najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية جيجل
ثانوية راشدي محمد ـسيدي معروف

الموسم الدراسي: 2024-2025
المستوى: الثالثة ـعلوم تجريبية

الواجب المنزلي رقم 02 في مادة الرياضيات

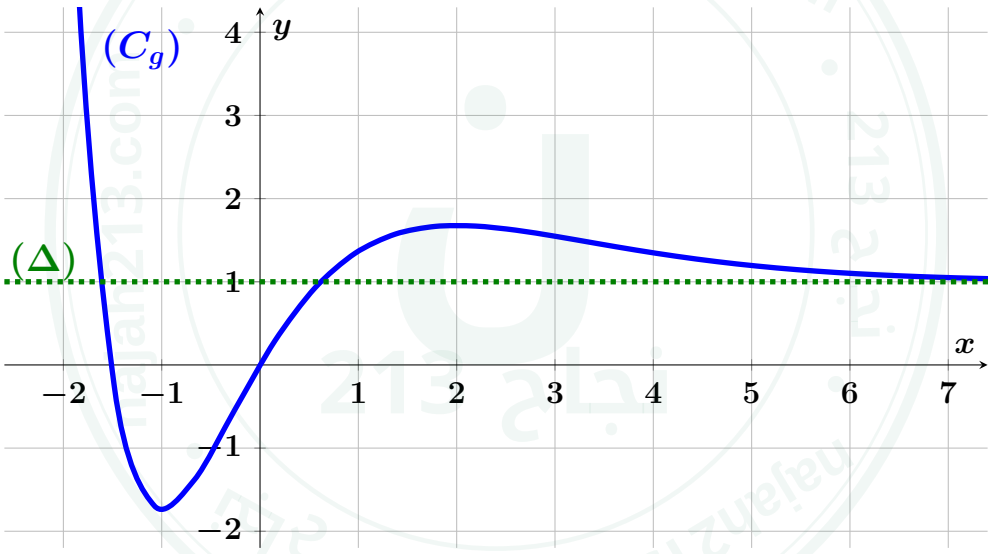
التمرين الأول:

1/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$.

2/ استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلتين:
$9e^{-4x} - 10e^{-2x} + 1 = 0 \cdots (E_1)$ و $(\ln x)^4 - 10(\ln x)^2 + 9 = 0 \cdots (E_2)$.

التمرين الثاني:

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x} + d$ حيث a ، b ، c و d أعداد حقيقية .
الدالة g تقبل قيمتين حديتين محليتين عند -1 و 2 .
في الشكل التالي: (C_g) هو التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ،
(Δ) مستقيم مقارب لـ (C_g) في جوار $+\infty$ معادلته: $y = 1$ ، و المماس (T) لـ (C_g) عند المبدأ معامل توجيهه 2.



1/ بقراءة بيانية، أجب عن ما يلي:

ا/ عين نهايتي الدالة g عن $-\infty$ و $+\infty$.

ب/ عيّن: $g(0)$ ، $g'(-1)$ ، $g'(0)$ و $\lim\limits_{x \to 2} \left(\dfrac{g(x) - g(2)}{x - 2} \right)$.

ج/ شكّل جدول تغيرات الدالة g ، مبينا إشارة مشتقتها.

2/ عيّن معادلة للمماس (T) .

3/ ا/ أُحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ ثم استنتج قيمة d .

ب/ عبّر عن $g(0)$ بدلالة c و d ، ثم استنتج قيمة c .

ج/ عبّر عن $g'(x)$ بدلالة a و b و c .

د/ استنتج $g'(0)$ و $g'(-1)$ بدلالة a و b و c ، ثم عين قيمة كل من a و b .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4/ نقبل أن الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 + x - 1)e^{-x} + 1$.

ا/ أثبت وجود عدد حقيقي وحيد α حل للمعادلة $g(x) = 0$ على المجال $]-1.52; -1.51[$.

ب/ شكّل جدول إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

التمرين الثالث:

I/ لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 - 4\ln x$. جدول تغيراتها كمايلي:

x	0		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+\infty$		0		$1 - 2\ln 2$	$+\infty$

1/ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]1.8; 1.9[$.

2/ عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$.

II/ لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 + \dfrac{4\ln x}{x} + \dfrac{5}{x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1/ أُحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، ثم $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2/ ا/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

ب/ أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

3/ ا/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب/ عيّن إتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

4/ ا/ بيّن أن: $f(\alpha) = -2 + \dfrac{6}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب/ أنشئ بدقة المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

5/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2 - 2x + 4\ln x + 5 + mx = 0$.

