najah213.com · نجاح 213

سلسلة المثابر في الدوال اللوغاريتمية - بكالوريا 2021 -

الشعب : عتج - ريا - تقر

من إعداد الأستاذ : مراد قطاري

التمرين الأول

f دالة معرفة على : $]-\infty;+\infty[\cup]1;1[\cup]-1;1[= D$ بـ :

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + ln(x+1)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج بيانيا

2. (ا) بين أنه من أجل كل x من D لدينا:

$$f'(x) = \frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$$

استنتج إتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) عين معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

3. g دالة معرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالعبارة :

$$g(x) = \frac{1}{x-1} + ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

(ا) بين أن $1 \prec \frac{x+1}{x}$ من أجل كل x من $]1;+\infty[$

(ب) ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

4. (ا) نسمي (C_{ln}) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto lnx$، حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (C_{ln}) على المجال $]1;+\infty[$

(ب) أرسم (C_f) و (C_{ln}) و (Δ)

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماما حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$\frac{1}{x-1} + ln\left(\frac{x+1}{m}\right) = 0$$

التمرين الثاني

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x) = -x^2 - 2 + 2\ln x$.

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها

2. أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها

3. أحسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$f(x) = -x + 5 - 2\frac{\ln x}{x}$.

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عيّن نهاية الدالة f عند 0 وَ عند $+\infty$.

2. أحسب $f'(x)$ وَ شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3. (ا) برهن أنّ المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x + 5$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

4. (ا) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ذات الفاصلة α حيث : $4.3 < \alpha < 4.4$

(ب) برّر أنّ : $\ln\alpha = \frac{-\alpha^2 + 5\alpha}{2}$.

5. بيّن أنّه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يكون موازياً للمستقيم (D) ، ثمّ أكتب معادلته .

6. أنشئ كلا من المستقيم (D) ، المماس (T) وَ المنحنى (C_f).

7. ناقش بيانياً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(5-m)x - 2\ln x = 0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

التمرين الثالث

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-2ln(x)$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغير g وشكل جدول تغيراتها.

3. أثبت أن المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α : $1.2 \prec \alpha \prec 1.5$

4. استنتج إشارة $g(x)-2$ حسب قيم x

II) f دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x+2-\frac{2lnx}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا

2. بين أن من أجل x من $]0,+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)-2}{x^2}$$

ثم أدرس اتجاه التغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3. بين أن (D) المستقيم ذو المعادلة $y-x-2=0$ مقارب عند $+\infty$.

4. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

5. أثبت أن $f(\alpha)=2\alpha+2-\frac{2}{\alpha}$، ثم أوجد حصرا لـ $f(\alpha)$

6. بين أنه توجد نقطة وحيدة B من (C_f) يكون عندها المماس (T) موازيا لـ (D)

7. أنشـــئ المنحنى (C_f)

التمرين الرابع

I)- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x)=1-x^2(1-\ln x)$

1. أحسب نهايات g عند 0 وعند $+\infty$.

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ أن :

$$g'(x)=x(2\ln x-1)$$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

4. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما والاخر $2.2<\alpha<2.3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II) نعتبر f المعرفة على المجال $]0;e[\cup]e;+\infty[$ بـ $\mathcal{D}=$:

$$f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م.م $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1. أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها

2. (ا) بين أنه من أجل كل x من المجال $\mathcal{D}$ أن :

$$f'(x)=\frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. (ا) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathcal{D}$:

$$f(x)-x=\frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$$

(ب) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$

4. أرسم (Δ) و (C_f) في المعلم السابق .

5. لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0;e[$ بـ :
$F(x)=-\ln(1-\ln x)$.

(ا) بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;e[$.

(ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و$x=\sqrt{e}$

najah213.com · نجاح 213

التمرين الخامس

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكّل جدول تغيّراتها

2. أحسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيّم x

II نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{\ln x}{2x}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\| \vec{i} \| = 2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ; ثمّ فسّر النتائج هندسيا

2. (ا) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:
$f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$
(ب) أدرس إتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

3. (ا) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).
(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D)

4. (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها
(ب) أكتب معادلة للمماس (T).

5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f).

6. ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $f(x) = -\frac{1}{2}x + m$.

التمرين السادس

I)نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x) = x^2 - 1 - 2ln(x)$.

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$f(x) = x + \frac{1-(lnx)^2}{x}$
(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2. برهن أن $\lim\limits_{x\longrightarrow +\infty} \frac{(lnx)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع $t = \sqrt{x}$),ثم أحسب $\lim\limits_{x\longrightarrow +\infty} f(x)$.

