najah213.com · نجاح 213

# موضوع البكالوريا في مادة الرياضيات شعبة رياضيات

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2011

الشعبة : رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 4 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضـــوع الأول

### التمرين الأول: (04.5 نقطة)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

$A$، $B$، $C$ ثلاث نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=1-i$ ، $z_B=-1+i$ ، $z_C=\sqrt{3}(1+i)$

1/ اكتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة: $z_A$ ، $z_B$ ، $z_C$.

2/ أ/ احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ، ثم فسّر هندسيا النتائج المحصل عليها.

ب/ حدّد طبيعة المثلث $ABC$.

3/ عيّن لاحقة النقطة $D$ بحيث يكون الرباعي $ACBD$ معينا.

4/ $T$ التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M$ من المستوي لاحقتها $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ حيث: $z'=(-1+i)z+1-3i$

أ/ عين طبيعة التحول $T$ وعناصره المميزة.

ب/ استنتج طبيعة التحول $ToT$ وعناصره المميزة.

### التمرين الثاني: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1 / نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$

أ/ أثبت أنّ النقط $A$، $B$ و $C$ تعيّن مستويا.

ب/ بيّن أن الشعاع $\vec{n}(3;4;-2)$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$

2 / نعتبر المستويين $(P_1)$ و $(P_2)$ حيث: $(P_1):3x+4y-2z+1=0$ و $(P_2):2x-2y-z-1=0$.

أ/ بيّن أن المستويين $(P_1)$ و $(P_2)$ متعامدان.

ب/ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ تقاطع المستويين $(P_1)$ و $(P_2)$.

جـ/ تحقّق أن النقطة $O(0;0;0)$ لا تنتمي إلى $(\Delta)$.

د/ احسب المسافتين $d(O;(P_1))$ و $d(O;(P_2))$ واستنتج المسافة $d(O;(\Delta))$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

$(U_n)$ متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية تحقق:

$$\begin{cases} U_4 = 15 \\ m + d = 42 \end{cases} \quad \text{حيث:} \quad \begin{cases} m = PPCM\,(U_3, U_5) \\ d = PGCD\,(U_3, U_5) \end{cases}$$

1/ عيّن الحدين $U_3$ و $U_5$ ثم استنتج $U_0$

2/ اكتب $U_n$ بدلالة $n$، ثم بيّن أن: 2010 حد من حدود $(U_n)$ وعين رتبته.

3/ عين الحد الذي ابتداء منه يكون مجموع 5 حدود متعاقبة من $(U_n)$ يساوي 10080

4/ $n$ عدد طبيعي غير معدوم.

أ) احسب بدلالة $n$ المجموع $S$ حيث: $S = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_{2n}$

ب) استنتج بدلالة $n$ المجموعين $S_1$ و $S_2$ حيث: $S_1 = U_0 + U_2 + U_4 + ... + U_{2n}$

و $S_2 = U_1 + U_3 + U_5 + ... + U_{2n-1}$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (3x + 4)e^x$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1/ أ) احسب $f'$، $f''$ ثم برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم فإن:

$f^{(n)}(x) = (3x + 3n + 4)e^x$ حيث: $f'$، $f''$، ...، $f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة $f$

ب) استنتج حل المعادلة التفاضلية : $y'' = (3x + 16)e^x$

2/ أ) بيّن أن: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

3/ أ) اكتب معادلة للمماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $\omega$ التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$ .

ب) بين أن $\omega$ هي نقطة انعطاف المنحنى $(C_f)$

ج) ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ على المجال $]-\infty; 0]$.

4/ أ) $x$ عدد حقيقي من المجال $]-\infty; 0]$، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^t dt$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]-\infty; 0]$ .

ب) $\lambda$ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\frac{4}{3}$

احسب بدلالة $\lambda$ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها: $y = 0$، $x = -\frac{4}{3}$ و $x = \lambda$ ، ثم جد $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} A(\lambda)$

HanifiMaths



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## الموضــوع الثانــي

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

1) نعتبر المعادلة : $(E) \dots 13x-7y=-1$ حيث: $x$ و $y$ عددان صحيحان.

حل المعادلة $(E)$.

2) عيّن الأعداد الصحيحة النسبية $a$ بحيث: $\begin{cases} a \equiv -1[7] \\ a \equiv 0[13] \end{cases}$

3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد $9^n$ على كل من 7 و 13.

4) ليكن العدد الطبيعي $b$ المكتوب، في نظام التعداد ذي الأساس 9، كما يلي : $\overline{\alpha 00 \beta 086}$

حيث: $\alpha$ و $\beta$ عددان طبيعيان ؛ $\alpha \neq 0$.

عيّن $\alpha$ و $\beta$ حتى يكون $b$ قابلا للقسمة على 91.

