najah213.com · نجاح 213

ثانوية: المجاهد صديقي نوري
المستوى: 2 ثانوي رياضيات

تصحيح الواجب المنزلي رقم ①

الموسم الدراسي: 2021 / 2022
الأستاذ: قويسم براهيم الخليل

◄ التمرين 01:

بيّن إن كانت الدالتان f و g متساويتان في كل حالة مما يلي:

① $f(x) = x + 2$ و $g(x) = \sqrt{(x+2)^2}$

② $f(x) = \left(\sqrt{x-1}\right)^2$ و $g(x) = x - 1$

◄ التمرين 02:

بين أنّ: $f = g$ ، حيث f و g دالتين معرفتين كما يلي:

$f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ وَ $g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x+1}+1}$

◄ التمرين 03:

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $[-2;3]$ بـ:

$f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = -x - 2$

وليكن (C_f) و (C_g) تمثيليهما البيانيين في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① عين اتجاه تغير كل من الدالتين f و g.
ثم أرسم (C_f) و(C_g)

② بقراءة بيانية عيّن نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g)، ثم تحقق من ذلك حسابيا.

③ نعتبر الدوال h_1 ، h_2 ، h_3 و h_4 المعرفة على المجال $[-2;3]$ كمايلي:

$h_1 = f + g$
$h_2 = f \times g$
$h_3 = -2f$
$h_4 = g + 1$

أ/ عين بدلالة x عبارة كل من:
$h_1(x)$ ، $h_2(x)$ ، $h_3(x)$ و$h_4(x)$

ب/ ارسم كل من (C_{h_3}) و (C_{h_4}) التمثيلين البيانيين للدالتين h_3 و h_4 في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

④ نعتبر الدالة k المعرفة كما يلي:

$k(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

أ/ عيّن D_k مجموعة تعريف الدالة k.

ب/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_k:

$k(x) = 1 - \dfrac{3x+3}{x+2}$

◄ التمرين 04:

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $]-1;+\infty[$ بـ

$f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \sqrt{x+1} + 2$ ، (C_f) و (C_g) تمثيليهما البيانيين في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

① انطلاقا من التمثيل البياني (C) للدالة "الجذر التربيعي" "$x \mapsto \sqrt{x}$" ارسم (C_f)

② حدد طريقتين لرسم المنحنى (C_g) ثم ارسمه.

◄ التمرين 05:

عيّن كلا من $(f \circ g)$ و $(g \circ f)$ وذلك بعد تعيين:

D_f، D_g، $D_{f\circ g}$ و$D_{g\circ f}$ في كل حالة مما يلي:

① $f(x) = x^2$ و $g(x) = \dfrac{1}{x-4}$

② $f(x) = 2x^2 + 3$ و $g(x) = \sqrt{x}$

◄ التمرين 06:

f ، g ، h و k دوال معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$f(x) = 2x$
$h(x) = x + 1$
$g(x) = x^2$
$k(x) = x^2 + 1$

• أثبت ما يلي:

① $k = h \circ g$
② $f \circ k = 2k$
③ $g \circ k = gk + k$
④ $f + k = g \circ h$
⑤ $k \circ h = g + 2h$
⑥ $k \circ k = g^2 + 2k$

◄ التمرين 07:

f دالة معرفة على على المجال $]-\infty;3]$ بـ:

$f(x) = \sqrt{3-x}$

① فكك الدالة f إلى مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما.

② استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;3]$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

◄ حل التمرين 01:

① $f(x) = x + 2$ و $g(x) = \sqrt{(x+2)^2}$

لدينا: $D_f = \mathbb{R}$، ولدينا: $D_g = \mathbb{R}$ لأنّ ما داخل الجذر دوما موجب

ولدينا:

$$g(x) = \sqrt{(x+2)^2} = |x+2| = \begin{cases} f(x) & ; x \geq -2 \\ -f(x) & ; x < -2 \end{cases}$$

بما أنّ $D_g = D_f$ و $f(x) \neq g(x)$ فإنّ $f \neq g$

② $f(x) = \left(\sqrt{x-1}\right)^2$ و $g(x) = x - 1$

لدينا: f معرفة لما $(x-1) \geq 0$ ومنه $x \geq 1$

إذن، $D_f = [1; +\infty[$

ولدينا: $D_g = \mathbb{R}$

ولدينا: $f(x) = \left(\sqrt{x-1}\right)^2 = x - 1 = g(x)$

بما أنّ $D_g \neq D_f$ و $f(x) = g(x)$ فإنّ $f \neq g$

◄ حل التمرين 02:

• تبيين أنّ: $f = g$

لدينا: • f معرفة إذا كان $x + 1 \geq 0$ أي $x \geq -1$

إذن: $D_f = [-1; +\infty[$

• g معرفة إذا كان $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ \sqrt{x+1} + 1 \neq 0 \end{cases}$ ومنه:

إذن: $D_g = [-1; +\infty[\begin{cases} x \geq -1 \\ \sqrt{x+1} \neq -1 \end{cases}$

ولدينا:

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{x}{\sqrt{x+1}+1} \times \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}-1}$$

$$= \frac{x\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{x+1-\sqrt{x+1}+\sqrt{x+1}-1}$$

$$= \frac{x\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{x} = \sqrt{x+1} - 1 = f(x)$$

بما أنّ $D_g = D_f$ و $f(x) = g(x)$ فإنّ $f = g$

◄ حل التمرين 03:

① تعيين اتجاه تغير كل من الدالتين f و g.:

- تعيين اتجاه تغير الدالة f:

نفرض x_1 و x_2 من المجال $[-2; 3]$ حيث: $x_1 > x_2$

ومنه: $2x_1 > 2x_2$ أي $2x_1 + 1 > 2x_2 + 1$

ومنه: $f(x_1) > f(x_2)$

إذن: الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2; 3]$

- تعيين اتجاه تغير الدالة g:

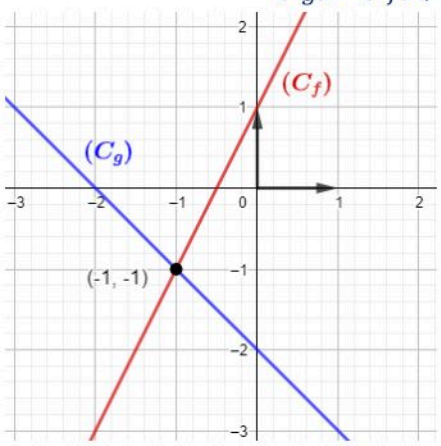
نفرض x_1 و x_2 من المجال $[-2; 3]$ حيث: $x_1 > x_2$ ومنه:

$-x_1 < -x_2$ أي $-x_1 - 2 < -x_2 - 2$

ومنه: $g(x_1) < g(x_2)$

إذن: الدالة g متناقصة تماما على المجال $[-2; 3]$

- رسم (C_f) و(C_g):



② بقراءة بيانية تعيين نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g):

من البيان نجد أن نقطة تقاطع (C_f) و (C_g) هي النقطة ذات الاحداثيات $(-1; -1)$

- التحقق من ذلك حسابيا:

لدينا: $f(x) = g(x)$ ومنه: $-x - 2 = 2x + 1$

أي: $-3x = 3$ أي: $x = \frac{3}{-3}$ ومنه $x = -1$

نعوض قيمة x في معادلة f نجد: $y = 2(-1) + 1$

إذن: $y = -1$

③

أ/ تعيين عبارة كل من $h_1(x)$ ، $h_2(x)$ ، $h_3(x)$ و $h_4(x)$:

