najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية الجزائر وسط
مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة - بوزريعة -

المادّة: الرياضيات
المستوى: الثانية ثانوي

التاريخ: 2019/03/05
المدة: 02 ســـا

اختبار الفصل الثاني

تمرين 01: (05,5 ن)

1) لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;3),(B;3),(C;-2),(D;-2)\}$.

أ. نسمي I منتصف $[AB]$, بيّن أنّ I مرجح الجملة $\{(A;3),(B;3)\}$.

ب. نسمي J منتصف $[CD]$, بيّن أنّ J مرجح الجملة $\{(C;-2),(D;-2)\}$.

ت. استنتج أنّ G مرجح النقطتين I و J.

2) نسمي K مرجح $\{(A;3),(B;3),(C;-2)\}$. بيّن أنّ المستقيمين (KD) و (IJ) متقاطعان في النقطة G.

3) بيّن أنّ الجملة $\{(A;1),(B;-2),(C;1)\}$ لا تقبل مرجح. ثم استنتج أنّ الشعاع: $\vec{V} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ يمكن أن يكتب على الشكل $\vec{V} = 2\overrightarrow{CI}$.

أ. عيّن γ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\vec{V}\|$.

ب. عيّن Δ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\|$

تمرين 02: (04,5 ن) "الجزءان الأول و الثاني مستقلان عن بعضهما"

الجزء الأول : 1. هل العددان الحقيقيان $\frac{-117\pi}{5}$ و $\frac{533\pi}{5}$ يمثلان قيسا رئيسيا لنفس الزاوية؟

2 . بسط ما يلي : أ. $A(x) = cos(3\pi + x) + \sin(11\pi + x) - \cos(\pi - x) - \sin(\pi - x)$.

ب. $B(x) = cos\left(\frac{8\pi}{7} + x\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{7} + x\right) - \cos\left(\frac{6\pi}{7} - x\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{7} - x\right)$.

الجزء الثاني : نعتبر المعادلة $(E_1): 2\,cos(4x) - 1 = 0$.

1) أوجد حلول هذه المعادلة على المجال $]-\pi\,;\,\pi]$.

2) من أجل كل عدد حقيقي x برهن المساواة التالية: $cos(4x) = 8\,cos^4x - 8\,cos^2x + 1$.

تعطي : $\cos 2\alpha = 2(\cos\alpha)^2 - 1$.

أ. نعتبر المعادلة (E_2): $16\,cos^4x - 16\,cos^2x + 1 = 0$.

ب. استنتج أنّ للمعادلتين (E_1) و (E_2) نفس الحلول.

www.ecolerradja.com
0550 92 00 22 / 0561 60 62 09

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 03: (10 ن)

I. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x + 4$.

أ. أحسب $g(-1)$ ثم استنتج تحليلا لـ $g(x)$.

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3+x^2-1}{x^2+1}$.

وليكن (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

2) أحسب مشتقة الدالة f ثم بيّن أنه من أجل كل x من D_f لدينا: $f'(x) = \frac{x(x+1)(x^2-x+4)}{(x^2+1)^2}$.

3) استنتج تغيرات الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) أوجد الأعداد الحقيقية a, b, c, d بحيث: $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+1}$.

5) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل(Δ) معادلته : $y = x + 1$.

6) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل(Δ).

7) أرسم كل من (Δ) و المنحني (C_f).

8) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^3 + (1-m)x^2 - 1 - m = 0$.

9) نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(-x)$.

أ. بيّن كيف يمكن استنتاج (C_g) انطلاقا من منحني (C_f).

ب. أرسم (C_g) منحني الدالة g في نفس المعلم السابق.

