najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية و التعليم لولاية تيزي وزو

المستوى: ثالثة ثانوي شعبة علوم تجريبية — السنة الدراسية: 2025-2026

اعداد الأستاذ: صايب مهنى — المدة: ساعة و 15 دقيقة

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

(يتألف الموضوع من صفحتين)

نص التمرين: (20 نقطة)

الجزء الأول:

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $R-\{-1\}$ بالعبارة التالية:

$$g(x)=a-\frac{b}{(x+1)^2}$$

حيث a,b ثوابت حقيقية تختلف عن 0

و ليكن (Cg) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-عين الثوابت a,b علما أن:

-(Cg)يقطع حامل محور التراتيب في النقطة: (0,-4).

-(Cg) يقطع حامل محور التراتيب في النقطة: $(\sqrt{5}-1,0)$.

2-ادرس اشارة الدالة: g

الجزء الثاني:

لنعتبر الدالة f المعرفة كالتالي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x+1}\,;x>-1 \\ f(x)=\dfrac{2}{3}x^3-x^2-12x\,;x\leq -1 \end{cases}$$

و ليكن (Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أحسب: $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)$

2-هل الدالة f مستمرة عند: $x=-1$ ؟

3-شكل جدول تغيرات الدالة f.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4-بين أن (Cf) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) جوار $+\infty$.

5-أدرس الوضع النسبي للمنحنى:(Cf) و المستقيم (D).

6-بين ان (Cf) يقطع حامل محور الفواصل في ثلاثة نقاط مختلفة منها :

$$-3.56 < \alpha < -3.558$$

7-أرسم:(Cf) و(D) على المجال $]-1,+\infty[$

الجزء الثالث:

لنعتبر الدالة kالمعرفة كالتالي:

$$k(x) = \frac{x - 3\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$$

و ليكن (Ck) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أجب فيما يلي بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1-الدالةk معرفة على كل R.

2-الدالة k متناقصة تماما على مجموعة تعريفها.

3-المنحنى (Ck) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة.

4- $\lim_{x\to+\infty} k(x) = 1$.

انتهى

بالتوفيق

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الاجابة النموذجية:

03/03

التمرين الأول:

① تعيين الثوابت a و b.

- (C_g) يقطع حامل محور التراتيب في النقطة $(0,-4)$ معناه:
$g(0)=-4$

- (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة $(\sqrt{5}-1,0)$ معناه:
$g(\sqrt{5}-1)=0$

إذن:

$g(0)=-4 \Leftrightarrow a-b=-4$ ... ①

0,5

$g(\sqrt{5}-1)=0 \Leftrightarrow a-\frac{b}{(\sqrt{5}-1+1)^2}=0$

$a-\frac{b}{(\sqrt{5})^2}=0 \Leftrightarrow a-\frac{b}{5}=0$ ②

$a-b=-4 \Leftrightarrow a=b-4$ ③ : ① من

نعوض ③ في ② :