$h_1(x) = f + g = 2x + 1 - x - 2 = \boxed{x - 1}$

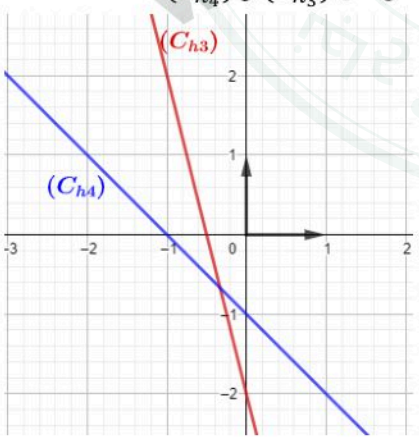
$h_2(x) = f(x)g(x) = (2x+1)(-x-2)$

$= -2x^2 - 4x - x - 2 = \boxed{-2x^2 - 5x - 2}$

$h_3(x) = -2f(x) = -2(2x+1) = \boxed{-4x - 2}$

$h_4(x) = g(x) + 1 = -x - 2 + 1 = \boxed{-x - 1}$

ب/ رسم كل من (C_{h_3}) و (C_{h_4}) :



④

أ/ تعيين D_k مجموعة تعريف الدالة k:

k معرفة إذا كان $g(x) \neq 0$ أي $-x - 2 \neq 0$ أي: $-x \neq 2$

أي $x \neq -2$ ، إذن $D_k = \mathbb{R} - \{-2\}$

ب/ التحقق:

$$k(x) = 1 - \frac{3x+3}{x+2} = \frac{1(x+2) - (3x+3)}{x+2}$$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

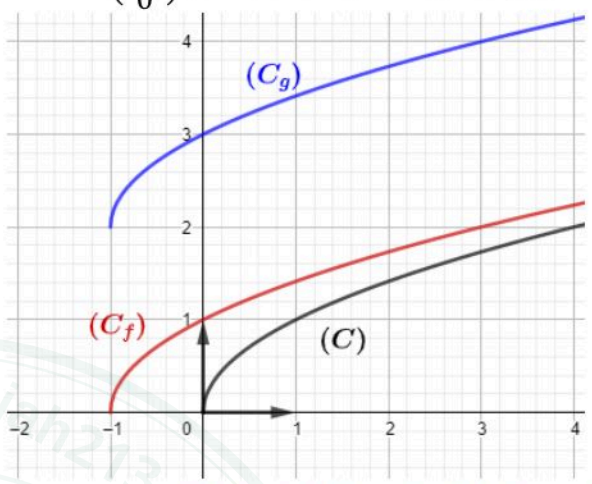
najah213.com · نجاح 213

$$= \frac{x+2-3x-3}{x+2} = \frac{-2x-1}{x+2} = \frac{2x+1}{-x-2} = \boxed{\frac{f(x)}{g(x)}}$$

◄ حل التمرين 04:

① رسم (C_f):

نلاحظ أنّ (C_f) هو انسحاب لـ (C) بشعاع $\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$



① تحديد طريقتين لرسم المنحنى (C_g) ورسمه:

ط1: نلاحظ أنّ (C_g) هو انسحاب لـ (C) بشعاع $\begin{pmatrix}-1\\+2\end{pmatrix}$

ط2: نلاحظ أنّ (C_g) هو انسحاب لـ (C_f) بشعاع $\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$

◄ حل التمرين 05:

① $f(x) = x^2$ و $g(x) = \frac{1}{x-4}$:

لدينا: $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$، ولدينا: g معرفة لما $x-4 \neq 0$ أي $x \neq 4$

إذن: $\boxed{D_g = \mathbb{R} - \{4\}}$

- تعريف $f \circ g$:

$$D_{f\circ g} = \{x\,;\, x \in D_g \text{ و } g(x) \in D_f\}$$
$$= \left\{x\,;\, (x \in \mathbb{R}-\{4\}) \text{ و } \left(\left(\frac{1}{x-4}\right) \in \mathbb{R}\right)\right\}$$
$$= \{x\,;\, (x \in x \in \mathbb{R}-\{4\}) \text{ و } (x-4 \neq 0)\}$$
$$= \{x\,;\, (x \in \mathbb{R}-\{4\}) \text{ و } (x \in \mathbb{R}-\{4\})\} = \boxed{\mathbb{R}-\{4\}}$$
$$(f\circ g)(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{1}{x-4}\right) = \left(\frac{1}{x-4}\right)^2$$
$$= \boxed{\frac{1}{(x-4)^2}}$$

