najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبية — **ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية بسكرة**

الشعبـــة : العلـوم التجريبيـــــــــة — **دورة مـــــــــــــــاي 2019**

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 3 ساعات ونصف**

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :

I) نعرف في $\mathbb{C}$ كثير الحدود P كثير حدود للمتغير المركب z بـ : $P(z)=z^3-4z^2+8z-8$

1) تحقق انه من اجل كل z من $\mathbb{C}$ لدينا : $P(z)=(z-2)(z^2-2z+4)$

2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C ذات اللواحق $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1) اكتب على الشكل الاسي العدد المركب $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$

2) عين طبيعة التحويل النقطي f الذي يحول النقطة C الى النقطة B مع ذكر عناصره المميزة

3) استنتج نوع المثلث ABC

4) (E) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التي تحقق: $|z^2|-(z+\overline{z})-2=0$

أ) تحقق ان النقطة B من المجموعة (E)

ب) عين ثم انشئ المجموعة (E) في المعلم $(O,\vec{u};\vec{v})$

التمرين الثاني :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=-1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+4}{u_n+3}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0<u_n<2$

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3) بين مع التبرير أن المتتالية (u_n) متقاربة.

4) من اجل كل n من $\mathbb{N}$ نضع : $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+2}$

أ) أكتب $5v_{n+1}$ بدلالة v_n ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث :

يحتوي وعاء على ثلاث قريصات بيضاء مرقمة بالشكل **1** ، **5** ، **5** واربع قريصات حمراء مرقمة بالشكل **1** ، **1** ، **3** ، **3** .
القريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس،
نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد .

1) أحسب احتمال الحدثين التاليين:
A : " الحصول على قريصتين من نفس اللون"
B : " الحصول على قريصتين مجموع رقميهما **6** "

2) احسب $P(A \cap B)$ ، هل الحدثين A ، B مستقلين ؟.

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لقريصتين مجموع الرقميين المسجلين عليهما.
أ) ما هي قيم المتغير العشوائي X ؟.
ب) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X
ج) احسب أمله الرياضي و انحرافه المعياري.

التمرين الرابع:

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[-4;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+2-\dfrac{4e^x}{e^x+2}$

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ)اثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (D).

3) أ) بين انه من اجل كل x من $[-4;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\left(\dfrac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $[-4;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج) استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد احداثييها.

د) بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1.7<\alpha<-1.6$

4) أنشئ (C_f) و (D) في المعلم $(O,\vec{i};\vec{j})$.

II) 1) اوجد مجموعة الدوال الاصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{e^x}{e^x+2}$ على $[-4;+\infty[$.

2) λ عدد حقيقي حيث $\lambda>0$
احسب بـ cm^2 المساحة $A(\lambda)$ للسطح المستوي المحدد بـ (C_f) و (D)
و المستقيمين الذين معادلتيهما $x=0$ $x=\lambda$

3) احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 = 3z - 9$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O, \vec{u}; \vec{v}\right)$

نعتبر النقطتين A ، B ذات اللاحقتين $z_A = 3e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ على الترتيب .

1) احسب $|z_A|$ ، $|z_B|$ ثم استنتج ان النقطتين A ، B تنتميان الى دائرة (C) يطلب تحديد عناصرها المميزة.

2) T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}} z$

أ) حدد طبيعة التحويل النقطي T ، مع ذكر عناصره المميزة

ب) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل النقطي T.

3) أ) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الأسي.

ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي S الذي يحول النقطة C الى النقطة B ، مع ذكر عناصره المميزة.

التمرين الثاني :

المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}$$

1) أحسب u_1 ، u_2

2) بين أن المتتالية العددية (u_n) ليست حسابية و ليست هندسية

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n^2 + 3$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) حسابية اساسها 2 ، ثم احسب حدها الاول v_0

ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n

ج) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) أكتب بدلالة n المجموعين S ، S' حيث:

$$S = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$$
$$S' = u_0^2 + u_1^2 + \ldots + u_n^2$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث :

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0;4;1)$ ، $B(1;3;0)$ ، $C(2;-1;-2)$ ، $E(7;-1;4)$

1) بين أن النقط A ، B و C تشكل مستو.

2) ليكن (D) المستقيم المار من النقطة E و $\vec{u}(2;-1;3)$ شعاع توجيه له.