وفقكم الله

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تعريف 1

$A \quad I \quad B$

$C \quad J \quad D$

$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow I \{(A,1);(B,1)\}$ (0,25)

و منه I مرجح $\{(A,3),(B,3)\}$

$\vec{IJ} + \vec{ID} = \vec{0} \Rightarrow J \{(C,1);(D,1)\}$ (0,25)

و منه J مرجح $\{(C,-2);(D,-2)\}$ (0,25)

$(A,3)\ (B,3)\ (C,-2)\ (D,-2)$

$(I,6)\qquad (J,-4)$

$(G,2)$ (0,5)

حسب الخاصية التجميعية G مرجح

$\{(I,3);(J,-2)\}$

$\{(A,3);(B,3);(C,-2);(D,-2)\}$

$(k,4)$ (0,5)

حسب الخاصية التجميعية G مرجح

$\{(k,4);(D,-2)\}$ (0,5)

$G \in (IJ) \Leftrightarrow \{(I,3),(J,-2)\}$ G مرجح

$G \in (kD) \Leftrightarrow \{(k,4),(D,-2)\}$ G مرجح (0,5)

و منه المستقيمات (kD) و (IJ) متقاطعان في النقطة G.

(3) الجملة $\{(A,1)\ (B,-2)\ (C,1)\}$ لا تقبل مرجح لأن: $1-2+1=0$ إذن: (0,5)

$\vec{V} = \vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC} = \vec{IA} + \vec{IB} - 2\vec{IC} = 2\vec{CI}$ (0,5)

$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|2\vec{CI}\|$ (I) (0,25)

$4MK = 2CI \Rightarrow MK = \frac{CI}{2}$ (0,25)

(γ) هي دائرة مركزها k و نصف قطرها $\frac{CI}{2}$

$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC} - 2\vec{MD}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$

$2MG = 2MI$ (0,25)

I مرجح $\{(A,1),(B,1)\}$ (0,5)

$MG = MI$ (0,25)

(Δ) هي محور القطعة [GI]

تعريف 2

$-\frac{117\pi}{5} = -\left(23\pi + \frac{2\pi}{5}\right) = -\left(\pi + \frac{2\pi}{5}\right)$

$= -\frac{7\pi}{5} = \frac{3\pi}{5}$ (0,25)

$\frac{533\pi}{5} = 106\pi + \frac{3\pi}{5} = \frac{3\pi}{5}$ (0,25)

نعم يمثلان نفس القيس

$A(x) = \cos(3\pi + x) + \sin(11\pi + x) - \cos(\pi - x)$ (0,25)

$- \sin(\pi - x)$

$A(x) = -\cos x - \sin x + \cos x - \sin x$

$= -2\sin x$ (0,25)

$B(x) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{7} + x\right) + \sin\left(\pi + \frac{\pi}{7} + x\right)$

$- \cos\left(\pi - \frac{\pi}{7} - x\right) + \sin\left(-\left(\frac{\pi}{7} + x\right)\right)$

نضع $\alpha = \frac{\pi}{7} + x$

$B(x) = \cos(\pi + \alpha) + \sin(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)$

$- \sin(-\alpha)$

$= -\cos\alpha - \sin\alpha + \cos\alpha + \sin\alpha$

$= 0$ (0,25)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تعريف 1

$A \quad I \quad B$

$C \quad J \quad D$

$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow I \{(A,1);(B,1)\}$ (0,25)

و منه I مرجح $\{(A,3),(B,3)\}$

$\vec{IJ} + \vec{ID} = \vec{0} \Rightarrow J \{(C,1);(D,1)\}$ (0,25)

و منه J مرجح $\{(C,-2);(D,-2)\}$ (0,25)

$(A,3)\ (B,3)\ (C,-2)\ (D,-2)$

$(I,6)\qquad (J,-4)$

$(G,2)$ (0,5)

حسب الخاصية التجميعية G مرجح

$\{(I,3);(J,-2)\}$

$\{(A,3);(B,3);(C,-2);(D,-2)\}$

$(k,4)$ (0,5)

حسب الخاصية التجميعية G مرجح

$\{(k,4);(D,-2)\}$ (0,5)

$G \in (IJ) \Leftrightarrow \{(I,3),(J,-2)\}$ G مرجح

$G \in (kD) \Leftrightarrow \{(k,4),(D,-2)\}$ G مرجح (0,5)

و منه المستقيمات (kD) و (IJ) متقاطعان في النقطة G.

