najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: المجاهد المتوفي علال العيشاوي — السنة الدراسية 2024-2025

الشعبة: 3 تسيير واقتصاد — المدة: 2 سا

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمـرين الأول :

◄ أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل مما يلي:

❶ قيمة المجموع S حيث: $S = \ln\left(\frac{1}{2}\right)+\ln\left(\frac{2}{3}\right)+\ln\left(\frac{3}{4}\right)+....+\ln\left(\frac{2024}{2025}\right)$ هي: $S = -\ln(2025)$

❷ القيمة المتوسطة للدالة f على $[1;2]$ حيث: $f(x) = 1 + \frac{3(\ln x)^2}{x}$ هي: $m = 1 + (\ln 2)^3 - (\ln 3)^3$

❸ f دالة سالبة تماما على $[1;4]$ إذا كانت F دالة أصلية لـ f على $[1;4]$ فإن: $F(1.1) < F(3.4)$

❹ مجموعة حلول المعادلة $\ln(x+1)+\ln(3x-2) = 3\ln 2$ هي $S = \{-2;\frac{5}{3}\}$

❺ لتكن h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = \frac{x^3}{x^4+1}$ ، الدالة الأصلية H للدالة h على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم عند 0 هي:
$H(x) = \frac{1}{4}\ln(x^4+1)$

❻ a، b و c ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية، عندئذ $\ln a$، $\ln b$ و $\ln c$ تشكل ثلاث حدود متعاقبة من متتالية حسابية.

التمـرين الثاني :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5}$

❶ أحسب u_1 و u_2

❷ أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عد طبيعي : $u_n > 2$

ب) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

❸ (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n + \alpha$

أ) عين قيمة α حتى تكون (v_n) هندسية

◄ نضع: $\alpha = -2$

ب) أكتب v_n بدلالة n. ثم استنتج u_n بدلالة n

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❹ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \cdots + v_n^2$

❺ (w_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $w_n = \ln v_n$

أ) أكتب w_n بدلالة n، ثم استنتج أن (w_n) متتالية حسابية.

ب) أكتب P_n بدلالة n حيث: $P_n = \ln(v_0 \times v_1 \times .... \times v_n)$

التمـرين الثالث :

I) الدالة g معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 3x^3 - 2 + 4\ln x$

❶ أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

❷ أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

❸ أثبت وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $]0.9;1[$ يحقق: $g(\alpha) = 0$

❹ حدد أشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

II) الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 3x - 2 - \dfrac{2\ln x}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (تؤخذ وحدة الطول 2 cm)

❶ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (يعطى $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x^2} = 0$)

❷ بين أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = +\infty$ وفسر النتيجة بيانيا.

❸ أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = 3x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) عين الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

❹ أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ فإن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

❺ أنشئ كلا من (Δ) و (C_f). (نختار: $f(\alpha) = 0.9$).

❻ F دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x) = \dfrac{3}{2}x^2 - 2x + \dfrac{2 + 2\ln x}{x}$

أ) بين أن F دالة أصلية لـ f.

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = 2$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح اختبار الثلاثية الثانية "3" تسيير واقتصاد:

التمرين 01:

① صحيح.

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right)+\ln\left(\frac{2}{3}\right)+\ln\left(\frac{3}{4}\right)+\dots+\ln\left(\frac{2024}{2025}\right)$$

$$=\ln\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\dots\times\frac{2023}{2024}\times\frac{2024}{2025}\right)$$

$$=\ln\left(\frac{1}{2025}\right)=-\ln(2025)$$

② خطأ:

$$m=\frac{1}{2-1}\int_1^2 f(x)\,dx$$

$$m=\int_1^2 f(x)\,dx=\int_1^2\left(1+3\frac{(\ln x)^2}{x}\right)dx$$

$$=\left[x+3\times\frac{1}{3}(\ln x)^3\right]_1^2$$

$$=\left[x+(\ln x)^3\right]_1^2$$

$$=2+(\ln 2)^3-1-(\ln 1)^3$$

$$=1+(\ln 2)^3$$

③ خطأ:

لدينا: $1.1<3.4$

بما أن f و $F'(x)=f(x)$ سالبة

فعلما أن: F متناقصة تماما وعليه

$$F(1.1)>F(3.4)$$

④ خطأ:

$$\ln(x+1)+\ln(3x-2)=3\ln 2$$

أي:

$$\ln(x+1)(3x-2)=\ln 8$$

$$(x+1)(3x-2)=8$$

أي:

$$3x^2+x-2-8=0$$

أي:

$$3x^2+x-10=0$$

$$\Delta=(1)^2-4(3)(-10)$$

$$\boxed{\Delta=121}$$

$$x_1=\frac{-1-11}{2\times3}=\frac{-12}{6}=\boxed{-2}$$ مرفوض

$$x_2=\frac{-1+11}{2\times3}=\frac{10}{6}=\boxed{\frac{5}{3}}$$ مقبول

- لنبين مجموعة تعريف المعادلة

أي $3x-2>0$ و $x+1>0$

أي $x>-1$ و

$$\boxed{x>\frac{2}{3}}$$ أي: $D=\left]\frac{2}{3};+\infty\right[$

أي

$$S=\left\{\frac{5}{3}\right\}$$

⑤ صحيح:

$$H(x)=\int_0^x h(t)\,dt=\int_0^x\frac{t^3}{t^4+1}\,dt$$

$$=\frac{1}{4}\int_0^x\frac{4t^3}{t^4+1}\,dt=\frac{1}{4}\left[\ln(t^4+1)\right]_0^x$$

$$=\frac{1}{4}\left[\ln(x^4+1)-\ln 1\right]$$

$$=\frac{1}{4}\ln(x^4+1)$$

⑥ صحيح:

$$a\times c=b^2$$

أي:

$$\ln(a\times c)=\ln b^2$$

$$\ln a+\ln c=2\ln b$$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 2 ص:

$u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5}$ ، $u_0 = 3$

① $u_1 = \frac{2}{5}u_0 + \frac{6}{5} = \frac{2}{5}\times 3 + \frac{6}{5} = \boxed{\frac{12}{5}}$

$u_2 = \frac{2}{5}u_1 + \frac{6}{5} = \frac{2}{5}\times\frac{12}{5} + \frac{6}{5} = \boxed{\frac{54}{25}}$

② أ) برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > 2$

نضع: $P(n)$: $u_n > 2$

لدينا $u_0 = 3$ و $3 > 2$ إذن $u_0 > 2$ وهذا $P(0)$ محققة.

نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل n حتمية ونبرهن صحتها من أجل $n+1$.

لدينا $u_n > 2$ إذن $\frac{2}{5}u_n > \frac{2}{5}\times 2$

إذن $\frac{2}{5}u_n > \frac{4}{5}$ إذن $\frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5} > \frac{4}{5} + \frac{6}{5}$

ومنه: $\frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5} > \frac{10}{5}$ إذن

$\boxed{u_{n+1} > 2}$

حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.

ب) لما كانت (u_n) متناقصة تماما.

$u_{n+1} - u_n = \frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5} - u_n$

$= \left(\frac{2}{5} - 1\right)u_n + \frac{6}{5}$

$= -\frac{3}{5}u_n + \frac{6}{5}$

$= -\frac{3}{5}(u_n - 2)$

لدينا $u_n > 2$ إذن $u_n - 2 > 0$ ومنه $-\frac{3}{5}(u_n - 2) < 0$ أي $u_{n+1} - u_n < 0$

ومنه (u_n) متناقصة تماما.