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ ، $C(0;0;3)$ و $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)$

$(D)$ المستقيم الذي يشمل النقطة $A$ وشعاع توجيهه $\vec{u}\left(-1;1;\frac{3}{2}\right)$ و $(\Delta)$ المستقيم الذي يشمل النقطة $C$ وشعاع توجيهه $\vec{v}\left(\frac{1}{2};1;-3\right)$

1- اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين $(D)$ و $(\Delta)$ ثم ادرس الوضع النسبي لهما.

2- بين أن: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة $G$؟

3- عين شعاعا ناظميا $\vec{n}$ للمستوي $(ABC)$ ثم اكتب معادلة له.

4- احسب المسافة بين النقطة $O$ والمستوي $(ABC)$.

5- $H$ المسقط العمودي للنقطة $B$ على المستقيم $(D)$.

أ) جد إحداثيات النقطة $H$.

ب) استنتج المسافة بين النقطة $B$ والمستقيم $(D)$.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1/ أ) الشكل المثلثي للعدد المركب $a=-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$ هو $-\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}$

ب) $a^{2011}+\overline{a}=0$ حيث: $\overline{a}$ مرافق $a$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أ) التحويل $T$ الذي كتابته المركبة: $z'=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)z$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{4}$ ومركزه مبدأ المعلم

ب) مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث: $\arg(z-i)=\frac{-\pi}{4}$ هي المستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل النقطة $A$ ذات اللاحقة $i$ وشعاع توجيهه $\vec{u}$ لاحقته $1+i$ .

3/ $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بـــ: $u_0=\frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+\frac{1}{6}$

أ) $u_n=-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{2}{3}$

ب) $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

جـ) $(u_n)$ متباعدة

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

1/ $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=x^2+\ln x^2-1$

أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$

2/ $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=(1-\frac{1}{x^2})\ln x$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ/ بين أن $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ وأن: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ب/ $(\delta)$ المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

- ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\delta)$ ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج ؟
- ارسم $(\delta)$ و $(C_f)$.

3/ أ/ $x$ عدد حقيقي من المجال $]1;+\infty[$، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_1^x\frac{1}{t^2}\ln t\,dt$

- تحقق أن: $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln x$ على المجال $]1;+\infty[$.
- استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب/ $\alpha$ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

احسب بدلالة $\alpha$ المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(\delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=\alpha$ ، ثم احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}A(\alpha)$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# التصحيح النموذجي لموضوع الرياضيات لشعبة رياضيات بكالوريا 2011

## الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

**امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011**

المادة : الرياضيات الشعبة: رياضيات

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| أعداد مركبة وتطبيقاتها الهندسية التشابه | **التمرين الأول** : (04.5 نقطة) | | 04.5 |
| | 1) $z_A=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z_C=\sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{4}}$ | 0.5×3 | |
| | 2) أ- $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ و $\left\lvert\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right\rvert=1$ $\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}$ | 0.25×3 | |
| | التفسير الهندسي : $AB=AC$ و $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=\frac{\pi}{3}$ | 0.25×2 | |
| | ب) $ABC$ مثلث متقايس الأضلاع | 0.25 | |
| | 3) $z_D=-\sqrt{3}-\sqrt{3}i$ | 0.25 | |
| | 4) أ- $T$ تشابه مركزه $A$ ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ | 0.25×3 | |
| | ب- $ToT$ تشابه مركزه $A$ ونسبته 2 وزاويته $\frac{3\pi}{2}$ | 0.5 | |
| المستقيمات والمستويات في الفضاء تطبيقات الجداء السلمي في الفضاء | **التمرين الثاني** (04.5 نقطة) | | 04.5 |
| | 1)-أ- $\overrightarrow{AB}$ لا يوازي $\overrightarrow{AC}$ ومنه النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعيّن مستويا..... | 0.75 | |
| | ب- $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}$ شعاع ناظمي لـ $(ABC)$ | 0.25×2 | |
| | $3x+4y-2z+1=0$ معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$ ..... | 0.5 | |
| | 2)-أ- $\vec{n}$ شعاع ناظمي لـ $(P_1)$ و $\overrightarrow{n'}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي لـ $(P_2)$ | 0.25×2 | |
| | و $\vec{n}\cdot\overrightarrow{n'}=0$ ومنه $(P_1)$ و $(P_2)$ متعامدان. | | |
| | ب- $(\Delta)\begin{cases}x=\frac{4}{7}t+\frac{1}{7}\\y=\frac{1}{14}t-\frac{5}{14}\\z=t\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ وكذلك $(\Delta)\begin{cases}x=8t\\y=t-\frac{3}{8}\\z=14t-\frac{1}{4}\end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم | 0.25×3 | |
| | ج- التحقق $O\notin(\Delta)$ ..... | 0.25×2 | |
| | د- $d(O;(P_1))=\frac{\sqrt{29}}{29}$ ، $d(O;(P_2))=\frac{1}{3}$ ..... | 0.25×2 | |
| | $d(O;(\Delta))=\sqrt{\frac{38}{261}}$ ..... | 0.25×2 | |