☺☺بالتوفيق للجميع☺☺

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

إجابة الواجب المنزلي رقم 02

2024 / 2025

التمرين الأول:

1- حل المعادلة:

$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad \dots (1)$

نضع $t = x^2$ تصبح المعادلة (1)

$t^2 - 10t + 9 = 0$

ومنه لدينا: $\Delta = 64$

ومنه: $t_1 = 9$ أو $t_2 = 1$

ومنه: $x^2 = 9$ أو $x^2 = 1$

إذن: $\begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$ أو $\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ أو

إذن مجموعة حلول المعادلة (1) هي:

$S = \{-1; 1; 3; -3\}$

2- استنتاج حلول المعادلة:

$9e^{-4x} - 10e^{-2x} + 1 = 0 \quad \dots (E)$

بضرب الطرفين في (e^{4x}) نجد:

$9e^{-4x}e^{4x} - 10e^{-2x}e^{4x} + 1e^{4x} = 0$

أي:

$e^{4x} - 10e^{2x} + 9 = 0$

ومنه:

$(e^x)^4 - 10(e^x)^2 + 9 = 0$

إذن حسب السؤال (1) نجد:

لدينا $e^x > 0$ لأن $\begin{cases} e^x = -1 \\ e^x = -3 \end{cases}$ ليس لهما حلول أو

$x = 0$ ومنه $e^x = 1$ أو

$x = \ln 3$ ومنه $e^x = 3$ أو

إذن مجموعة حلول المعادلة (E) هي:

$S_1 = \{0; \ln 3\}$.

$(\ln x)^4 - 10(\ln x)^2 + 9 = 0 \quad \dots (E_2)$

هما سبق نجد:

$\begin{cases} \ln x = -1 \\ \ln x = 1 \\ \ln x = 3 \\ \ln x = -3 \end{cases}$ أو أو أو

ومنه: $x = e^{-1}$ أو $x = e^1$ أو $x = e^3$ أو $x = e^{-3}$.

إذن مجموعة حلول المعادلة (E_2) هي:

$S_2 = \{e^{-3}; e^{-1}; e; e^3\}$

التمرين الثاني

$g(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x} + d$

1- تعيين العبارات:

1-1- تعيين النهايات:

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = 1$ المستقيم (C_g) مقارب أفقي معادلته: $y = 1$ عند $+\infty$

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$ ومنه التمثيل البياني يقبل فرع شلجمي.

ب- تعيين الصور:

(C_g) يشمل النقطة A

$g(0) = 0$

$g'(-1) = 0$

$\lim_{x \to 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = g'(2) = 0$

لأن الدالة g تقبل قيمتين حديتين محليتين عند -1 و 2.

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

• $g'(0)=2$ [معامل توجيه المماس (T) للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هو 2]

1- جدول تغيرات الدالة g:

x	$-\infty$	α	-1	2	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0 $-$
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(-1)$	↗	$g(2)$ ↘ 1

2- معادلة المماس (T):

$(T): y=g'(0)(x-0)+g(0)$

$(T): y=2x$ $\quad \begin{cases} g'(0)=2 \\ g(0)=0 \end{cases}$

3- أ- حساب النهايات عند $+\infty$:

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(ax^2+bx+c)e^{-x}+d\right]$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[a\frac{x^2}{e^x}+b\frac{x}{e^x}+\frac{c}{e^x}+d\right]$ ($\frac{x^2}{e^x}\to 0$, $\frac{x}{e^x}\to 0$, $\frac{c}{e^x}\to 0$)

$=d$

نعلم أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^n}{e^x}=0$

إذن: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1=d$

ب- حساب $g(0)$:

$g(0)=(a(0)^2+b(0)+c)e^0+d$ ($e^0=1$)

$g(0)=c+d$

$c=-1$

ج- حساب المشتقة $g'(x)$:

$g'(x)=(2ax+b)e^{-x}-e^{-x}(ax^2+bx+c)$

$g'(x)=(-ax^2+(2a-b)x+(b-c))e^{-x}$

1- أ- إثبات وجود عدد حقيقي α حيث $g(\alpha)=0$:

g مستمرة ورتيبة تماماً (متناقصة تماماً) على $]-1,52;-1,51[$

$g(-1,52)\simeq 0,04>0$

$g(-1,51)\simeq -0,04<0$

إذن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α في $]-1,52;-1,51[$.

ب- جدول إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$ 0	$+$

(من المثيل البياني السابق)

ب- حساب b:

$g'(0)=(b-c)e^0=b-c$

$g'(-1)=(-a-(2a-b)+b-c)e$

$=(-3a+2b-c)e$.