أ) بين أن المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC) .

ب) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) ليكن (P) و (P') مستويين معرفين بمعادلتيهما كما يلي :

$$(P): x+y+z=0$$
$$(P'): x+4y+2=0$$

أ) بين أن (P) و (P') متقاطعين وفق مستقيم (D') المعرف بتمثيله الوسيطي :

$$(D'): \begin{cases} x=-2-4t \\ y=t \\ z=2+3t \end{cases} \quad ; \quad t\in\mathbb{R}$$

ب) ادرس الوضع النسبي بين المستقيم (D') و المستوي (ABC).

التمرين الرابع :

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ ، $\|\vec{i}\|=1cm$

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln(x+1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g على المجال $[0;+\infty[$

2) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{-x}\ln(e^x+1)$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المعلم $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) أ) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x)=e^{-x}g(e^x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أنشئ (C_f) في المعلم $(O,\vec{i};\vec{j})$

4) أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=x-(e^{-x}+1)\ln(e^x+1)$ هي دالة أصلية لدالة f على $\mathbb{R}$

ب) A مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و المستقيمات $y=0$ ، $x=0$ ، $x=\ln 2$ ،احسب بـ cm^2 المساحة A

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

اختبار مادة : الرياضيات المستوى: الثالثة ثانوي

محاور الموضوع	عناصر الإجابة الموضوع الاول	العلامة مجزاة	العلامة المجموع
الأعداد المركبة	**التمرين الاول:**		05

(I

أ) التحقق انه من اجل كل z من $\mathbb{C}$ فان $P(z)=(z-2)(z^2-2z+4)$:

$$(z-2)(z^2-2z+4)=z^3-4z^2+8z-8=P(z)$$

ب) الحل في $\mathbb{C}$ ، للمعادلة $P(z)=0$:

$P(z)=0$ معناه: $(z-2)(z^2-2z+4)=0$ ومنه $z=2$ أو $z=1-i\sqrt{3}$ أو $z=1+i\sqrt{3}$ أي $S=\left\{z=2\,;z=1-i\sqrt{3};z=1+i\sqrt{3}\right\}$

(II

1) كتابة الشكل الاسي للعدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=\frac{-1+i\sqrt{3}}{-1-i\sqrt{3}}=e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

2) تعيين طبيعة التحويل النقطي f :

لدينا : $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ أي : $z_B-z_A=e^{-i\frac{2\pi}{3}}\left(z_C-z_A\right)$

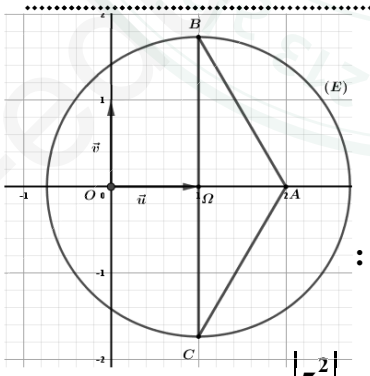
ومنه : التحويل النقطي f هو دوران مركزه النقطة A وزاويته $\theta=-\frac{2\pi}{3}$

3) استنتاج نوع المثلث ABC :

لدينا $\left|z_B-z_A\right|=\left|e^{-i\frac{2\pi}{3}}\left(z_C-z_A\right)\right|=\left|e^{-i\frac{2\pi}{3}}\right|\left|z_C-z_A\right|=\left|z_C-z_A\right|$ ومنه $AB=AC$

اذن: المثلث ABC متساوي الساقين .

4) .....



أ) التحقق من ان النقطة B من المجموعة (E) :

$$\left|z_B{}^2\right|-\left(z_B+\overline{z_B}\right)-2=4-2-2=0$$

إذن: النقطة B من المجموعة (E) .

