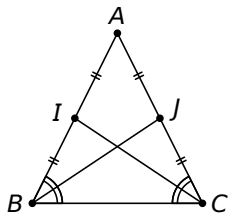
najah213.com · نجاح 213

1 ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A.
I و J منتصفا الضلعين $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب.
1. برهن أنّ المثلثين BIC و BJC متقايسان.
2. برهن أنّ $BJ = CI$.

1.



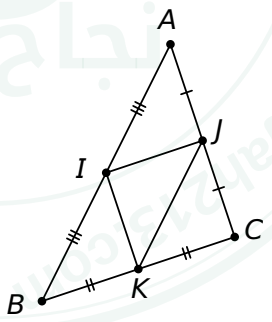
بما أنّ المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A فإنّ $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ إذن $\widehat{IBC} = \widehat{JCB}$. و بما أنّ $AB = AC$ فإنّ $IB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC = JC$.
لدينا إذن :

$$\begin{bmatrix} IB = JC \\ \widehat{IBC} = \widehat{JCB} \\ [BC] \text{مشترك ضلع} \end{bmatrix}$$

و بالتالي فالمثلثان IBC و JCB متقايسان (ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما).

2. من تقايسهما نستنتج أنّ الضلع الثالث في المثلث IBC يقايس الضلع الثالث في المثلث JCB أي $BJ = CI$.

2 ABC مثلث كيفي.
نسمي I ، J و K منتصفات الأضلاع $[AB]$ ، $[AC]$ و $[BC]$ على الترتيب.
برهن أنّ المثلثات AIJ ، BIK ، JKI و KJC متقايسة.



• في المثلث ABC لدينا : I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أنّ $(IJ)//(BC)$ و $IJ = \frac{1}{2}BC$ إذن $IJ = BK = KC$.

• في المثلث ABC لدينا : I منتصف $[AB]$ و K منتصف $[BC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أنّ $(IK)//(AC)$ و $IK = \frac{1}{2}AC$ إذن $IK = AJ = JC$.

• في المثلث ABC لدينا : J منتصف $[AC]$ و K منتصف $[BC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أنّ $(JK)//(AB)$ و $JK = \frac{1}{2}AB$ إذن $JK = AI = IB$.

لدينا إذن :

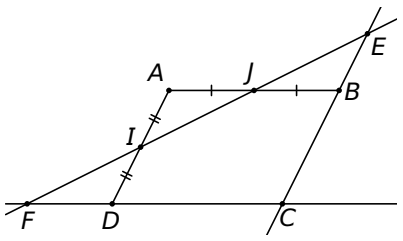
• $AI = IB$ ، $IK = AJ$ و $IJ = BK$ إذن فالمثلثان AIJ و BIK متقايسان (تقايس الأضلاع الثلاثة مثنى مثنى).

• $JK = IB$ ، $IJ = BK$ و $[IK]$ ضلع مشترك إذن فالمثلثان JKI و BIK متقايسان (تقايس الأضلاع الثلاثة مثنى مثنى).

• $IJ = KC$ ، $IK = JC$ و $[JK]$ ضلع مشترك إذن فالمثلثان JKI و KJC متقايسان (تقايس الأضلاع الثلاثة مثنى مثنى).

هذا يعني أنّ المثلثات AIJ ، BIK ، JKI و KJC متقايسة.

3 $ABCD$ متوازي أضلاع.
I و J منتصفا $[AD]$ و $[AB]$ على الترتيب.
المستقيم (IJ) يقطع (BC) في E و يقطع (CD) في F .
1. برهن أنّ المثلثين DFI و AIJ متقايسان.
2. برهن أنّ المثلثين JBE و IFD متقايسان.
3. برهن أنّ $FI = IJ = JE$.



1. بما أنّ $(AB)//(CD)$ و (AD) قاطع لهما فإنّ $\widehat{IAJ} = \widehat{IDF}$ (متبادلتان داخليا). من جهة أخرى، $\widehat{AIJ} = \widehat{DIF}$ (متقابلتان بالرأس).

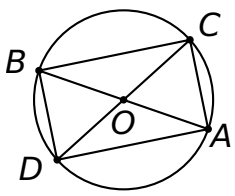
و بما أنّ $AI = ID$ فالمثلثان DFI و AIJ متقايسان (زاويتان و الضلع المحصور بينهما).

2. بنفس الطريقة نبرهن أنّ المثلثين JBE و AIJ متقايسان.

و بما أنّ كل من JBE و DFI يُقايس المثلث AIJ فنستنتج أنّ المثلثين JBE و DFI متقايسان.

3. من تقايس المثلثات الثلاثة DFI ، AIJ و JBE نستنتج أنّ $FI = IJ = JE$.

4 $[AB]$ و $[CD]$ قطران من دائرة مركزها O .
1. برهن أنّ المثلثين OAD و OBC متقايسان.
2. برهن أنّ المثلثين ABC و ADB متقايسان.