أي: $\begin{cases} g'(0)=b+1 \\ g'(-1)=(-3a+2b+1)e \end{cases}$

$g'(0)=b+1=2$ علما أن $b=1$

$g'(-1)=(-3a+3)e=0$ وعليه أن

$-3a+3=0$

$a=\frac{-3}{-3}=1$ ومنه

$g(x)=(x^2+x-1)e^{-x}+1$

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية:

(I) $g(x) = x^2 - 1 - 4\ln x$

$D_g =]0; +\infty[$.

1- تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,8; 1,9[$:

لدينا g مستمرة ورتيبة تماما (متزايدة تماما) على المجال $]1,8; 1,9[$

$g(1,8) \simeq -0,11 < 0$ ولدينا

$g(1,9) \simeq 0,04 > 0$

إذن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,8; 1,9[$.

2- إشارة $g(x)$ حسب جدول التغيرات الآتي:

x	0		1		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

(II) $f(x) = x - 2 + \frac{4\ln x}{x} + \frac{5}{x}$.

1- حساب نهايات الدالة f:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x - 2 + 4\frac{\ln x}{x} + \frac{5}{x}\right) = +\infty$

$\left[\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5}{x} = 0 \text{ و } \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \text{ (ع.ن)}\right]$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x>0}\left(x - 2 + 4\frac{\ln x}{x} + \frac{5}{x}\right)$

$= \lim\limits_{x>0}\left(\frac{x-2}{-2} + \frac{4\ln x + 5}{x>0}\right)^{-\infty}$

$= -\infty$

$\left[\begin{cases}\lim\limits_{x>0}(4\ln x + 5) = -\infty \text{ (ع.ن)} \\ \lim\limits_{x>0}\left(\frac{1}{x}\right) = +\infty \end{cases}\text{ و }\right]$

2- التفسير الهندسي: (C_f) يقبل حامل محور التراتيب مقاربا (معادلته $x=0$).

3- أ- الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ):

$f(x) - (x-2) = 4\frac{\ln x}{x} + \frac{5}{x} = \frac{4\ln x + 5}{x}$

لدينا $x>0$ إذن إشارة $f(x)-(x-2)$ من إشارة $(4\ln x + 5)$

$4\ln x + 5 > 0$ معناه $\ln x > \frac{-5}{4}$ معناه $x > e^{\frac{-5}{4}}$

$4\ln x + 5 = 0$ معناه $4\ln x = -5$ معناه $\ln x = \frac{-5}{4}$ معناه $x = e^{\frac{-5}{4}}$

x	0		$e^{\frac{-5}{4}}$		$+\infty$
$f(x)-y$	‖	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_f) يقع فوق (Δ)		(Δ) و (C_f) متقاطعان عند النقطة $(e^{\frac{-5}{4}}; e^{\frac{-5}{4}}-2)$		(C_f) يقع تحت (Δ)

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3) دراسة الدالة g

$g'(x) = 1 + 4\left(\frac{\frac{1}{x}\times x - \ln x}{x^2}\right) + 5\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$= \frac{x^2 + 4(1-\ln x) - 5}{x^2}$

$= \frac{x^2 + 4 - 4\ln x - 5}{x^2} = \frac{x^2 - 1 - 4\ln x}{x^2}$

$= \frac{g(x)}{x^2}$.

أ- إشارة $g'(x)$: لدينا $x^2 > 0$ من أجل كل x من $]0;+\infty[$، إذن إشارة $g'(x)$ من إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $]0;+\infty[$.

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

$g(1) = 4$

ب- جدول التغيرات:

x	0		1		α		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖	↗	4	↘	$g(\alpha)$	↗	$+\infty$
	‖						
	‖		$-\infty$				

4) تبيان أن $f(\alpha)$ تنتمي إلى $]3,71;4,02[$:

لدينا $g(\alpha) = 0$ أي

$\alpha^2 - 1 - 4\ln(\alpha) = 0$

$4\ln\alpha = \alpha^2 - 1$

بالتعويض في $f(\alpha)$:

$f(\alpha) = \alpha - 2 + \frac{4\ln\alpha}{\alpha} + \frac{5}{\alpha} = \alpha - 2 + \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha} + \frac{5}{\alpha}$

$= \alpha - 2 + \alpha - \frac{1}{\alpha} + \frac{5}{\alpha} = \alpha - 2 + \alpha + \frac{4}{\alpha}$

$f(\alpha) = 2\alpha - 2 + \frac{4}{\alpha}$.

