najah213.com · نجاح 213

الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	اختبار الفصل الثاني	الموسم الدراسي: 2024/2023م المدة: (3سا) إعداد: عبد المطلب مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة Ecole Erradja wa Tafaouk ÉCOLE PRIVÉE

تمرين1 (5نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = \frac{7}{10} \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + v_n}{5} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = \frac{1}{10} \\ v_{n+1} = \frac{2u_n + 3v_n}{5} \end{cases}$.

ومن أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $w_n = \frac{u_n - v_n}{2}$.

1) أ) برهن أنّ المتتالية (w_n) هندسية أساسها $\frac{2}{5}$، يطلب تعيين حدّها الأول w_0.

ب) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n، ثم احسب نهاية w_n.

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) متزايدة تماما والمتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ب) بيّن أنّ المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $t_n = 2u_n + v_n$. بيّن أنّ المتتالية (t_n) ثابتة، احسب قيمتها ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ و $S'_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.

احسب بدلالة n: $S_n - S'_n$ و $2S_n + S'_n$، ثم استنتج حساب المجموعين: S_n و S'_n.

تمرين2 (4نقاط)

يحتوي كيس U_1 على 4 كريات سوداء، n كرية حمراء $(n \geq 3)$ وكرية واحدة خضراء (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)

1) نسحب كريتين في آن واحد بطريقة عشوائية، ونعتبر الأحداث التالية: A: سحب كريتين من نفس اللون.

B: سحب كريتين من لونين مختلفين. C: سحب كرية حمراء على الأقل.

بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{n^2 - n + 12}{n^2 + 9n + 20}$، ثم احسب $p(B)$ ، $p(C)$ و $p(B \cup C)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين عدد الكريات السوداء المتحصل عليها.

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، واحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

3) نسحب من هذا الكيس كريتين على التوالي بدون إرجاع. احسب احتمال أن تكون الكرية الأولى المسحوبة حمراء.

4) يحتوي كيس U_2 على كرية واحدة سوداء وكرية واحدة حمراء، مشابهة لكريات الكيس الأول.

نسحب من الكيس U_1 كريتين سوداوين وكريتين حمراوين ثم نضعها في الكيس U_2. نختار عشوائيا أحد الكيسين ونسحب منه كرية واحدة. نعتبر الأحداث التالية: N: سحب كرية سوداء. R: سحب كرية حمراء. V: سحب كرية خضراء.

أ) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه العملية.

ب) عيّن قيمة n التي من أجلها احتمال سحب كرية من الكيس U_2 علما أنّها حمراء يساوي $\frac{2}{5}$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

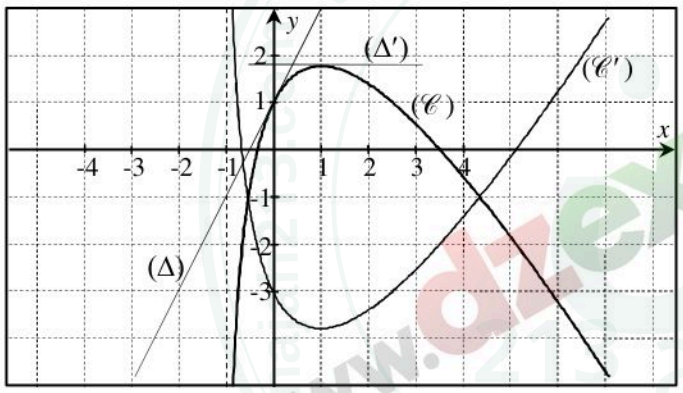
تمرين3 (4نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة مما يلي مع التبرير.

