najah213.com · نجاح 213

HAYATMATH2EMEEXAMMARS2025MATHS

امتحان الفصل الثاني
الشعبة: علوم تجريبية

السنة الدراسية 1446 / 2024 – 2025
الأحد 02 رمضان 1446 / 02 مارس 2025

اختبار في مادة: الرياضيات
المدّة: 03 سا و 30 د

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط) :

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

1) حلول المعادلة التفاضلية: $y' = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ هي حيث c عدد حقيقي:

أ	$y = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + c$	ب	$y = \sqrt{x^2+1} + c$	ج	$y = 2\sqrt{x^2+1} + c$

2) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$ ، القيمة المتوسّطة للدالة g على المجال $[-ln2; ln2]$ هي:

أ	$2ln2$	ب	$\frac{1}{2ln2}$	ج	$\frac{1}{2}$

3) β عدد حقيقي ، تكون الأعداد: $2e^{\beta}$ ، $e^{\beta}+2$ و $e^{\beta}+1$ بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

أ	$\beta = \ln(\sqrt{5}-1)$	ب	$\beta = 0$	ج	$\beta = \ln(\sqrt{5}+1)$

4) a و b عددان حقيقيان. X متغيّر عشوائي، قانون احتماله موزّع كالآتي

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	a	b	$\frac{1}{2}$

قيمتا a و b التي من أجلها الأمل الرياضياتي $E(X) = \frac{23}{10}$ هي:

أ	$b = \frac{2}{10}$ ، $a = \frac{3}{10}$	ب	$b = \frac{1}{4}$ ، $a = \frac{1}{4}$	ج	$b = \frac{3}{10}$ ، $a = \frac{2}{10}$

التمرين الثاني (05 نقاط) :

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n}$.

1. أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \frac{5}{2}$
2. بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n-3)(u_n-1)}{5-u_n}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)
3. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.
4. بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $u_{n+1} - 1 \le \frac{4}{5}(u_n - 1)$
5. بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $0 \prec u_n - 1 \le \left(\frac{4}{5}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$

II. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$.

1. أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ ثم أحسب v_0 .

أكتب v_n بدلالة n ، ثم بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ فإن: $u_n = \frac{1+3v_n}{1+v_n}$

أكتب u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2. أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n = \frac{2}{u_0-3}+\frac{2}{u_1-3}+...+\frac{2}{u_n-3}$ و $T_n = v_0^{\,2}+v_1^{\,2}+...+v_n^{\,2}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 9 كريّات متماثلة لا نفرّق بينها باللمس. منها أربع كريّات بيضاء وثلاث كريّات حمراء وكريّتان خضراوان نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريّات من هذا الصندوق.

1) أحسب احتمال الأحداث التالية:

A" الحصول على 3 كريّات من نفس اللون"

B " الحصول على الألوان الثلاثة"

C" الحصول على كرة بيضاء على الأقل"

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب لثلاثة كريّات عدد الألوان المحصّل عليها.

أ / عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي.

ب / احسب $E(1446X+2025)$.

3) نضيف الآن إلى الصندوق كرة واحدة سوداء، ثمّ نسحب عشوائيا 4 كريّات على التوالي دون إرجاع.

بيّن أنّ احتمال الحدث D " الحصول على الألوان الأربعة " هو $\frac{4}{35}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$.

1) أدرس تغيّرات الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما 1 والآخر α حيث : $\alpha \in]2{,}2;2{,}3[$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II)الدالة العددية f المعرّفة على $]0;e[\cup]e;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(وحدة الطول $2cm$)

(Δ) المستقيم الذي معادلته: $y=x$.

1) احسب النهايات عند أطراف مجموعة تعريفها ثمّ فسّر النتائج بيانيا.

2) أ / بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f: $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

ب / ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ / تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f: $f(x)-x=\frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$.

ب / ادرس الوضعية النسبيّة لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) أنشئ كلّا من(Δ) و (C_f).

5) أ / احسب الدالة المشتقّة للدالّة: $x \longmapsto 1-\ln x$ من أجل كل عدد حقيقي x من D_f.

ب / بيّن أنّه:$\int_1^{\sqrt{e}} f(x)dx = \ln 2$ ثم احسب بـ cm^2 المساحة $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ المنحني (C_f) والمستقيم (Δ) وبالمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=\sqrt{e}$.



www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: علوم تجريبية /امتحان الفصل الثاني مارس 2025

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط).

يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرّقمين 1 ، 2 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 و أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 2 ، 3 ، 3 ، 4. (الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس)

I) نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد .

1) احسب احتمال كل من الحدثين A و B التاليين:

A :" الحصول على 3 كريات من نفس اللون ".

B :" الحصول على كرية بيضاء على الأقل ".

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحب أكبر الأرقام المحصل عليها.

أ . بيّن أنّ: $P(X=3)=\frac{3}{7}$ ثمّ عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .

ب. احسب الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X .

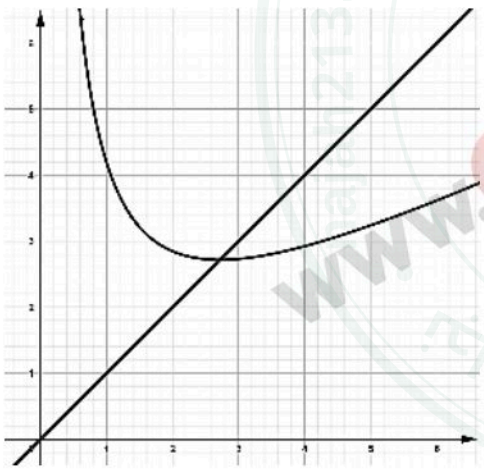
II) نسحب الآن 3 كريات على التوالي دون إرجاع.

ليكن C الحدث: " الحصول على 3 أرقام جُداؤها عدد زوجي" .

احسب احتمال C .

التمرين الثاني: (05 نقاط).

لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+e^2}{2x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (Δ) الذي معادلته: $y=x$.كما هو موضّح في **الشكل المقابل**:



لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=2e$

ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) أ / / انقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.

ب / اعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وكذا تقاربها.

2) أ / أثبت أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]e;+\infty[$ ثمّ برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > e$.

ب / أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\frac{(e-u_n)(e+u_n)}{2u_n}$ ثمّ ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

جـ / استنتج تقارب المتتالية (u_n) ثمّ احسب نهايتها.

3) أ / أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-e \le \frac{1}{4}(u_n-e)$.

ب / استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 < u_n-e \le e\times\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

جـ / احسب من جديد نهاية المتتالية (u_n).

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث: (04 نقاط).

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير:

1) لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$. الدالة الأصلية F على المجال $]1;+\infty[$ والتي تحقّق: $F(e)=e$ معرّفة بـ: $F(x)=\ln(\ln x)+e$.

2) قيمة التكامل $\int_{-1}^{1} xe^x dx$ هي: $2e^{-1}$.

3) الدالة العددية h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=2x+\frac{4}{1+e^x}$، تحقّق من أجل كل عدد حقيقي x:

$$h(x)+h(-x)=4$$

4) (v_n) متتالية هندسية معرفّة من أجل كل عدد طبيعي n وحدودها موجبة تماما وأساسها $q>1$. والتي تحقّق:

$$\begin{cases}\ln(v_1)+\ln(v_3)=8+\ln 4\\ v_1+v_4=2e^2(e^4+1)\end{cases}$$ قيمة الأساس q هي: $q=e^2$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^x-e$.

1) أدرس تغيّرات الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقّق أنّ: $\alpha\in]0{,}5;0{,}6[$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=xe^x-ex+e-2$،

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $\|\vec{i}\|=4cm$، $\|\vec{j}\|=2cm$

1) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

2) أ / بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=g(x)$.

ب /استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ / بيّن أنّ المستقيم (D) ذا المعادلة $y=-ex+e-2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$.

ب / ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (D).

جـ / بيّن أنّه يوجد مماس (T) للمنحني (C_f) يوازي المستقيم (D)، يطلب تعيين معادلة له.

4) أنشئ كلّا من (D)، (T) و (C_f) نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}2$.

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m+2-e)e^{-x}=x$.

6) أ / باستعمال المكاملة بالتجزئة، أحسب: $\int_{\lambda}^{0} xe^x dx$ حيث λ عدد حقيقي سالب تماما.

ب/ احسب بالسنتيمتر المربّع، $A(\lambda)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) وبالمستقيمات التي معادلاتها $y=-ex+e-2$ ، $x=0$ و $x=\lambda$، ثمّ تحقّق أنّ: $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)=8$

أستاذ المادة: أبو القاسم بن محمد علواني

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com