لدينا $1,8 < \alpha < 1,9$ حصر $f(\alpha)$

$\frac{1}{1,9} < \frac{1}{\alpha} < \frac{1}{1,8}$ ضرب

(1) $\frac{4}{1,9} < \frac{4}{\alpha} < \frac{4}{1,8}$ ضرب

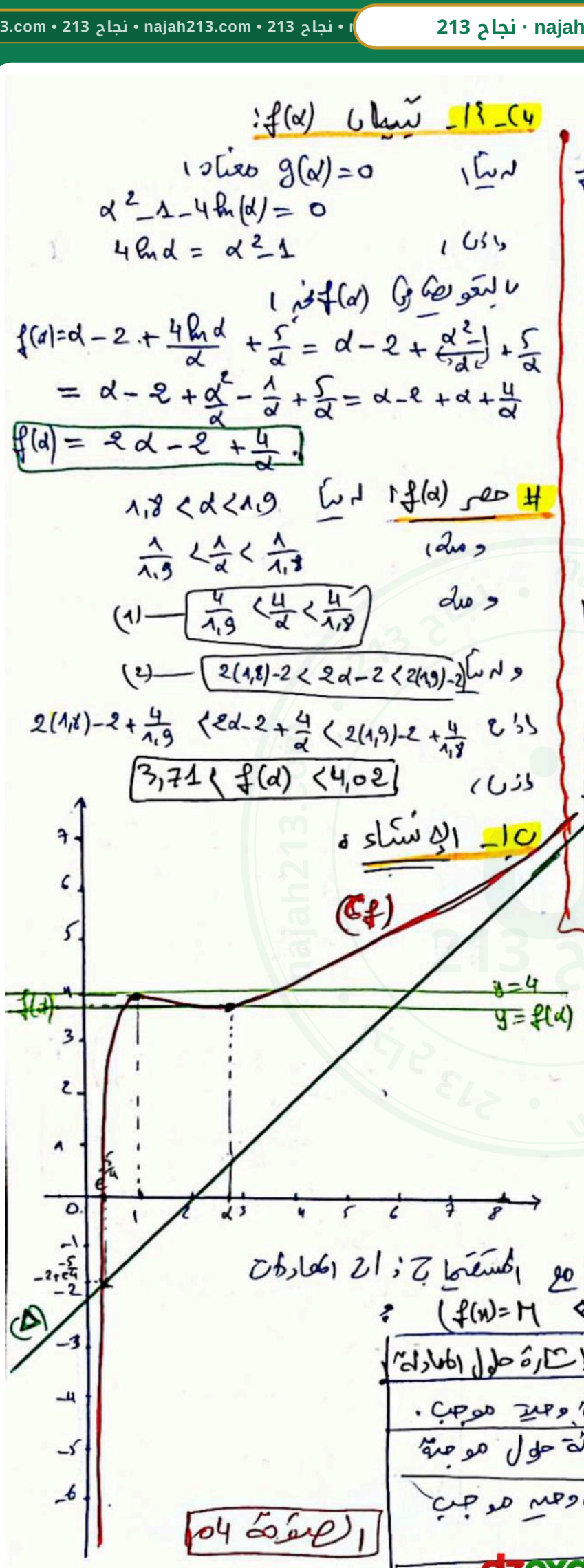
(2) $2(1,8) - 2 < 2\alpha - 2 < 2(1,9) - 2$ لدينا

$2(1,8) - 2 + \frac{4}{1,9} < 2\alpha - 2 + \frac{4}{\alpha} < 2(1,9) - 2 + \frac{4}{1,8}$ جمع

$3,71 < f(\alpha) < 4,02$ إذن

5) الوضع النسبي:

أ- إنشاء (C_f) و (Δ)



ب- المناقشة البيانية:

لدينا $x^2 - 2x + 4\ln x + 5 + mx = 0$

$x^2 - 2x + 4\ln x + 5 = -mx$ ضرب

$\frac{x^2 - 2x + 4\ln x + 5}{x} = -m$ أي

$x - 2 + 4\frac{\ln x}{x} + \frac{5}{x} = -m$ ضرب

$f(x) = -m$ أي

حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -m$ ؛ أي المعادلة $(f(x) = M \Leftarrow M = -m)$:

حسب $M = -m$	حسب m	عدد واشارة حلول المعادلة
$-m < f(\alpha)$	$m > -f(\alpha)$	حل وحيد موجب.
$f(\alpha) < -m < 4$	$-4 < m < -f(\alpha)$	لا تقبل حلول موجبة
$-m \geq 4$	$m \leq -4$	حل وحيد موجب

الصفحة 04

www.dzexams.com
Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com