ب) تعيين و انشاء المجموعة (E) في المعلم $\left(O,\vec{u};\vec{v}\right)$:

لتكن النقطة M من المستوي المركب لاحقتها $z=x+iy$

لدينا M من المجموعة (E) معناه ان : $\left|z^2\right|-\left(z-\overline{z}\right)-2=0$

ومنه $x^2+y^2-2x-2=0$ أي $(x-1)^2+y^2=3$ وبالتالي مجموعة النقط (E) هي عبارة عن الدائرة التي مركزها النقطة $\Omega(1;0)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}\,u.m$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

المتتاليات العددية

4

التمرين الثاني:

1) البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $0 < u_n < 2$:

- من اجل $n = 1$ لدينا $u_1 = \frac{1}{2}$ ومنه $0 < u_1 < 2$ وبالتالي الخاصية محققة من أجل $n = 1$
- نفرض ان $0 < u_n < 2$ محققة من أجل العدد الطبيعي n ونبرهن ان $0 < u_{n+1} < 2$ محققةكذلك

لنا $0 < u_n < 2$ ومنه $3 < u_n + 3 < 5$ ومنه $\frac{1}{5} < \frac{1}{u_n+3} < \frac{1}{3}$ ومنه $-1 < -\frac{5}{u_n+3} < -\frac{5}{3}$

ومنه $-1 < 3 - \frac{5}{u_n+3} < 3 - \frac{5}{3}$ ومنه $2 < \frac{3u_n+4}{u_n+3} < \frac{4}{3}$ أي $0 < \frac{3u_n+4}{u_n+3} < 2$

أي $0 < u_{n+1} < 2$ ومنه الخاصية $0 < u_{n+1} < 2$ محققة من أجل العدد الطبيعي n.

- نستنتج مما سبق ان الخاصية $0 < u_n < 2$ محققة اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n .

2) دراسة اتجاه تغير المتتالية العددية (u_n) :

$u_{n+1} - u_n = \frac{(2-u_n)(2+u_n)}{u_n+3} > 0$ وبالتالي المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

3) تبرير ان المتتالية (u_n) متقاربة:

بما ان (u_n) متتالية متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بالعدد 2 فهي اذن متقاربة

4) أ) كتابة $5v_{n+1}$ بدلالة v_n ثم استنتاج طبيعة المتتالية (v_n) :

لدينا من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $5v_{n+1} = \frac{15u_{n+1}+20}{u_{n+1}+3} = \frac{5u_n-10}{5u_n+10} = \frac{u_n-2}{u_n+2} = v_n$

ومنه المتتالية (v_n) متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{5}$ وحدها الاول

$v_0 = \frac{u_0-2}{u_0+2} = \frac{-1-2}{-1+2} = -3$

ب) كتابة v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n : $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -3\left(\frac{1}{5}\right)^n$ بالتعويض نجد

$u_n = \frac{-2v_n-2}{v_n-1} = \frac{2(5^n)-6}{5^n+3}$, $n \in \mathbb{N}$.

ج) استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2(5^n)-6}{5^n+3} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2(5^n)}{5^n+3} = 2$.

najah213.com · نجاح 213

الاحتمالات	**التمرين الثالث :** 1) حساب احتمال الحدثين A ، B : $P(A)=\frac{C_3^2+C_4^2}{C_7^2}=\frac{3}{7}$ ، $P(B)=\frac{C_2^1\times C_3^1+C_2^2}{C_7^2}=\frac{1}{3}$ 2) حساب احتمال $P(A\cap B)$ ، و هل الحدثين A ، B مستقلين: $P(A\cap B)=\frac{C_2^1\times C_1^1+C_2^2}{C_7^2}=\frac{1}{7}$ لدينا: $P(A)\times P(B)=\frac{3}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{7}$ اذن : $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ أي الحدثين A ، B مستقلين 3) أ) القيم الممكنة للمتغير العشوائي X : $X\in\{2;4;6;8;10\}$ ب) اعطاء قانون احتمال للمتغير العشوائي X : $P(X=2)=\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{3}{21}$ $P(X=4)=\frac{C_3^1\times C_2^1}{C_7^2}=\frac{6}{21}$ $P(X=6)=\frac{7}{21}$ $P(X=8)=\frac{C_2^1\times C_2^1}{C_7^2}=\frac{4}{21}$ $P(X=10)=\frac{C_2^2}{C_7^2}=\frac{1}{21}$		04

x_i	2	4	6	8	10
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{21}$	$\frac{6}{21}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$

ب) حساب $E(X)$ ، $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X :