		الاقتراح أ)	الاقتراح ب)	الاقتراح ج)
1	المنحنى الممثل للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x-1+(x^2+2x+3)e^{-x}$:	يقبل نقطة انعطاف واحدة	يقبل نقطتي انعطاف	لا يقبل نقطة انعطاف
2	المنحنى الممثل للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ: $g(x)=x+\ln\left\lvert 1-\frac{1}{x}\right\rvert$ يقبل كمركز تناظر النقطة:	$A(-1;0)$	$B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$	$C\left(\frac{1}{2};0\right)$
3	h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=3^{-x}+3^{x}$: القيمة المتوسطة لـ h على المجال $[0;1]$ هي:	$\frac{8}{3}$	$\frac{8}{3\ln 3}$	$\frac{4}{3\ln 3}$
4	مجموعة حلول المتراجحة $5\times 10^{-x}\le 6-10^{x}$، في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ هي المجال:	$[1;5]$	$[0;\ln 5]$	$[0;\log 5]$

تمرين4 (7نقاط)

I- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax+b+c\ln(x+1)$، حيث a، b و c ثلاثة أعداد حقيقية. ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المبيّن في الشكل المقابل.



المستقيم (Δ) هو المماس للمنحنى $(\mathscr{C})$ عند $x_0=0$، والمستقيم (Δ') هو المماس الأفقي لـ $(\mathscr{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$. باستعمال القراءة البيانية:

1) عيّن قيم الأعداد التالية: $f'(1)$، $f(0)$ و $f'(0)$.

2) استنتج قيم الأعداد الحقيقية a، b و c.

3) هل $(\mathscr{C}')$ هو التمثيل البياني لـ: $(-f)$، $(-f+2)$ أو $(-f-2)$؟ برّر إجابتك.

II- نفرض أنّ عبارة الدالة f هي: $f(x)=-2x+1+4\ln(x+1)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to -1^{>}} f(x)$، فسّر النتيجة بيانيا، ثم بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

2) احسب $f'(x)$، ادرس إشارتها ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

3) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1;+\infty[$ يطلب حصره بعددين طبيعيين متتابعين.

4) هل المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل مماسا ميله -2؟ علّل إجابتك.

5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $2\ln(x+1)=x+m$ حلين موجبين تماما.

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب: $I=\int_0^2 \ln(x+1)\,dx$. (لاحظ أنّ $\frac{x}{x+1}=1-\frac{1}{x+1}$)

ب) احسب مساحة الحيّز المحدّد بالمنحنى $(\mathscr{C})$ حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ و $x=2$.

III- نعتبر الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=-2|x|+1+4\ln(|x|+1)$.

1) أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to 0^{>}}\frac{h(x)-h(0)}{x}=2$ و $\lim\limits_{x\to 0^{<}}\frac{h(x)-h(0)}{x}=-2$. (نذكّر أنّ: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$)

ب) ماذا يمكن قوله عن قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر؟ أعط تفسيرا هندسيا.

2) بيّن أنّ الدالة h زوجية، ثم استعمل المنحنى $(\mathscr{C})$ لرسم المنحنى $(\mathscr{C}_h)$ الممثل للدالة h مع الشرح. (سلم الرسم 2cm)

بالتوفيق www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح اختبار الفصل 2 — 2024

عبد المطلب "

تمرين 1 :

(1 (P

$$w_{n+1} = \frac{u_{n+1} - v_{n+1}}{2}$$

$$w_{n+1} = \frac{\frac{4u_n + v_n}{5} - \frac{2u_n + 3v_n}{5}}{2} = \frac{2u_n - 2v_n}{10}$$

$$w_{n+1} = \frac{u_n - v_n}{5} = \frac{2}{5}\left(\frac{u_n - v_n}{2}\right) = \frac{2}{5} w_n$$

$$w_0 = \frac{u_0 - v_0}{2} = \frac{3}{10} \qquad q = \frac{2}{5}$$

ب) $w_n = w_0 \cdot q^n = \frac{3}{10}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ (الحد العام)

لأن $-1 < q < 1$ و $\lim_{n\to+\infty} w_n = 0$

(2 (P

$$v_{n+1} - v_n = \frac{2u_n + 3v_n}{5} - v_n = \frac{2(u_n - v_n)}{5} = \frac{4}{5} w_n > 0$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4u_n + v_n}{5} - u_n = \frac{v_n - u_n}{5} = -\frac{2}{5} w_n < 0$$