- تعريف $g \circ f$:

$$D_{g\circ f} = \{x\,;\, x \in D_f \text{ و } f(x) \in D_g\}$$
$$= \{x\,;\, x \in \mathbb{R} \text{ و } x^2 \in \mathbb{R}-\{4\}\}$$
$$= \{x\,;\, x \in \mathbb{R} \text{ و } (x^2 > 4 \text{ أو } x^2 < 4)\}$$
$$= \{x\,;\, x \in \mathbb{R} \text{ و } (|x| > 2 \text{ أو } |x| < 2)\}$$
$$= \{x\,;\, x \in \mathbb{R} \text{ و } ((x > 2 \text{ أو } x < -2) \text{ أو } (-2 < x < 2))\}$$
$$= \{x\,;\, x \in \mathbb{R} \text{ و } (x \in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[\text{ أو } x \in]-2;2[)\}$$
$$=]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[$$

$$(g\circ f)(x) = g[f(x)] = g(x^2) = \boxed{\frac{1}{x^2-4}}$$

② $g(x) = \sqrt{x}$ و $f(x) = 2x^2 + 3$

لدينا: $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$، ولدينا: g معرفة لما $x \geq 0$ إذن: $\boxed{D_g = \mathbb{R}_+}$

- تعريف $f \circ g$:

$$D_{f\circ g} = \{x\,;\, x \in D_g \text{ و } g(x) \in D_f\} = \{x\,;\, x \in \mathbb{R}_+ \text{ و } \sqrt{x} \in \mathbb{R}\}$$
$$= \{x\,;\, x \in \mathbb{R}_+ \text{ و } x \in \mathbb{R}_+\} = \boxed{\mathbb{R}_+}$$
$$(f\circ g)(x) = f[g(x)] = f(\sqrt{x}) = 2(\sqrt{x})^2 + 3$$
$$= 2|x| + 3 = \boxed{2x+3}$$

- تعريف $g \circ f$:

$$D_{g\circ f} = \{x\,;\, x \in D_f \text{ و } f(x) \in D_g\}$$
$$= \{x\,;\, x \in \mathbb{R} \text{ و } (2x^2+3) \in \mathbb{R}_+\}$$
$$= \{x\,;\, x \in \mathbb{R} \text{ و } (2x^2+3) \in \mathbb{R}\} = \boxed{\mathbb{R}}$$
$$(g\circ f)(x) = g[f(x)] = g(2x^2+3) = \boxed{\sqrt{2x^2+3}}$$

◄ حل التمرين 06:

①
$$(h\circ g)(x) = h[g(x)] = x^2 + 1 = k(x)$$

②
$$(g\circ h)(x) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$
$$= 2x + x^2 + 1 = (f+k)(x)$$

③
$$(f\circ k)(x) = 2(x^2+1) = 2k(x)$$

④
$$(k\circ h)(x) = (x+1)^2 + 1 = x^2 + 2x + 1 + 1$$
$$= x^2 + 2(x+1) = (g+2h)(x)$$

⑤
$$(g\circ k)(x) = (x^2+1)^2 = x^4 + 1 + 2x^2$$
$$= x^2(x^2+1) + x^2 + 1$$
$$= (gk)(x) + k(x)$$

⑥
$$g^2(x) + 2k(x) = x^4 + 2x^2 + 2$$
$$= x^4 + 2x^2 + 1 + 1 = (x^2+1)^2 + 1$$
$$= (k\circ k)(x)$$

◄ حل التمرين 07:

① تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين:

$f(x) = (u\circ v)(x)$ حيث: $\begin{cases} u(x) = \sqrt{x} \\ v(x) = 3 - x \end{cases}$

② استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;3]$:

لدينا الدالة u متزايدة تماما على مجال تعريفها

ولدينا الدالة v متناقصة تماما على $]-\infty;0]$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com