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_iP(X=x_i)=(2)\left(\frac{3}{21}\right)+(4)\left(\frac{6}{21}\right)+(6)\left(\frac{7}{21}\right)+(8)\left(\frac{4}{21}\right)+(10)\left(\frac{1}{21}\right)=\frac{38}{7}$$

$$V(X)=E(X^2)-(E(X))^2=\sum_{i=1}^{5}x_i^2P(X=x_i)-(E(X))^2$$

$$=(2)^2\left(\frac{3}{21}\right)+(4)^2\left(\frac{6}{21}\right)+(6)^2\left(\frac{7}{21}\right)+(8)^2\left(\frac{4}{21}\right)+(10)^2\left(\frac{1}{21}\right)-\left(\frac{38}{7}\right)^2$$

$$=\frac{680}{147}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{680}{147}}\approx 2.15$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الدوال العددية

التمرين الرابع:

(I

1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: نجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ) إثبات أن المستقيم (D) ذي المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$:

لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]=0$.

إذن المستقيم (D) ذي المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (D) : لدينا : $d(x)=f(x)-(x-2)=\dfrac{8}{e^x+2}$

بما انه من اجل كل x من $]-4;+\infty[$: $\dfrac{8}{e^x+2}>0$ أي : $d(x)>0$

أي ان (C_f) يقع فوق المستقيم (D).

3) أ) حساب $f'(x)$: $f'(x)=1-\dfrac{8e^x}{\left(e^x+2\right)^2}=\dfrac{\left(e^x-2\right)^2}{\left(e^x+2\right)^2}=\left(\dfrac{e^x-2}{e^x+2}\right)^2$

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة f على $]-4;+\infty[$ وتشكيل جدول تغيراتها :

دراسة إشارة $f'(x)$:

لدينا من اجل كل x من $]-4;+\infty[$ $\left(e^x+2\right)^2>0$ و $\left(e^x-2\right)^2\geq 0$ ومنه $f'(x)\geq 0$

و لدينا $f'(x)=0$ يكافئ ان $\left(e^x-2\right)^2=0$ يكافئ ان $e^x-2=0$ يكافئ ان $x=\ln 2$.

تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

x	-4		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-2-\dfrac{4}{2e^4+1}$	↗		↗	$+\infty$

ج) استنتاج ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف مع تحديد احداثييها:

بما ان $f'(x)$ تنعدم من اجل القيمة $\ln 2$ ولا تغير اشارتها عند القيمة $\ln 2$ فان النقطة $\Omega(\ln 2;\ln 2)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

د) تبيين ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث:

$-1.7<\alpha<-1.6$

لدينا دالة f مستمرة و متزايدة تماما على $]-4;+\infty[$ و $f(-1.7)\times f(-1.6)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث :

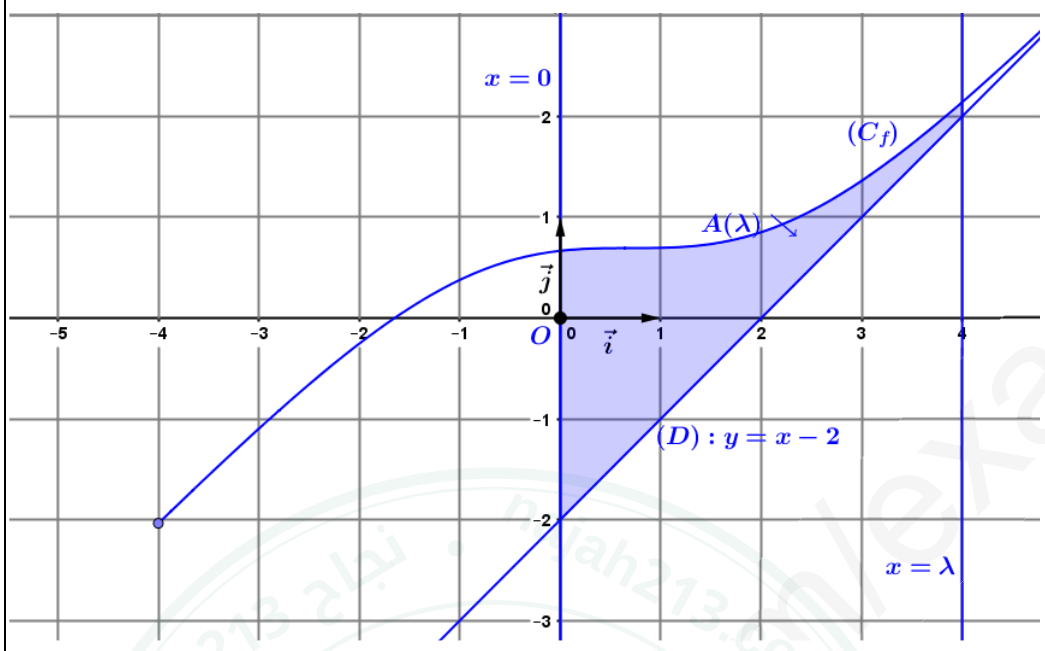
$-1.7<\alpha<-1.6$

أي ان المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α .