3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي xمن $]0;+\infty[$:
$f'(x) = \frac{g(x)+(lnx)^2}{x^2}$.
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4. (ا) بين أن المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$.
(ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

5. (ا) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$.
(ب) أرسم (Δ)و (C_f).

6. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $h(x) = f(-x)$ و(C_h) تمثيلها البياني
- اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h)انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه .

التمرين السابع

I)- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$: بـ
$g(x) = e^x - ln(e^x - 1)$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g.

2. استنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ أن :
$g(x) > 0$

II)نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$بـ :
$f(x) = \frac{e^x}{e^x-1} ln(e^x - 1)$
وليكن (C_f)تمثيلها البياني في م ٠ م ٠ م $(o;\vec{i},\vec{j})$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

2. بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$:
$f'(x) = \frac{e^x}{(e^x-1)^2}.g(x)$.

3. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4. أثبت أنه من أجل كل xمن $]0;+\infty[$:
$f(x) = \frac{e^x}{e^x-1}\,[x + ln(1-e^{-x})]$.

5. بين أن : $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}[f(x)-x]=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

6. أحسب إحداثيات نقط تقاطع (C_f)مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f).

7. ليكن λعددا حقيقيا حيث : $0<\lambda<ln2$.

(ا) أحسب المساحة $A(\lambda)$للحيز المستوي المحدد بـ (C_f)ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\lambda$ و$x=ln2$

(ب) أحسب $\lim\limits_{\lambda\longrightarrow0} A(\lambda)$.

التمرين الثامن

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة 2cm

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x) = -x+1+x\ln x$
و ليكن (C_g) تمثيلها البياني. و جدول تغيراتها هو كما يلي:

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $\cdots$	↘	0	↗	$\cdots$

1. أتمم جدول التغيرات بتعيين النهايات المنقوصة.

2. أدرس إشارة $g(x)$

3. ليكن (C) التمثيل البياني للدالة $x \longrightarrow \ln x$ في المعلم السابق

(ا) بين أن (C_g) و (C) يشتركان في نقطتين فاصلتيهما 1 و e

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;e]$ لدينا: $g(x) \leqslant \ln x$

II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ:
$f(x) = \frac{\ln x}{x-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني

1. بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;1[\cup]1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x(x-1)^2}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجالي تعريفها

2. أحسب $\lim\limits_{x\geqslant0} f(x)$، ثم بين أنّ $\lim\limits_{x\to1} f(x)=1$ و أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، فسر النتيجة الأخيرة بيانيا.

3. شكل جدول تغيرات الدالة f

4. بين أن (C_f) يقطع المستقيم ذي المعادلة $2y-1=0$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $3.5 \leqslant \alpha \leqslant 3.6$

5. أرسم المنحنى (C_f)

III) لتكن h الدالة المعرفة على $]-a,0[\cup]0;+\infty[$ بالعبارة: $h(x) = \frac{\ln(x+a)}{x} + b$ حيث a و b عددان حقيقيان

1. عين العددين a و b إذا علمت أنَ (C_h) منحنى الدالة h يشمل النقطة $A(1;0)$ و يقبل مستقيم مقارب يوازي محور الفواصل معادلته $y=-\ln 2$ في جوار $+\infty$

2. أكتب عبارة $h(x)$ بدلالة $f(x)$، ثم بيّن أنّه يمكن رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f)

3. أرسم المنحنى (C_h) في المعلم السابق.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين التاسع

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$g(x) = x^2 + 2x - 1 + ln(x+1)$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.31 < \alpha < 0.32$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$f(x) = (x+1)^2 + (2 - ln(x+1))^2$
و(C_f) تمثيلها البياني في م .م .م $(O; \vec{i}, \vec{j})$ $(\| \vec{i} \| = 2cm)$.

1. بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ أن :
$f'(x) = \dfrac{2g(x)}{x+1}$

2. عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف , ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين أن $f(\alpha) = (\alpha+1)^2 + (\alpha+1)^4$.
ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. مثل المنحنى (C_f)

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = m + 1$.

III) نعتبر h الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :
$h(x) = ln(x+1)$
وليكن (C_h) منحناها البياني في المعلم السابق و $A(-1;2)$ نقطة من المستوي .

1. أكتب عبارة المسافة AM بدلالة $f(x)$ حيث M نقطة من منحنى الدالة h فاصلتها x.

2. لتكن φ الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ $\varphi(x) = \sqrt{f(x)}$

3. (ا) بين أن للدالتين φ و f نفس اتجاه التغير على $]-1;+\infty[$.

(ب) عين إحداثيات النقطة B من (C_h) حتى تكون المسافة AM أصغر مايمكن .

(ج) بين أن : $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$.

(د) هل المستقيم (AB) عمودي على مماس المنحنى (C_h) في النقطة B ؟

التمرين العاشر

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. (ا) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$

(ب) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وبين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f).

