في سكن ما المدفئة غير صالحة . بين أن احتمال أنها تحت الضمان هو $\frac{1}{41}$

3) المراقبة مجانية إذا كانت المدفئة تحت الضمان ، و يقدر ثمن المراقبة بـ 800 DA إذا كانت المدفئة ليست تحت الضمان و هي صالحة بينما يقدر بـ 2800 DA. إذا كانت المدفئة ليست تحت الضمان و هي صالحة.

المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة ثمن تكلفة مراقبة مدفئة . عين Xليكن و أمله الرياضياتي .Xقانون احتمال

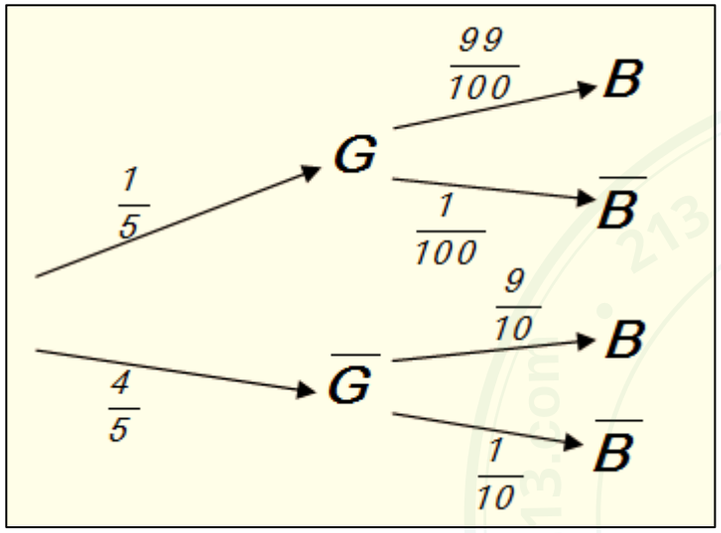
## الحل:

1) $P(A)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{100}=\frac{1}{500}$

$P(B)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{100}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{41}{500}$

2) $P_B(G)=\frac{P(G\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{1}{41}$

3) $E(X)=800\times\frac{18}{25}+2800\times\frac{2}{25}=800DA$.




## تمرين 30:

صندوق يحوي كريتين لا نميز بينهما في اللمس ، إحداهما بيضاء و الأخرى سوداء . نسحب 3 مرات و بالإرجاع

N و للكرية السوداء بالرمز B كرية واحدة . نرمز للكرية البيضاء بالرمز

مجموعة المخارج هي

$E=\{BBB,BBN,BNB,NBB,BNN,NBN,NNB,NNN\}$

إذا كان سحب الكرية البيضاء يؤدي إلى ربح 20 دينارا و سحب الكرية السوداء يؤدب إلى خسارة 10 دنانير

فإن الدالة $X:E\to\mathbb{R}$ التي ترفق بكل مخرج الربح المناسب تأخذ القيم : 60 ، 30 ، 0 ، -30



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com
najah213.com • 213 نجاح • najah213.com • 213 نجاح • najah213.com • 213 نجاح • najah213.com

najah213.com · نجاح 213

( مثل 30 ) يمكن اعتبار الحادثة X و لكل قيمة لـ

$(X=30)=\{BBN,BNB,NBB\}$ التي احتمالها $\left(\frac{3}{8}\right)$

**الحل:**

Xنحصل على قانون احتمال جديد على المجموعة $E'=X(E)$ نسميه قانون المتغير

| الربح $x_i$ | -30 | 0 | 30 | 60 |
|---|---|---|---|---|
| الإحتمال $p_i=p(X=x_i)$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

Xالامل الرياضياتي لـ

$$E(X)=-30\times\frac{1}{8}+0\times\frac{3}{8}+30\times\frac{3}{8}+60\times\frac{1}{8}$$
$$=\frac{120}{8}=15$$

التباين هو

$$Var(X)=\frac{1}{8}(-30-15)^2+\frac{3}{8}(0-15)^2+\frac{3}{8}(30-15)^2+\frac{1}{8}(60-15)^2$$
$$=\frac{5400}{8}=675$$

و يمكن حساب $Var(X)$ بالقانون $Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2$

الإنحراف المعياري هو

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{Var(X)}}$$
$$=\sqrt{675}\simeq 25,98$$

بالتوفيق في دورة 2020

أ.شعبان

"ان كان هناك توفيق فهو من الله عزو جل

و ان وجد خطا فهو مني و من الشيطان"

اذا ورد خطا مطبعي عليكم بتبليغنا على بريد الصفحة...شكرا






فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com