07

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الدوال العددية و الحساب التكاملي	4) إنشاء (C_f) و (D) في المعلم $(O,\vec{i};\vec{j})$: 		07

II) 1) ايجاد الدوال الاصلية للدالة $x \mapsto \dfrac{e^x}{e^x+2}$ **على المجال** $]-4;+\infty[$:

الدالة $x \mapsto \dfrac{e^x}{e^x+2}$ معرفة ومستمرة على المجال $]-4;+\infty[$ فهي تقبل دوال اصلية .

نضع $u(x)=e^x+2$ ومنه $u'(x)=e^x$ ومنه نجد ان الدالة $x \mapsto \dfrac{e^x}{e^x+2}$ مكتوبة على الشكل $x \mapsto \dfrac{u'(x)}{u(x)}$ اي ان مجموعة الدوال الاصلية للدالة $x \mapsto \dfrac{e^x}{e^x+2}$ على المجال $]-4;+\infty[$ هي: $x \mapsto \ln\left(e^x+2\right)+k \quad ; k \in \mathbb{R}$.

2) حساب المساحة $A(\lambda)$:

$$A(\lambda)=2\times 2\left[\int_0^{\lambda}\left(\left(x+2-\frac{4e^x}{e^x+2}\right)-(x-2)\right)dx\right]=8\left[\int_0^{\lambda}\left(4-\frac{4e^x}{e^x+2}\right)dx\right]$$

$$=8\left[4x-4\ln(e^x+2)\right]_0^{\lambda}=8\left(4\lambda-4\ln(e^{\lambda}+2)+4\ln 3\right)cm^2$$

3) حساب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$:

$$\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)=\lim_{\lambda\to+\infty} 8\left(4\lambda-4\ln(e^{\lambda}+2)+4\ln 3\right)=+\infty$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الأعداد المركبة

تصحيح الموضوع الثاني:

التمرين الأول:

I) الحل في $\mathbb{C}$ للمعادلة $z^2 = 3z - 9$:

المعادلة $z^2 = 3z - 9$ تكافيء $z^2 - 3z + 9 = 0$ ومنه $\Delta = (-3)^2 - 4\times(1)(9) = -27$

ومنه نجد $S = \left\{ \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i ; \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right\}$.

II) 1) حساب $|z_A|, |z_B|$:

$|z_A| = \left|3e^{i\frac{\pi}{6}}\right| = 3$ ، $|z_B| = |\overline{z_A}| = 3$.

لدينا $|z_A| = OA = 3$ وأيضا $|z_B| = OB = 3$ اذن نستنتج أن النقطتين A و B تنتميان للدائرة ذات المركز O ونصف القطر R=3.

2) أ) تحديد طبيعة التحويل T:

لنا العبارة المركبة لهذا الدوران هي $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}} z$ وهي من الشكل $z' - z_o = e^{i\frac{2\pi}{3}}(z - z_o)$

وحسب الدرس يتضح ان هذه العبارة هي لدوران مركزه النقطة O وزاويته $\theta = \frac{2\pi}{3}$.

ب) تعيين z_C لاحقة النقطة C صورة A بالتحويل T:

C صورة A بالتحويل T معناه $z_C = e^{i\frac{2\pi}{3}} z_A = e^{i\frac{2\pi}{3}} \times \left(3e^{i\frac{\pi}{6}}\right) = \frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$

3) أ) كتابة العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الأسي:

$$\text{ومنه } \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i\right) - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right)}{\left(\frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right) - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right)} = \frac{1}{\sqrt{3}}i = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{i\frac{\pi}{2}} \text{ لنا}$$

$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$.