(ج) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D)

2. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$.

(ب) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D') ذو المعادلة $y = -x + \ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f)

(ج) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D')

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$f(\ln 2 - x) = f(x)$, ماذا تستنتج ؟

5. أرسم (D) , (D') و (C_f).

6. ليكن (Δ_m) المستقيم ذو المعادلة
$y = mx + \dfrac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي .

(ا) بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\dfrac{\ln 2}{2}; \dfrac{\ln 2}{2}\right)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

(ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة :

$$\ln(2+e^{2x}) = (m+1)x + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$$

التمرين الحادي عشر

I) نعتبر الدالة g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = \ln(1+e^{-x}) - \frac{1}{1+e^{x}}.$$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها .

3. استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = e^{x}\ln(e^{-x}+1)$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م . م . م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t = e^{-x}$).

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = -xe^{x} + e^{x}.\ln(e^{x}+1)$$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = e^{x}.g(x).$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .

4. بين أن المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$

5. أرسم (C_f).

6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $\ln(e^{-x}+1) - me^{-x} = 0$

التمرين الثاني عشر

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2-\ln x}{x^{2}}$$

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,71 < \alpha < 1,72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1+\ln x}{x}.$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$.

1. (ا) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2. (ا) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3. " نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0,87$ و $f(\beta) = f(\gamma) = 0$ حيث $0,76 < \beta < 0,78$ و $4,19 < \gamma < 4,22$ ".

- أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

التمرين الثالث عشر

I نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$$

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. أحسب $g(1)$ و إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3. لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:
$h(x) = x - 1 + x(\ln x)^2$

أ) أحسب $h'(x)$ وبيّن أن الدالة h متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. (حيث h' الدالة المشتقة للدالة h)

ب) بيّن أن العدد 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $h(x) = 0$ ، ثم إستنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :
$f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 1$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O : \vec{i}, \vec{j}\right)$

1. أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال تعريفها

2. أ) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$
لدينا : $f'(x) = \frac{1}{x} \times g(x)$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المادلة $y = x$ على المجال : $[1 ; +\infty[$

4. أحسب $f(4)$ ، $f(6)$ ، ثم أنشئ (C_f)

5. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = f(e^m)$

التمرين الرابع عشر

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي:
$g(x) = \ln x^2 + \frac{1}{x} + 1$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلين موجبين تماما أحدهما 1 والآخر α حيث : $0.25 < \alpha < 0.3$

3. شكّل جدول تغيّرات الدالة g وعيّن إشارتها على $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[\cup[0,1[$ كما يلي: $\mathcal{D}_f$
$f(x) = x \ln(\sqrt{x} - 1)^2$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند الصفر من اليمين، وفسّر النتيجة بيانيا

3. (ا) من أجل كل x من $\mathcal{D}_f$ أحسب $f'(x)$.
(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]0,1[$.
(ج) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$
لدينا : $f'(x) = g(\sqrt{x} - 1)$
(د) حسب ما سبق، قدّم جدول تغيّرات الدالة f

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها أكبر تماما من 1 .

5. أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .

6. أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) .

7. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = (m - 2020)^2$.

التمرين الخامس عشر

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بِـ :
$g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكّل جدول تغيّراتها

2. بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.75 < \alpha < 1$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيّم x .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

(II)– نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-1-\dfrac{\ln x}{x^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف

2. أ)- تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

ب)- استنتج إتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

3. أ)- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب)- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D)

4. أ)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياها

ب)- أكتب معادلة للمماس (T).

5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f)

(نأخذ بالتقريب $\alpha=0.8$ و $f(\alpha)=0.9$)

6. ناقش بيانيا حسب قيّم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $-\ln x=mx^2$

التمرين السادس عشر

(I)نعتبر الدالة gوالمعرفة على $]0;+\infty[$بـ :

$g(x)=\dfrac{2x}{x+1}-\ln(x+1)$.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا αحيث : $3.9<\alpha<4$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب x.

(II)لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$f(x)=e^{-x}\ln(e^{2x}+1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. علما أن $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\ln(t+1)}{t}=1$ أحسب نهاية الدالة fعند $-\infty$.

2. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)=\dfrac{2x}{e^x}+\dfrac{\ln(e^{-2x}+1)}{e^x}$

ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{-x}g(e^{2x})$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين أن $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right)=\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$, ثم أرسم (C_f) . (يعطى $\dfrac{\ln\alpha}{2}\approx 0.6$ و $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right)\approx 0.8$)

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $\ln(e^{-2x}+1)=me^x-2x$.

LaTeX
الأستاذ مراد قطاري ** أستاذ الرياضيات **