najah213.com · نجاح 213

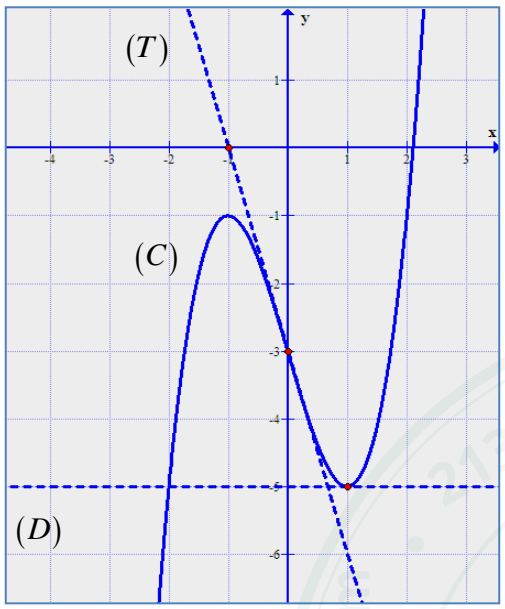
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

أكاديمية الفتح.
الأستاذ : بلجودي حمـــو

دورة في مادة الرياضيات
3 ثانوي شعب علمية.

تمرين شامل حول دراسة الدوال بكالوريا 2023

الجزء الأول :



g دالة معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=ax^3+bx+c$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية . (C) هو التمثيل البياني للدالة g في معلم . (D) ، و (T) هي المماسان للمنحنى (C) في النقطتين التي فاصلتهما 1 و 0 على الترتيب . (انظر الشكل)

1. بقراءة بيانية ،عين $g(0)$ ،$g'(1)$ و $g'(0)$ و $g''(0)$ و $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)+5}{x-1}$.

2. عين معادلة لكل من (D) و (T) .

3. شكل جدول تغيرات الدالة g .

4. باستعمال (C) ، بين أن $a=1$ ، $b=-3$ و $c=-3$.

الجزء الثاني :

g دالة معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=ax^3+bx+c$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية .

(C) هو التمثيل البياني للدالة g في معلم .

✣ عين a ، b و c علما أن (C) يقبل عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه -3 و يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماسا موازيا لمحور الفواصل .

x	$g(x)$
2.1	-0.039
2.11	0.0639
2.12	0.1682
2.13	0.2736
2.14	0.3803
2.15	0.4884

الجزء الثالث :

g دالة معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3-3x-3$.

1. احسب نهايات g عند حدود مجال تعريفها .

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

3. عين معادلة (T) المماس للمنحني عند النقطة ذات الفاصلة 0 ..

4. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن $\alpha\in]2.1\,;2.2[$

ثم عين حصرا لـ سعته 0.01 بالاستعانة بالجدول المقابل .

5. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

6. بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

الأستاذ بلجودي حمـــــو

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الجزء الرابع :

f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x^3-x^2+4}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب نهايات f عند حدود مجالات تعريفها و فسر النتائج هندسيا .

2.أ. تحقق من أنه ؛ من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ؛ يكون : $f'(x)=\dfrac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ج.عين ؛ دون حساب ؛ $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

3. بين أن $f(\alpha)=3\alpha-1$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4.أ. تحقق من أنه ؛ من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ؛ يكون : $f(x)=2x-1+\dfrac{2x+3}{x^2-1}$.

ب. بين أن المستقيم (Δ) الذي $y=2x-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

ج. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $-1.2\prec\beta\prec-1.1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

6. بين أن (C_f) يقبل مماسين موازيين لـ (Δ) (لا يطلب تعيين معادلتيهما) .

7. انشئ (Δ) و (C_f) .

8. ناقش ؛ حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=|m|$.

9. u الدالة المعرفة على المجال $R-\{-1;1\}$ كما يلي : $u(x)=|f(x)|$ ، (C_u) هو التمثيل البياني للدالة u .

⇦ اشرح كيفية انشاء (C_u) انطلاقا من (C_f).

10. k الدالة المعرفة على المجال $R-\{0;2\}$ كما يلي : $k(x)=f(x-1)+2$ (C_k) هو التمثيل البياني للدالة k .

⇦ اشرح كيفية انشاء (C_k) انطلاقا من (C_f).