(3) الجملة $\{(A,1)\ (B,-2)\ (C,1)\}$ لا تقبل مرجح لأن: $1-2+1=0$ إذن: (0,5)

$\vec{V} = \vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC} = \vec{IA} + \vec{IB} - 2\vec{IC} = 2\vec{CI}$ (0,5)

$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|2\vec{CI}\|$ (I) (0,25)

$4MK = 2CI \Rightarrow MK = \frac{CI}{2}$ (0,25)

(γ) هي دائرة مركزها k و نصف قطرها $\frac{CI}{2}$

$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC} - 2\vec{MD}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$

$2MG = 2MI$ (0,25)

I مرجح $\{(A,1),(B,1)\}$ (0,5)

$MG = MI$ (0,25)

(Δ) هي محور القطعة [GI]

تعريف 2

$-\frac{117\pi}{5} = -\left(23\pi + \frac{2\pi}{5}\right) = -\left(\pi + \frac{2\pi}{5}\right)$

$= -\frac{7\pi}{5} = \frac{3\pi}{5}$ (0,25)

$\frac{533\pi}{5} = 106\pi + \frac{3\pi}{5} = \frac{3\pi}{5}$ (0,25)

نعم يمثلان نفس القيس

$A(x) = \cos(3\pi + x) + \sin(11\pi + x) - \cos(\pi - x)$ (0,25)

$- \sin(\pi - x)$

$A(x) = -\cos x - \sin x + \cos x - \sin x$

$= -2\sin x$ (0,25)

$B(x) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{7} + x\right) + \sin\left(\pi + \frac{\pi}{7} + x\right)$

$- \cos\left(\pi - \frac{\pi}{7} - x\right) + \sin\left(-\left(\frac{\pi}{7} + x\right)\right)$

نضع $\alpha = \frac{\pi}{7} + x$

$B(x) = \cos(\pi + \alpha) + \sin(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)$

$- \sin(-\alpha)$

$= -\cos\alpha - \sin\alpha + \cos\alpha + \sin\alpha$

$= 0$ (0,25)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$g(x) = (x+1)(x^2 - x + 4)$ (0,5)

$x^2 - x + 4 = 0 \longrightarrow \Delta < 0$ (0,25)

دراسة إشارة g: $g(-1) = 0$ (0,25)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

(0,5)

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

(1) $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \to \pm\infty} x = \begin{cases} -\infty \\ +\infty \end{cases}$ (0,5 × 2)

(2) $f'(x) = \frac{x\, g(x)}{(x^2+1)^2} = \frac{x(x+1)(x^2 - x + 4)}{(x^2+1)^2}$ (0,75)

(3) اتجاه تغير f: $x \in]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$ (0,25)

f متناقصة تماماً على $x \in]-1, 0[$ (0,25)

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0 $+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$-\frac{1}{2}$	↘	$+\infty$ ↗ -1

(0,5)

(4) $a = 1 \quad b = 1 \quad c = -1 \quad d = -2$

(1) $f(x) = x + 1 + \frac{-x - 2}{x^2 + 1}$

$\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-x}{x^2} = 0$ (0,25)

(5) المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل بجوار $\pm\infty$ (0,25)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x) - y$	$+$	0	$-$
الوضعية	C_f فوق (Δ)	C_f يقطع (Δ)	C_f تحت (Δ)

(0,75)

(6) $x^3 + (1-m)x^2 - 1 - m = 0$

$x^3 + x^2 - 1 = mx^2 + m$

$= m(x^2 + 1) \Rightarrow m = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1}$ (0,25)

(7) $2\cos(4x) = 1 \quad (E_1)$

$\cos(4x) = \frac{1}{2} \iff \cos(4x) = \cos\frac{\pi}{3}$

$\begin{cases} 4x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 4x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{4} \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{4} \end{cases}$ (0,5)

$x = -\frac{\pi}{12}$ ، $x = \frac{\pi}{12}$ (0,5) $k = 0$

$x = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}$ ، $x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}$ (0,5) $k = 1$