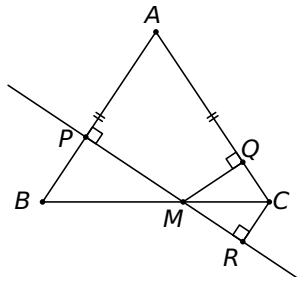
1. المثلثان OAD و OBC متقايسان لأنّ :
• $OA = OB$ (أنصاف أقطار للدائرة)
• $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$ (متقابلتان بالرأس)
• $OD = OC$ (أنصاف أقطار للدائرة)
[**طريقة أخرى** : المثلثان OAD و OBC متناظران بالنسبة إلى O إذن متطابقان أي متقايسان].

2. الرباعي $ACBD$ مستطيل (لأنّ قطريه متناصفان و متقايسان) و بالتالي مركزه O هو مركز تناظر له.

إذن فالمثلثان ABC و ABD متناظران بالنسبة إلى O و بالتالي متقايسان.

5 ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A و M نقطة من $[BC]$.
نسمي P المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (AB) ، Q المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (AC) و R المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (MP).
برهن أنّ المثلثين MQC و MRC متقايسان.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



بما أنّ $(PR) \perp (CR)$ و $(PR) \perp (AB)$ فإنّ $(CR)//(AB)$ (المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان).

لدينا إذن $(CR)//(AB)$ و (BC) قاطع لهما و بالتالي $\widehat{PBM} = \widehat{MCR}$ (متبادلتان داخليا). لكن المثلث ABC متساوي الساقين إذن $\widehat{PBM} = \widehat{QCM}$ منه $\widehat{MCR} = \widehat{QCM}$. لدينا إذن :

- $\widehat{MCR} = \widehat{QCM}$
- $[MC]$ وتر مشترك.

نستنتج أنّ المثلثين القائمين MQC و MRC متقايسان (الوتر و زاوية حادة).

$\widehat{xOy}$ زاوية و A و B نقطتان من الضلع $[Ox)$. نعيِّن النقطتين C و D على الضلع $[Oy)$ بحيث $OC = OA$ و $OD = OB$ و لتكن I نقطة تقاطع $[BC]$ و $[AD]$.

1. برهن أنّ المثلثين OBC و ODA متقايسان.
2. برهن أنّ المثلثين IAB و ICD متقايسان.
3. برهن أنّ المثلثين OIB و OID متقايسان.
4. ماذا يمثِّل نصف المستقيم $[OI)$ بالنسبة للزاوية $\widehat{xOy}$ ؟ علِّل.
5. استنتج طريقة لرسم منصِّف زاوية باستعمال المسطرة.

1. لدينا : $OB = OD$ ، $OC = OA$ و $\widehat{BOC} = \widehat{AOD}$ إذن فالمثلثان BOC و AOD متقايسان (ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما).

2. بما أنّ المثلثين BOC و AOD متقايسان فإنّ $\widehat{OCB} = \widehat{OAD}$ منه :

$$180° - \widehat{OCB} = 180° - \widehat{OAD}$$

أي $\widehat{ICD} = \widehat{IAB}$.

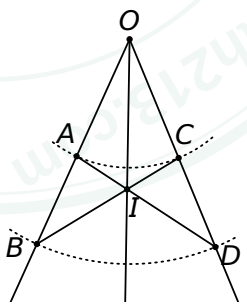
من جهة أخرى :

$OB = OD$ و $OA = OC$

إذن بالطرح طرفا إلى طرف ينتج $AB = CD$.

لكن $\widehat{AIB} = \widehat{CID}$ (متقابلتان بالرأس)،

نستنتج إذن أنّ المثلثين IAB و ICD متقايسان (ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما).



3. بما أنّ المثلثين IAB و ICD متقايسان فإنّ $IB = ID$ ، و بما أنّ $OB = OD$ و $[OI]$ ضلع مشترك فإنّ المثلثين OIB و OID متقايسان (تقايس الأضلاع الثلاثة مثنى مثنى).

4. بما أنّ المثلثين OIB و OID متقايسان فإنّ $\widehat{IOB} = \widehat{IOD}$ و بالتالي فنصف المستقيم $[OI)$ هو منصِّف الزاوية $\widehat{xOy}$.

5. لرسم منصف زاوية $\widehat{xOy}$ ، نعيِّن نقطتين A و B على الضلع $[Ox)$ ثمّ النقطتين C و D على الضلع $[Oy)$ بحيث $OA = OC$ و $OB = OD$ (بالمدور مثلا). نسمّي I نقطة تقاطع $[AD]$ و $[BC]$.

حسب ما سبق، نصف المستقيم $[OI)$ هو منصف الزاوية $\widehat{xOy}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com