ومنه: (v_n) متزايدة و (u_n) متناقصة

ب) (u_n) متناقصة و (v_n) متزايدة ولدينا $\lim_{n\to+\infty} w_n = 0$

أي $\lim_{n\to+\infty}(u_n - v_n) = 0$ ، إذن (u_n) و (v_n) متجاورتان

(3

$$t_{n+1} = 2u_{n+1} + v_{n+1} = \frac{8u_n + 2v_n}{5} + \frac{2u_n + 3v_n}{5}$$

$$t_{n+1} = \frac{10u_n + 5v_n}{5} = 2u_n + v_n = t_n$$ ومنه (t_n) ثابتة

$t_n = \frac{3}{2}$ ومنه: $t_n = t_0 = 2u_0 + v_0$

$$2\lim_{n\to+\infty} u_n + \lim_{n\to+\infty} v_n = \lim_{n\to+\infty} t_n$$

$$3\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{3}{2}$$ ومنه: $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}$

(4

$$S_n - S'_n = \sum_{n=0}^{n} (u_n - v_n) = 2\sum_{n=0}^{n} w_n$$

$$S_n - S'_n = 2 \times \frac{3}{10}\left(\frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{1 - \frac{2}{5}}\right) = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}$$

$$2S_n + S'_n = \sum_{n=0}^{n} (2u_n + v_n) = \sum_{n=0}^{n} t_n$$

$$2S_n + S'_n = \underbrace{\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \cdots + \frac{3}{2}}_{(n+1) \text{ مرة}} = \frac{3}{2}(n+1)$$

$$\begin{cases} S_n - S'_n = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} \\ 2S_n + S'_n = \frac{3}{2}(n+1) \end{cases}$$

بالجمع: $3S_n = \frac{3}{2}n + \frac{3}{2} + 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}$

$$S_n = \frac{n}{2} + \frac{5}{6} - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}$$

$$S'_n = \frac{n}{2} - \frac{1}{6} + \frac{2}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}$$

تمرين 2 :

(1

$$P(A) = \frac{C_n^2 + C_4^2}{C_{n+5}^2} = \frac{\frac{n(n-1)}{2} + 6}{\frac{(n+5)(n+4)}{2}} = \frac{n^2 - n + 12}{n^2 + 9n + 20}$$

$$P(B) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2(5n+4)}{n^2 + 9n + 20}$$

$$P(C) = \frac{C_n^1 \times C_5^1 + C_n^2}{C_{n+5}^2} = \frac{n^2 + 9n}{n^2 + 9n + 20}$$

$$P(C) = 1 - \frac{C_5^2}{C_{n+5}^2}$$ أو

(حساب 1) $P(B \cap C) = \frac{C_n^1 \times C_5^1}{C_{n+5}^2} = \frac{10n}{n^2 + 9n + 20}$

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{n^2 + 9n + 8}{n^2 + 9n + 20}$$

$$= P(B) + P(\overline{B}B)$$

(2

$X = \{0; 1; 2\}$

$$P(X=0) = \frac{C_{n+1}^2}{C_{n+5}^2} = \frac{n^2 + n}{n^2 + 9n + 20}$$

$$P(X=1) = \frac{C_4^1 \times C_{n+1}^1}{C_{n+5}^2} = \frac{8(n+1)}{n^2 + 9n + 20}$$

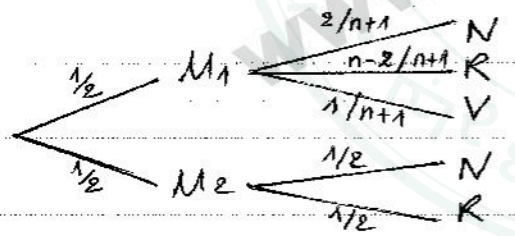
$$P(X=2) = \frac{C_4^2}{C_{n+5}^2} = \frac{12}{n^2 + 9n + 20}$$

$$E(X) = 0 + \frac{8(n+1)}{n^2 + 9n + 20} + \frac{24}{n^2 + 9n + 20} = \frac{8(n+4)}{(n+4)(n+5)} = \frac{8}{n+5}$$