$b-4-\frac{b}{5}=0$

$b-\frac{b}{5}=4 \Leftrightarrow b\left(1-\frac{1}{5}\right)=4$

$\frac{4}{5}b=4$

$\frac{1}{5}b=1$

0,25 $\boxed{b=5}$

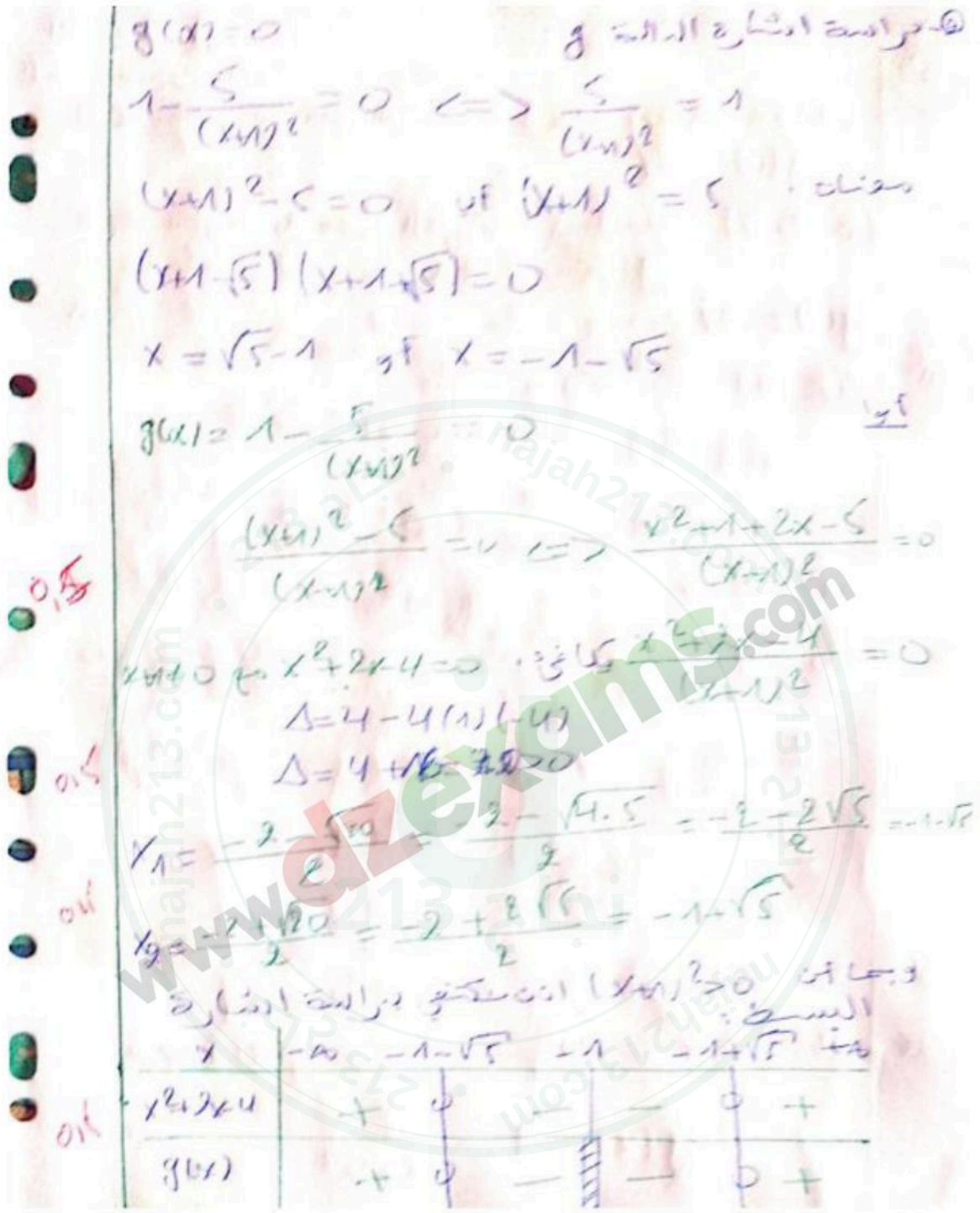
0,25 $\boxed{a=5-4=1}$

نعوض في ③ :

إذن: $g(x)=1-\frac{5}{(x+1)^2}$

www.dzexams.com

najah213.com · نجاح 213



-06-

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

12/12

الجزء الثاني

① - حساب النهايات:

0,5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-3x+1}{x+1}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{x}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$

0,5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2}{3}x^3 - x^2 - 12x\right) = \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{3}x^3 = -\infty$

② - دراسة استمرارية الدالة f عند $x=-1$:

لنحسب نهاية الدالة f على يسار (-1).

0,5 $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = f(-1) = -\frac{2}{3} - 1 + 12 = \frac{31}{3} \simeq 10,33$

بما أن الدالة $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 12x$ معرفة على يسار (-1)

لنحسب نهاية الدالة f على يمين (-1): نستعمل الدالة f

التي عبارتها $f(x) = \frac{x^2-3x+1}{x+1}$

0,5 $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-1}(x^2-3x+1) = 1+3+1 = 5^+\\ \lim\limits_{x\to-1}(x+1) = 0\end{cases}$

لأن $x > -1$ ومنه $x+1 > 0$ فإن: نرمز للإشارة بالمقام.

$\lim\limits_{x\to-1} f(x) = +\infty$ ومنه $\frac{5}{\text{موجب}} = +\infty$

نلاحظ أن: $\lim\limits_{x\to-1} f(x) \neq \lim\limits_{x\to-1} f(x)$

0,25 $x=-1$ لذن الدالة f غير مستمرة عند

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

② تشكيل جدول تغيرات الدالة f.
← لتدرس اشارة الدالة f.
لما $x \in]-1,+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{(x^2-3x+1)'(x+1) - (x+1)'(x^2-3x+1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{(2x-3)(x+1) - x^2+3x-1}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2x^2+2x-3x-3-x^2+3x-1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+2x-4}{(x+1)^2} = g(x)$$

اذن اشارة f' من اشارة g،

x	-1		$-1+\sqrt{5}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$f(-1+\sqrt{5})$	↗	$+\infty$

اذن، لما $x \in]-1,-1+\sqrt{5}]$
الدالة f متناقصة تماما
ولما $x \geq -1+\sqrt{5}$
الدالة f متزايدة تماما.
لما، $x \leq -1$.

$$f'(x) = (\tfrac{2}{3}x^3 - x^2 - 12x)'$$

$$= 2x^2 - 2x - 12$$

لندرس اشارة $(2x^2-2x-12)$:

$f'(x) = 0$

$2x^2-2x-12 = 0 \iff x^2 - x - 6 = 0$

$\Delta = 1 - 4(1)(-6)$

$\Delta = 1 + 24 = 25 > 0$

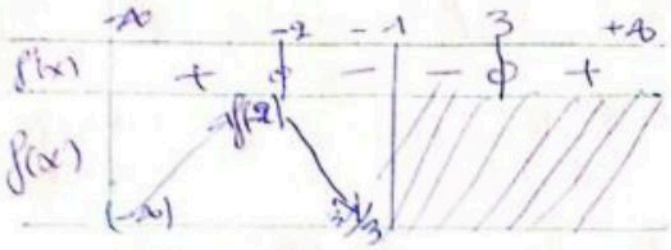
اذن يوجد حلان:

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{25}}{2} = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{1+\sqrt{25}}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



ومنه: $x \in]-\infty,-2[$ الدالة f متزايدة تماما

و $x \in [-2,-1]$ الدالة f متناقصة تماما.

④- نبين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) جوار $+\infty$

معادلته: $y = ax+b$ بالبحث عن a.

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{f(x)}{x}\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2-3x+1}{x^2+x}\right]$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2}{x^2}\right] = 1$$

إذن: $\boxed{a=1}$

بالبحث عن b:

$$b = \lim_{x\to+\infty}[f(x)-ax] = \lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2-3x+1-x^2-x}{x+1}\right]$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{-4x+1}{x+1}\right] = \lim_{x\to+\infty}\frac{-4x}{x} = -4$$

إذن: $\boxed{b=-4}$

منه معادلة: $\boxed{(D): y=x-4}$

• نبين وجود مستقيم مقارب مائل (D) جوار $+\infty$:

هاسبق وجدنا: $\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty}$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

⑤ - دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (D)، نرس اشارة الفرق: $f(x) - y_D$

$$f(x) - y_D = \frac{x^2-3x+1}{x+1} - x + 4 = \frac{x^2-3x+1+(x+1)(-x+4)}{x+1}$$

$$= \frac{x^2-3x+1+(-x^2+4x-x+4)}{x+1}$$

$$= \frac{x^2-3x+1+(-x^2+3x+4)}{x+1}$$

$$= \frac{x^2-3x+1-x^2+3x+4}{x+1} = \frac{5}{x+1}$$

01ن

$x > -1$ فإن $x+1 > 0$ معناه نكتفي بدراسة اشارة البسط، و $5 > 0$ معناه $f(x) - y_D > 0$.

1/ $\boxed{x > -1}$ ، إذن (C_f) يقع فوق (D)

⑥ - نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل:

أي حلول المعادلة: $f(x) = 0$ حيث $f(x) = 0$ في المجال $]-1, +\infty[$

$x^2 - 3x + 1 = 0$; $x + 1 \neq 0$

$\Delta = 9 - 4(1)(1) = 9 - 4 = 5 > 0$ إذن يوجد حلان،

1 $x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ / $x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