$x = \frac{5\pi}{12}$ ، $x = \frac{7\pi}{12}$

$x = -\frac{\pi}{12} + \pi$ ، $x = \frac{\pi}{12} + \pi$ (0,5) $k = 2$

$x = \frac{11\pi}{12}$ ، $x = \frac{13\pi}{12}$

$x = -\frac{\pi}{12} + \frac{3\pi}{2}$ ، $x = \frac{\pi}{12} + \frac{3\pi}{2}$ (0,5) $k = 3$

$x = \frac{17\pi}{12}$ ، $x = \frac{19\pi}{12}$

$\cos(4x) = \cos(2(2x))$

$\cos(4x) = \cos(2\alpha)$ نضع $\alpha = 2x$

$\cos 2\alpha = 2(\cos\alpha)^2 - 1$

(5) $= 2[\cos 2x]^2 - 1$ (0,5)

$= 2[2(\cos x)^2 - 1]^2 - 1$

(6) $= 2[4\cos^4 x - 4\cos^2 x + 1] - 1$

$= 8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1$

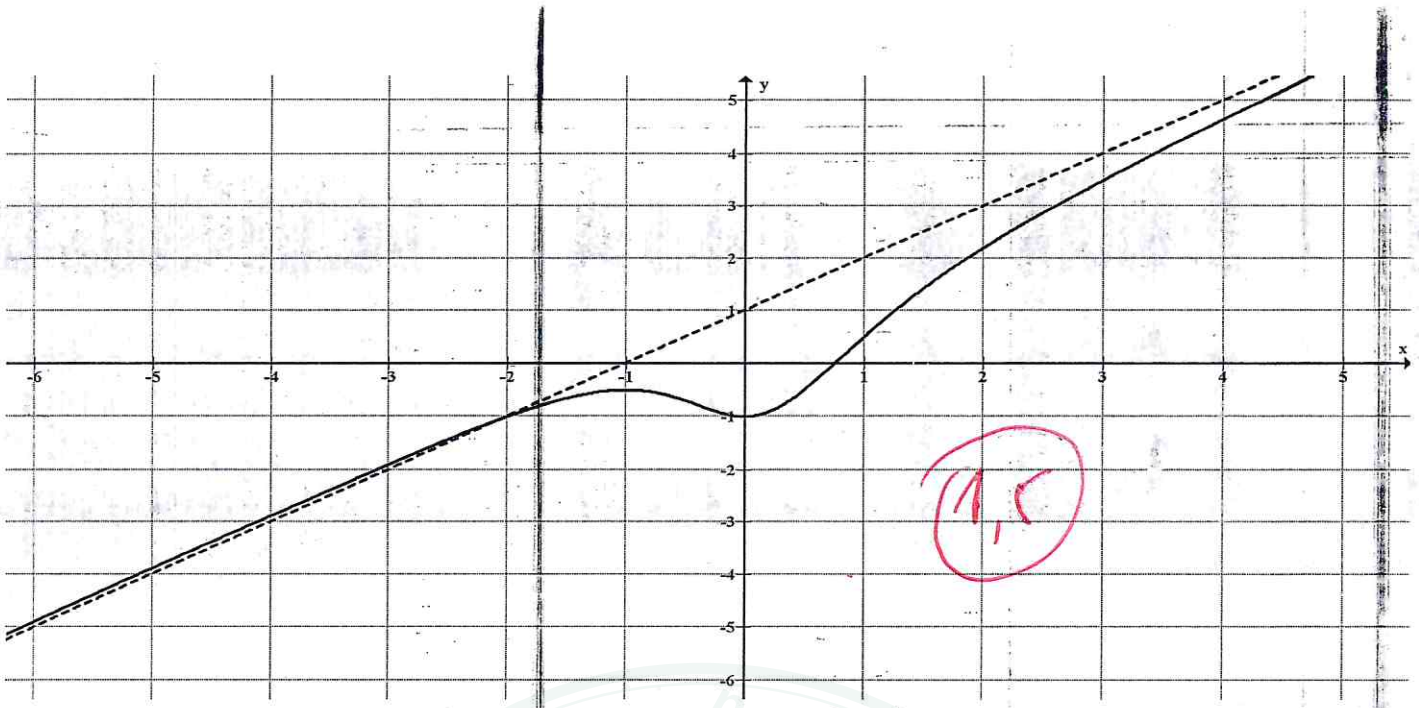
المعادلة (E_1): $2\cos 4x - 1 = 0$

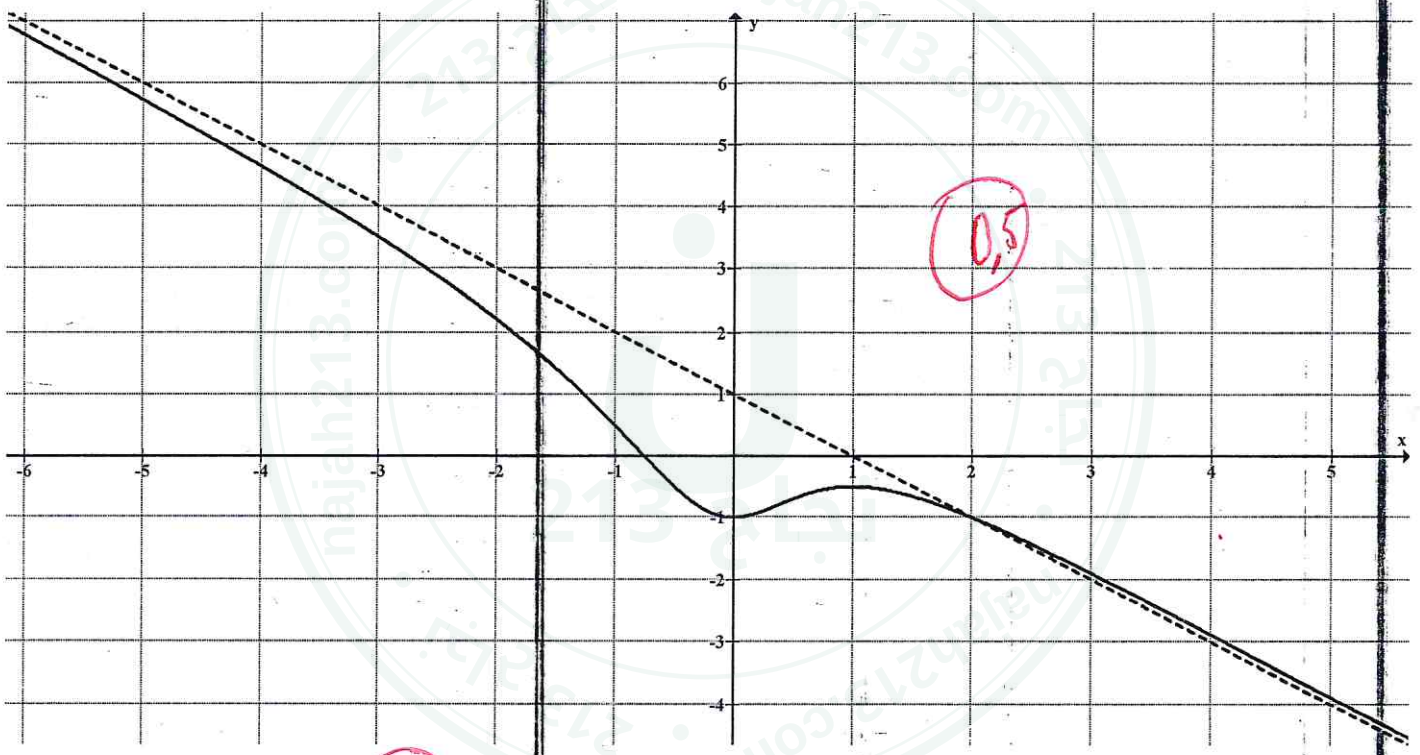
$2(8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1) - 1 = 0$

$16\cos^4 x - 16\cos^2 x + 1 = 0 \quad \ldots (E_2)$

(8) نضع حلول (E_2). (0,5)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com





0,25 $m \in]-\infty, -1[\cup]-\frac{1}{2}, +\infty[$: يوجد حل وحيد

0,25 يوجد حلين : $m = -1$, $m = -\frac{1}{2}$

0,25 يوجد 3 حلول : $m \in]-1, -\frac{1}{2}[$

0,5 (C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com