140

صفحة 1 من 4

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تابع الإجابة النموذجية  المادة : رياضيات  الشعبة: رياضيات

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| المتتاليات الحسابية | **التمرين الثالث:** (04 نقاط) | | |
| | 1) $d=6$ ، $U_3=12$ و $U_5=18$ ، $U_0=3$ | 0.25×3+0.5 | |
| | 2) $U_n=3+3n$ و $2010=3+3\times669$ ورتبته 670 | 0.75 | |
| | 3) $10080=\frac{5}{2}(u_N+u_{N+4})$ ومنه $u_N=2010=u_{669}$ | 0.5 | 4 |
| | 4) أ) $S=3(n+1)(2n+1)$ | 0.5 | |
| | ب) $S_1=3(n+1)^2$ و $S_2=3n(n+1)$ | 0.5×2 | |
| دراسة دالة أسية البرهان بالتراجع معادلة المماس حساب المساحات | **التمرين الرابع:** (07 نقاط) | | |
| | 1) أ) $f'(x)=(3x+7)e^x$ ..... | 0.25 | |
| | $f''(x)=(3x+10)e^x$ ..... | 0.25 | |
| | البرهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم فإن: | | |
| | $f^{(n)}(x)=(3x+3n+4)e^x$ ..... | 0.75 | |
| | ب) $y=(3x+10)e^x+c_1x+c_2$ حيث : $(c_1;c_2)\in\mathbb{R}^2$ ..... | 0.25 | |
| | 2) أ- $\lim_{x\to-\infty}f(x)=3\lim_{x\to-\infty}xe^x+4\lim_{x\to-\infty}e^x=0$ ..... | 0.25 | |
| | $y=0$ معادلة المستقيم المقارب لـ $(C_f)$ عند $-\infty$ ..... | 0.25 | |
| | ب- إشارة $f'$ ، $f$ متزايدة تماما على $\left[\frac{-7}{3};+\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{-7}{3}\right]$ | 0.25×3 | 07 |
| | جدول التغيرات ..... | 0.5 | |
| | 3) أ) معادلة $(\Delta)$ : $y=-(3x+16)e^{-\frac{10}{3}}$ ..... | 0.5 | |
| | ب ) إشارة $f''(x)$ ، $\omega\left(-\frac{10}{3};f(-\frac{10}{3})\right)$ نقطة انعطاف ..... | 0.25×2 | |
| | ج) رسم $(c_f)$ و $(\Delta)$ ..... | 0.75 | |
| | 4) أ- $\int_{-1}^{x}te^t dt=(x-1)e^x+\frac{2}{e}$ ..... | 0.75 | |
| | $F$ دالة أصلية لـ $f$ : $F(x)=(3x+1)e^x+c$ ..... | 0.5 | |
| | ب- $A(\lambda)=-\int_{\lambda}^{-\frac{4}{3}}f(x)dx=(3\lambda+1)e^{\lambda}+3e^{-\frac{4}{3}}(ua)$ ..... | 0.5 | |
| | $\lim_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)=3e^{-\frac{4}{3}}\ (ua)$ ..... | 0.25 | |

141



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تابع الإجابة النموذجية  المادة : رياضيات  الشعبة: رياضيات

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول:** (04 نقاط) | | |
| | 1) $(x,y)=(7k+1,13k+2)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ ..... | 0.75 | |
| | 2) $a=91k+13$ ، $k\in\mathbb{Z}$ ..... | 0.75 | |
| | 3) بواقي القسمة الإقليدية للعدد $9^n$ على 7 ..... | 0.75 | |

| $n$ | $3k$ | $3k+1$ | $3k+2$ |
|---|---|---|---|
| باقي القسمة | 1 | 2 | 4 |

بواقي القسمة الإقليدية للعدد $9^n$ على 13 ..... 0.75

| $n$ | $3k$ | $3k+1$ | $3k+2$ |
|---|---|---|---|
| باقي القسمة | 1 | 9 | 3 |

الموافقات نظام التعداد القسمة الاقليدية — 04

4) $b=6+8\times9+\beta\times9^3+\alpha\times9^6$ مع $0<\alpha<9$ و $0\le\beta<9$ 0.25

$b\equiv0[7]$ تكافئ $\alpha+\beta\equiv-1[7]$ 0.25

$b\equiv0[13]$ تكافئ $\alpha+\beta\equiv0[13]$ 0.25

ومنه $\alpha+\beta=13$ وعليه : $(\alpha,\beta)\in\{(5,8),(8,5),(6,7),(7,6)\}$ 0.25