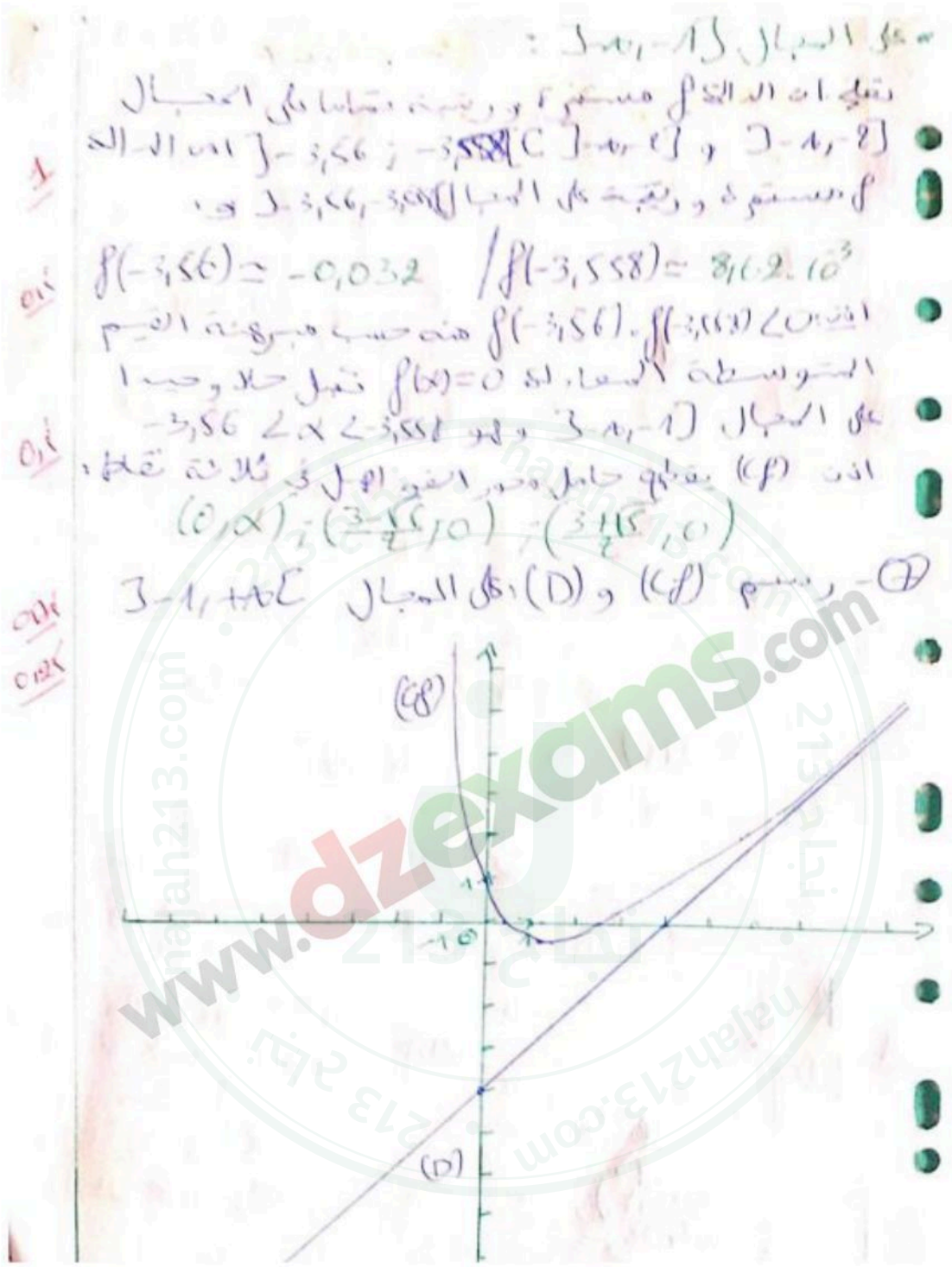
إذن في المجال $]-1, +\infty[$ (C_f) يقطع (OX) في نقطتين.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213



www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجزء الثالث:

① - خطأ / التعليل:

لنجد مجموعة تعريف الدالة K باشتقاق فائدة مركب الدالتين، حيث نلاحظ أن:

$K(x) = f(\sqrt{x})$ و الدالة $x \to \sqrt{x}$ معرفة على المجال $D_f =]-1, +\infty[$ و $D_K = [0, +\infty[$ بالتقاطع بين المجالين نجد أن $[0, +\infty[$

② - خطأ التعليل: على المجال $[0, +\infty[$ الدالة K معرفة و قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ حيث:

$$K'(x) = f'(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})' \cdot f'(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot g(\sqrt{x})$$

نعلم أنه من أجل $x \in D_K$ فإن $\frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ إذن نرس إشارة $g(\sqrt{x})$ ، ما سبق وجدنا أن:

$g(x) = 0$

$x = -1 - \sqrt{5} < 0$; $x = -1 + \sqrt{5}$ ، إذن حلول المعادلة $g(\sqrt{x}) = 0$ هي:

$\sqrt{x} = (-1 + \sqrt{5}) \Leftrightarrow x = (\sqrt{5} - 1)^2$

$\sqrt{x} \neq -1 - \sqrt{5}$ (مرفوض) و

إذن إشارة المشتقة $K'(x)$ من نفس إشارة الدالة g

x	0		$(\sqrt{5}-1)^2$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	ϕ	$+$	
$K'(x)$		$-$	ϕ	$+$	
$K(x)$		$\searrow$	$K(\sqrt{5}-1)$	$\nearrow$	$+\infty$

حيث نحافظ على نفس الإشارة

إذن $x \in [0, (\sqrt{5}-1)^2]$ الدالة K متناقصة تماما

و $x > (\sqrt{5}-1)^2$ الدالة K متزايدة تماما.

جدول التغيرات غير مطلوب.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

③ خط/ التعليل.

$k(x)=0 \iff y-3\sqrt{x}+1=0 \quad ; \quad \sqrt{x}+1\neq 0$

بوضع $t=\sqrt{x}$ نجد: $t^2-3t+1=0$

نستنتج الحلول من الجزء الثاني،

$t_1=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

$t_2=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

اذن: $x_1=\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2$ و $x_2=\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2$

ادت. (Ck) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

④- خطأ في التعليل:
نحسب النهاية باستعمال تركيب دوال.
$k(x) = f(x) \circ u(x)$ اذن $u(x) = \sqrt{x}$

$\lim_{x \to +\infty} u(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

و

$\lim_{x \to +\infty} k(x) = +\infty$

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com