ب) استنتاج طبيعة التحويل النقطي S الذي يحول C الى B مع ذكر عناصره المميزة:

لنا $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $z_B - z_A = \frac{\sqrt{3}}{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_C - z_A)$ وهو من الشكل

$z' - z_\Omega = re^{i\theta}(z - z_\Omega)$ أي ان التقطة B هي صورة C بتشابه مباشر وعليه نستنتج ان S هو التشابه المباشر الذي نسبته $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ومركزه النقطة A وزاويته $\theta = \frac{\pi}{2}$.

04

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المتتاليات العددية	**التمرين الثاني:** 1) حساب الحدود u_1 ، u_2 : $u_1=\sqrt{u_0^{\,2}+2}=\sqrt{1+2}=\sqrt{3}$ ، $u_2=\sqrt{u_1^{\,2}+2}=\sqrt{3+2}=\sqrt{5}$ 2) تبيين ان المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية: $u_2u_0\neq u_1^{\,2}$ أي $\sqrt{5}\neq 3$ اذن المتتالية (u_n) ليست هندسية خاصية الوسط الهندسي غير محققة $u_0+u_2\neq 2u_1$ أي $1+\sqrt{5}\neq 2\sqrt{3}$ اذن المتتالية (u_n) ليست حسابية الوسط الحسابي غير محقق 3) أ) اثبات ان المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 و حساب حدها الاول v_0 : لدينا من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1}=u_{n+1}^2+3=(u_n^2+3)+2=v_n+2$ ومنه المتتالية (v_n) متتالية حسابيةاساسها $r=2$ وحدها الاول $v_0=u_0^2+3=1+3=4$ ب) كتابة v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n : لنا $n\in\mathbb{N}$, $v_n=2n+4$ ومنه $u_n=\sqrt{v_n-3}=\sqrt{2n+1}$, $n\in\mathbb{N}$ ج) حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{2n+1}=+\infty$ 4) كتابة بدلالة n المجموعيين S ، S' : نجد $S=v_0+v_1+\ldots+v_n$ ومنه $S=(n+1)(n+4)$ أيضا $S'=u_0^2+u_1^2+\ldots+u_n^2$ ومنه $S'=S-3(n+1)=(n+1)^2$.	04	
الهندسة الفضائية	**التمرين الثالث:** 1) تبيين أن النقط A,B و C تشكل مستو: لدينا : $\overrightarrow{AB}(1;-1;-1)$ ، $\overrightarrow{AC}(2;-5;-3)$ و لنا : $\frac{x_{\overrightarrow{AC}}}{x_{\overrightarrow{AB}}}\neq\frac{y_{\overrightarrow{AC}}}{y_{\overrightarrow{AB}}}$ إذن فان الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا وبالتالي النقاط A,B و C تشكل مستو 2) أ) تبيين ان المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC): لدينا : $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\,.\,\vec{u}=(1)(2)+(-1)(-1)+(-1)(3)=0\\ \overrightarrow{AC}\,.\,\vec{u}=(2)(2)+(-5)(-1)+(-3)(3)=0\end{cases}$ اذن المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC) لان شعاع توجيهه يعامد شعاعي توجيهه. ب) استنتاج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) : بما أن المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC) فان الشعاع $\vec{u}(2;-1;3)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ومنه نجد : $2x-y+3z+d=0$ $A\in(ABC)$: $-2(0)-3(4)+3(1)+d=0$ اذن : $d=4$ و بالتالي : $(ABC):2x-y+3z+4=0$.	04	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3)

أ) تبيين ان المستويين (P) و (P') متقاطعين وفق مستقيم (D') :

لدينا: المستقيم (D') معرف بتمثيله الوسيطي : $t \in \mathbb{R}$ .....

$$\begin{cases} x = -2 - 4t & .....(1) \\ y = t & .....(2) \\ z = 2 + 3t & .....(3) \end{cases}$$

و المستويين (P) و (P') معرفين بمعادلتهما :

$$(P) : x + y + z = 0 .....(4) \qquad (P') : x + 4y + 2 = 0 .....(5)$$

بتعويض (1) و (2) و(3) في (4) و (5) على التوالي نجد :

$$(-2-4t) + (t) + (2+3t) = 0 \quad \text{و} \quad (-2-4t) + 4(t) + 2 = 0$$

اذن : $(P) \cap (P') = (D')$.