**التمرين الثاني:** (05 نقاط)

1) $(D)$: $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=\frac{3}{2}t\end{cases}$ ، $t\in\mathbb{R}$ و $(\Delta)$: $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\lambda\\y=\lambda\\z=3-3\lambda\end{cases}$ ، $\lambda\in\mathbb{R}$ ..... 0.5×2

$(D)$ و $(\Delta)$ متقاطعان في النقطة $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)$ ..... 0.5

2) $\overline{GA}+\overline{GB}+\overline{GC}=\vec{0}$ ..... 0.5

$G$ مركز ثقل المثلث $ABC$ ..... 0.25

3) $\vec{n}\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$ أو $\vec{n}(6;3;2)$ ..... 0.5

التمثيل الوسيطي لمستقيم معادلة مستو مركز ثقل مثلث بعد نقطة عن مستقيم — 05

4) معادلة للمستوى $(ABC)$ $x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z-1=0$ ..... 0.5

المسافة بين النقطة $O$ والمستوي $(ABC)$ تساوي : $\frac{6}{7}$ ..... 0.5

5) أ- $H\left(\frac{5}{17};\frac{12}{17};\frac{18}{17}\right)$ ..... 0.75

ب- المسافة بين $B$ و $(D)$ تساوي : $BH=\frac{\sqrt{833}}{17}=\frac{7}{\sqrt{17}}$ ..... 0.5

142



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تابع الإجابة النموذجية  المادة : رياضيات  الشعبة: رياضيات

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| الأعداد المركبة المتتاليات | **التمرين الثالث:** (04 نقاط) | | 04 |
| | 1/ أ) خطأ، لأن $a=\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ ..... | 0.5 | |
| | ب) صحيح لأن: $a^{2011}=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\overline{a}=-\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}$ ..... | 1 | |
| | 2/ أ- خطأ لأن زاويته هي $\frac{3\pi}{4}$ ..... | 0.5 | |
| | ب- خطأ لأنه مجموعة النقط $M$ هي نصف مستقيم مفتوح مبدؤه: $A$ ..... | 0.5 | |
| | 3/ أ) صحيح لأن: $\frac{3}{4}\left[-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{2}{3}\right]+\frac{1}{6}=-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}+\frac{2}{3}$ ..... | 0.5 | |
| | ب) خطأ لأن: من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1}-u_n>0$ ..... | 0.5 | |
| | ج) خطأ لأن: $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\frac{2}{3}$ ..... | 0.5 | |
| دالة لوغاريتمية دوال أصلية وحساب المساحات الوضع النسبي | **التمرين الرابع:** (07 نقاط) | | 07 |
| | 1)-أ- $g'(x)=2x+\frac{2}{x}>0$، $g$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ..... | 0.25×2 | |
| | $\lim\limits_{x\to 0}g(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ ، جدول التغيرات..... | 0.25×3 | |
| | ب- $g(1)=0$ ..... | 0.25 | |
| | إشارة $g(x)$: $g(x)>0$ من أجل $x>1$ و $g(x)<0$ من أجل $0<x<1$ | 0.5 | |
| | 2)-أ- $f$ قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ لأنها جداء دالتين قابلتن للاشتقاق ..... | 0.25 | |
| | $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ ..... | 0.5 | |
| | $f$ متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;1]$ ..... | 0.25 | |
| | $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، جدول التغيرات ..... | 0.25×3 | |
| | ب- $f(x)-\ln x=\frac{-\ln x}{x^2}$ ومنه $(C_f)$ فوق $(\delta)$ من أجل $0<x<1$ و $(C_f)$ تحت $(\delta)$ من أجل $x>1$ ..... | 0.25×2 | |
| | $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}\ln x=0$ ..... | 0.25 | |
| | نستنتج أن $(\delta)$ منحنى مقارب لـ $(C_f)$ في جوار $+\infty$ ..... | 0.25 | |
| | رسم $(C_f)$ و $(\delta)$ ..... | 0.75 | |
| | 3)-أ- $\int_1^x\frac{1}{t^2}\ln t\,dt=-\frac{1}{x}(1+\ln x)+1$ ..... | 0.5 | |
| | $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية لـ $x\mapsto\ln x$ على $[1;+\infty[$ ..... | 0.25 | |
| | $F$ دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $[1;+\infty[$ .... $F(x)=\frac{(x^2+1)\ln x-x^2+1}{x}$ | 0.25 | |
| | ب- $A(\alpha)=\int_1^{\alpha}(\ln x-f(x))dx=1-\frac{1+\ln\alpha}{\alpha}$ (ua) ..... | 0.25 | |
| | $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}A(\alpha)=1$ (ua) ..... | 0.25 | |



143

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com