(3

$$P = \frac{A_n^1 \times A_{n+4}^1}{A_{n+5}^2} = \frac{n}{n+5}$$

(4 (P



ب) $P(R) = \frac{1}{2} \cdot \frac{n-2}{n+1} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3n-3}{4(n+1)}$

$$P_R(M_2) = \frac{P(M_2 \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3n-3}{4(n+1)}} = \frac{n+1}{3n-3} = \frac{2}{5}$$

ومنه: $n = 11$

تمرين 3 :

1) الاقتراح جـ هو الصحيح:

$$f'(x) = 2 + (1 - x^2)e^{-x}$$

$$f''(x) = (x-1)^2 e^{-x}$$ (+ 1 +)

"f" تتعدم ولا تغير إشارتها.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2) الاقتراح الصحيح هو ب) : $B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

$f\left(2\left(\frac{1}{2}\right)-x\right)+f(x)=2\left(\frac{1}{2}\right)$ $(1-x+1\neq 1 \ ; \ x+0)$ $(1-x+0 \ ; \ x\neq 1)$

$f(1-x)+f(x)=1$

$1-x+\ln\left|\frac{-x}{1-x}\right|+x+\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|=1+\ln\left|\frac{x}{x-1}\right|-\ln\left|\frac{x}{x-1}\right|=1$

3) الاقتراح الصحيح هو ب) : $\frac{8}{3\ln 3}$

$\mu=\frac{1}{1-0}\int_0^1 h(x)\,dx=\int_0^1\left(e^{-x\ln 3}+e^{x\ln 3}\right)dx$

$\mu=\left[\frac{-1}{\ln 3}e^{-x\ln 3}+\frac{1}{\ln 3}e^{x\ln 3}\right]_0^1=\frac{1}{\ln 3}\left[3^x-3^{-x}\right]_0^1=\frac{8}{3\ln 3}$

4) $5.10^{-x}+10^x-6\leq 0$ يعني $\frac{5}{10^x}+10^x-6\leq 0$

بوضع $X=10^x$: $10^{2x}-6.10^x+5\leq 0$

$X^2-6X+5\leq 0$ $\xrightarrow{+\ 1\ -\ 5\ +}$

$1\leq X\leq 5$; $1\leq 10^x\leq 5$; $\log 1\leq x\leq \log 5$

ومنه : $0\leq x\leq \log 5$

تمرين 4 :

I- 1) $f'(1)=0$; $f(0)=1$

$f'(0)$ هو معامل توجيه المماس عند 0.

$f'(0)=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{3-1}{1-0}=2$

2) $f'(x)=a+\frac{c}{x+1}$ (f قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$)

$b=1$ ومنه $b+c\ln 1=1$ يعني $f(0)=1$

بالطرح : $\begin{cases}a+\frac{c}{2}=0\\ a+c=2\end{cases}$ يعني $\begin{cases}f'(1)=0\\ f'(0)=2\end{cases}$

$c=4$ و $a=-2$

3) (C') هو التمثيل البياني لـ $(-f-2)$.

نناظر بالنسبة لـ (Ox) ثم نسحب بالشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$

II- 1) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ لأن $\lim_{x\to-1}\ln(x+1)=-\infty$

مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=-1$

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)\left[\frac{-2x+1}{x+1}+4\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]=-\infty$

2) $f'(x)=-2+\frac{4}{x+1}=\frac{-2x+2}{x+1}$

إشارة $f'(x)$: $\xrightarrow{-\infty\ -1\ +\ 1\ -\ +\infty}$

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$\parallel$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\parallel$	↗	$-1+4\ln 2$	↘	$-\infty$

3) f مستمرة ومتناقصة تماما على $]1;+\infty[$ و $f(1)>0$ و $\lim f(x)=-\infty$

$f(x)=0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة تقبل حلا وحيدا α حيث $3<\alpha<4$ ؛ لأن $f(4)<0$ و $f(3)>0$.