③ $v_n = u_n + \alpha$

أ/ لكي يكون α حتى تكون (v_n) هندسية

$v_{n+1} = u_{n+1} + \alpha = \frac{2}{5}u_n + \frac{6}{5} + \alpha$

$= \frac{2}{5}u_n + \frac{2}{5}\alpha + \frac{6}{5} + \frac{3}{5}\alpha$

$= \frac{2}{5}(u_n + \alpha) + \frac{6}{5} + \frac{3}{5}\alpha$

$= \frac{2}{5}v_n + \frac{6}{5} + \frac{3}{5}\alpha$

حتى تكون (v_n) هندسية يجب أن يكون

$\frac{6}{5} + \frac{3}{5}\alpha = 0 \Rightarrow \frac{3}{5}\alpha = -\frac{6}{5}$

إذن $3\alpha = -6$ ومنه $\alpha = -\frac{6}{3}$

إذن $\boxed{\alpha = -2}$

نضع $\alpha = -2$

ب/ $v_n = v_0 \times q^n = 1 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$

$v_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$

$\boxed{v_0 = u_0 - 2 = 3 - 2 = 1}$

$u_n = v_n + 2$

$\boxed{u_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n + 2}$

ج/ $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{5}\right)^n + 2 = \boxed{2}$

$\boxed{-1 < \frac{2}{5} < 1}$ لأن $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$

④ $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \cdots + v_n^2$

$= v_0^2 \times \frac{1 - (q^2)^{n+1}}{1 - q^2}$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$S_n = 1^2 \times \frac{1-\left(\left(\frac{2}{5}\right)^2\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{2}{5}\right)^2}$ (4)

$= \frac{1-\left(\frac{4}{25}\right)^{n+1}}{1-\frac{4}{25}} = \frac{1-\left(\frac{4}{25}\right)^{n+1}}{\frac{21}{25}}$

$= \frac{25}{21}\left(1-\left(\frac{4}{25}\right)^{n+1}\right)$

(5)

$w_n = \ln v_n$

$w_n = \ln\left(\frac{2}{5}\right)^n = n\ln\left(\frac{2}{5}\right)$ (أ

اذن (w_n) حسابية أساسها $r = \ln\left(\frac{2}{5}\right)$

ب) كتابة P_n بدلالة n:

$P_n = \ln(v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n)$

$= \ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n$

$= w_0 + w_1 + \dots + w_n$

$= \frac{(n-0+1)}{2}(w_0 + w_n)$

$= \frac{n+1}{2}\left(\ln v_0 + n\ln\frac{2}{5}\right)$

$= \frac{n+1}{2}\left(\ln 1 + n\ln\frac{2}{5}\right)$

$= \frac{(n+1)}{2} n \ln\left(\frac{2}{5}\right)$

التمرين 3: (7)

$\lim_{x\to 0} g(x) = \lim_{x\to 0} 3x^3 - 2 + 4\ln x$

$= -\infty$

$\lim_{x\to +\infty} g(x) = \lim_{x\to +\infty} 3x^3 - 2 + 4\ln x$

$= +\infty$

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة g ثم تشكيل جدول التغيرات

g دالة قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$

$g'(x) = 3x^2 + \frac{4}{x} > 0$

اذن g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

جدول التغيرات:

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$+$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow +\infty$

$]0,9;1[$ الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $]0,9;1[$ /3

$g(0,9) = 3(0,9)^3 - 2 + 4\ln(0,9) = -0,23$

$g(1) = 3(1)^3 - 2 + 4\ln 1 = 1$

اذن حسب $g(0,9) \times g(1) < 0$ فان

المعادلة $g(x)=0$ تسلم حلا وحيدا α من $]0,9;1[$

(4) استنتاج حسب قيم x:

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$\|$ $-$	0 $+$	

(II

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} 3x - 2 - 2\frac{\ln x}{x^2}$

$= +\infty$

لأن: $\lim_{x\to +\infty} 3x - 2 = +\infty$ و $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

2) تبيان أن $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} 3x - 2 - 2\frac{\ln x}{x^2} = +\infty$

لأن: $\lim_{x\to 0} 3x - 2 = -2$ و $\lim_{x\to 0} \ln x = -\infty$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$\lim_{x\to 0} -\frac{2\ln x}{x^2} = \lim_{x\to 0} (2\ln x)\times\frac{1}{-x^2} = +\infty$

التفسير البياني: المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C_f).