ب) دراسة الوضع النسبي بين المستوي (ABC) والمستقيم (D') :

لدينا : $\vec{u}_{(D')} \cdot \vec{cn}_{ABC} = (2)(-4) + (-1)(1) + (3)(3) = 0$ و $A \notin (D')$ و

$B \notin (D')$ اذن : $(D') \parallel (ABC)$.

التمرين الرابع:

I)

1) دراسة تغيرات الدالة g على $[0;+\infty[$:

أ) النهايات : $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة g على $[0;+\infty[$:

الدوال العددية

حساب $g'(x)$: $g'(x) = \dfrac{-x}{(x+1)^2}$

08

دراسة إشارة $g'(x)$: لدينا من اجل كل x من $[0;+\infty[$: $(x+1)^2 > 0$

ومنه إشارة $g'(x)$ تعتمد على إشارة البسط x- لدينا من اجل كل x من $[0;+\infty[$: $-x \leq 0$

وبالتالي : من اجل كل x من $[0;+\infty[$: $g'(x) \leq 0$

ج) تشكيل جدول تغيرات الدالة g على المجال $[0;+\infty[$:

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	0	$-$	
$g(x)$	0	↘	$-\infty$

2) استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$:

x	0		$+\infty$
$g(x)$	0	$-$	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

(II) 1) أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=1 \quad ، \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=0$$

ب) التفسير الهندسي :

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أفقيين معدلتيهما $y=0$ و $y=1$

2) أ) تبيين انه من اجل من اجل كل x **من** $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{-x}g(e^x)$:

$$f'(x)=(e^{-x}\ln(e^x+1))'=e^{-x}\left(\frac{e^x}{e^x+1}-\ln(e^x+1)\right)=e^{-x}g(e^x)$$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f **على** $\mathbb{R}$ **، ثم تشكيل جدول تغيراتها:**

دراسة إشارة $f'(x)$:

لدينا من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^{-x}>0$

و لدينا من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x>0$

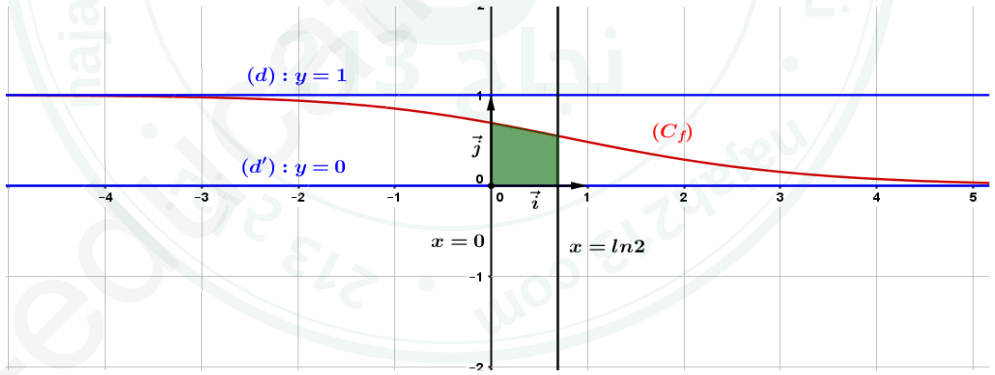
وبما أن $g(x)$ سالبة على المجال $[0;+\infty[$ فان $g(e^x)<0$

وبالتالي : من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)<0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	1	↘	0

3) إنشاء (C_f) **في المعلم** $(O,\vec{i};\vec{j})$:



4) أ) تبيين أن الدالة $F(x)=x-(e^{-x}+1)\ln(e^x+1)$ **هي دالة أصلية للدالة** f **على** $\mathbb{R}$:

لدينا الدالة F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و لدينا من اجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$F'(x)=\left(x-(e^{-x}+1)\ln(e^x+1)\right)'=e^{-x}\ln(e^x+1)=f(x)$$

ومنه الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب) حساب المساحة A **بـ** cm^2 :

$$A=1\times1\left[\int_0^{\ln 2}\left(e^{-x}\ln(e^x+1)\right)dx\right]=\left[x-(e^{-x}+1)\ln(x+1)\right]_0^{\ln 2}\approx 0.43\,cm^2$$

لوطاية في 2019/05/23

الدوال الأصلية وحساب المساحات