4) $f'(x_0)=-2$ يعني : $\frac{-2x_0+2}{x_0+1}=-2$

المعادلة Y تقبل حلولا ومنه Y لا يوجد مماس معامله -2.

5) $2\ln(x+1)=x+m$ ، $-x+2\ln(x+1)=m$

$-2x+4\ln(x+1)=2m$ ومنه $f(x)=2m+1$

حلين موجبين تماما : $1<2m+1<-1+4\ln 2$

ومنه $0<m<-1+2\ln 2$

6) $\begin{cases}u(x)=\ln(x+1)\\ v'(x)=1\end{cases}$ $\begin{cases}u'(x)=\frac{1}{x+1}\\ v(x)=x\end{cases}$

$I=\int_0^2\ln(x+1)\,dx=\left[x\ln(x+1)\right]_0^2-\int_0^2\frac{x}{x+1}\,dx$

$=\left[x\ln(x+1)\right]_0^2-\int_0^2\left(1-\frac{1}{x+1}\right)dx$

$=\left[x\ln(x+1)\right]_0^2-\left[x-\ln(x+1)\right]_0^2$

$I=\left[(x+1)\ln(x+1)-x\right]_0^2=3\ln 3-2$

ب) f موجبة على المجال $[0;2]$

$A=\int_0^2 f(x)\,dx=\left[-x^2+x\right]_0^2+4\int_0^2\ln(x+1)\,dx$

$A=-4+2+4(3\ln 3-2)=(12\ln 3-10)\,ua$

III- $\lim_{x\to0}\frac{h(x)-h(0)}{x}=\lim_{x\to0}\left[-2+4\frac{\ln(x+1)}{x}\right]=2$ (لأن $\lim_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$)

$\lim_{x\to0}\frac{h(x)-h(0)}{x}=\lim_{x\to0}\left[2-4\frac{\ln(-x+1)}{-x}\right]=-2$

ب) $h'_g(0)\neq h'_d(0)$ لأن h غير قابلة للاشتقاق عند 0

(C_h) يقبل نقطة زاوية $A(0;1)$ ونصفي مماسين.

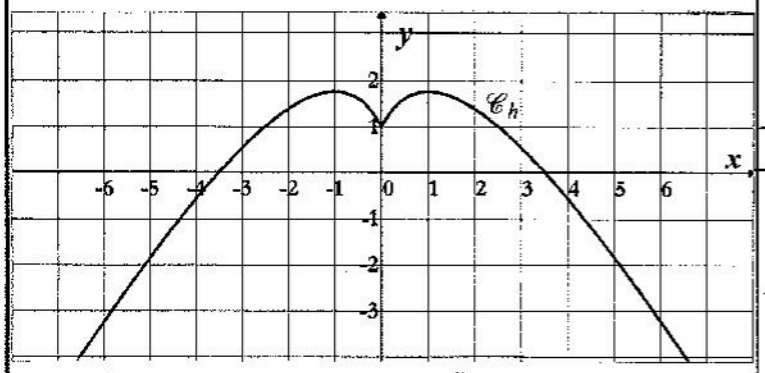
2) $h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)$ / $h(x)=f(|x|)$ $(x\in\mathbb{R}\ ,\ -x\in\mathbb{R})$

ومنه h زوجية. $h(-x)=h(x)$

(C_h) : $h(x)=f(x)$; $x\geq 0$ يطابق (C)

بما أن h زوجية نناظر الجزء المطابق بالنسبة لـ (Oy) : $x\leq 0$

(C_h) يقبل كمحور تناظر محور التراتيب.



"عبد المطلب"

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com