$\lim_{x\to+\infty} f(x)-y = \lim_{x\to+\infty} 3x-2-\frac{2\ln x}{x^2} - (3x-2)$

$= \lim_{x\to+\infty} -\frac{2\ln x}{x^2} = 0$

ب) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ):

$f(x)-y = -\frac{2\ln x}{x^2}$

$-2\ln x = 0$ يكافئ $f(x)-y=0$ أي $x=1$

x	0		1		$+\infty$
$\ln x$	‖	$-$	0	$+$	
$-\frac{2\ln x}{x^2}$	‖	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	‖	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

4) f دالة قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$

$f'(x) = 3-2\frac{\frac{1}{x}\times x^2 - 2x\ln x}{x^4}$

$f'(x) = 3-2\frac{x-2x\ln x}{x^4}$

$f'(x) = 3-\frac{2-4\ln x}{x^3}$

$f'(x) = \frac{3x^3-2+4\ln x}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3}$

استاج اتجاه تغير الـ f وتشكيل جدول التغيرات

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

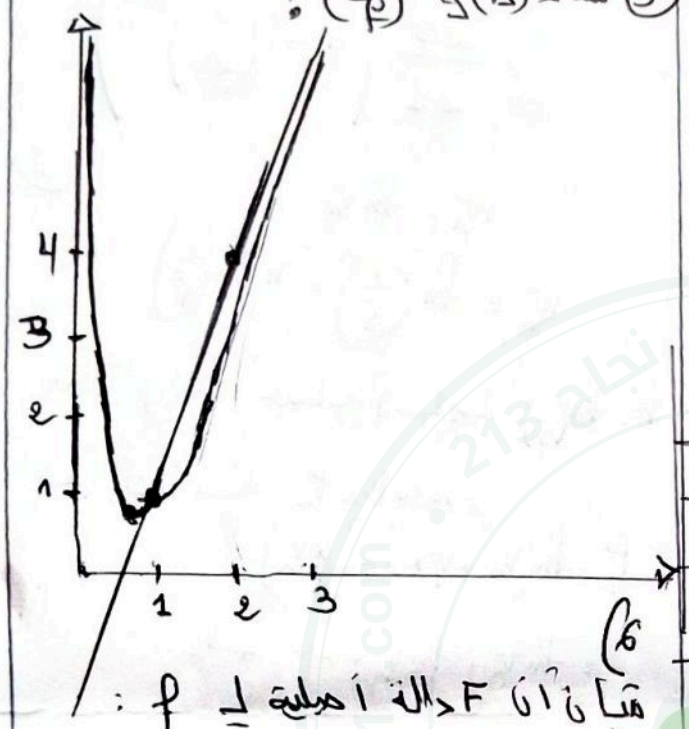
f متناقصة تماما على $]0,\alpha[$

f متزايدة تماما على $]\alpha;+\infty[$

جدول التغيرات:

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘		↗	$+\infty$

5) اساء (Δ) و (C_f):



6) تبيان أن F دالة أصلية لـ f:

f دالة مستمرة على $]0;+\infty[$:

$F'(x) = \frac{3}{2}\times 2x - 2 - \frac{e}{x^2} + \frac{2-2\ln x}{x^2}$

$= 3 - \frac{2\ln x}{x}$

$F'(x) = 3x-2-\frac{2\ln x}{x^2}$

$F'(x) = f(x)$

ومنه F دالة أصلية لـ f.

ب) $\int_1^e (y-f(x))\,dx = \int_1^e \frac{2\ln x}{x^2}\,dx$

$= -\frac{2+2\ln x}{x}\Big]_1^e = -\frac{2+2\ln e}{e} + \frac{2}{1}$

$= -1-\ln 2+2 = 1-\ln 2$ (ua)

أي $S = 4(1-\ln 2)\ cm^2$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com