الأستاذ بلجودي حمـــــــو

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبة

أكاديمية الفتح. — دورة في مادة الرياضيات

الأستاذ : بلجودي حمـــو — 3 ثانوي شعب علمية.

تصحيح التمرين الشامل حول دراسة الدوال — بكالوريا 2023

الجزء الأول :

1.بقراءة بيانية ،عين $g(0)$ ، $g'(1)$ و $g'(0)$ و $g''(0)$ و $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)+5}{x-1}$.

$g(0)=-3$ ، $g'(1)=0$

عين $g'(0)$: هو معامل توجيه المماس (T) : $g'(0)=\dfrac{-3-0}{0-(-1)}=-3$

$g''(0)$: القيمة 0 هي فاصلة نقطة الانعطاف ، اذن $g''(0)=0$

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)+5}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-(-5)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=g'(1)=0$.

2.معادلة (D) : $y=g(1)=-5$

معادلة (T) : $y=g'(1)(x-0)+g(0)$ ومنه $y=-3x-3$

3.شكل جدول تغيرات الدالة g .

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

4.باستعمال (C) ، بين أن $a=1$ ، $b=-3$ و $c=-3$:

$g(x)=ax^3+bx+c$ ، $g'(x)=3ax^2+b$

$g(0)=-3$ ومنه $c=-3$

$g'(0)=-3$ ومنه $b=-3$

$g'(1)=0$ ومنه $3a+b=0$ ومنه $3a-3=0$ ومنه $a=1$.

الجزء الثاني :

(C) يقبل عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه -3 معناه : $g(0)=-3$ و $g'(0)=-3$

و يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماسا موازيا لمحور الفواصل معناه $g'(1)=0$.

$g(x)=ax^3+bx+c$ ، $g'(x)=3ax^2+b$

$g(0)=-3$ ومنه $c=-3$

$g'(0)=-3$ ومنه $b=-3$

$g'(1)=0$ ومنه $3a+b=0$ ومنه $3a-3=0$ ومنه $a=1$.

الأستاذ بلجودي حمـــــو

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

الجزء الثالث :

نعتبر الدالة g المعرفة على $\Re$ بـ $g(x)=x^3-3x-3$.

1.حساب النهايات:

• $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3-3x-3=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3-3x-3=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

2. دراسة تغيرات الدالة g:

من اجل كل x من $\Re$ ، $g'(x)=3x^2-3$.

المعادلة $g'(x)=0$ تقبل حلين هما $x=1$ و $x=-1$.و إشارة $g'(x)$ كما هو موضح في الجدول ادناه :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$.و متناقصة تماما على $[-1;1]$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

3.عين معادلة (T) المماس للمنحني عند النقطة ذات الفاصلة 0 ..

$y=g'(1)(x-0)+g(0)$ و منه $y=-3x-3$

4.بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في R حلا وحيدا :

لا توجد حلول للمعادلة $g(x)=0$ في المجال $]-\infty;1]$.

f مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و لدينا $g(1)=-5$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ نلاحظ أن $0\in]-5;+\infty[$ ، حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\Re$ حلا وحيدا α .

التحقق من أن : $2.1\prec\alpha\prec 2.2$:

$g(2.1)=-0.039$ و $g(2.2)=1.048$ و منه $g(2.1)\times g(2.2)\prec 0$ إذن $2.1\prec\alpha\prec 2.2$.

حصر لـ سعته 0.01

$g(2.1)\prec 0$ و $g(2.11)\succ 0$ اذن $2.1\prec\alpha\prec 2.11$

5. استنتاج إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

6.تبيين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها :

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x)=6x$

f'' تنعدم عند 0 مغيرة إشارتها أي $f''(x)>0$ من أجل $x\prec 0$ و $f''(x)<0$ من أجل $x\prec 1$ و $f(1)=-3$.إذن $A(0;-3)$ هي نقطة انعطاف للمنحني(C).

الأستاذ بلجودي حمـــــــو

الجزء الرابع :

f الدالة المعرفة على المجموعة $R-\{-1;1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x^3-x^2+4}{x^2-1}$

1.حساب النهايات عند أطراف مجموعة تعريفها:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}2x=-\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}2x=+\infty$
$\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ <}} f(x)=+\infty$	$\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)=-\infty$
$\lim\limits_{\substack{x\to1\\ <}} f(x)=-\infty$	$\lim\limits_{\substack{x\to1\\ >}} f(x)=+\infty$

استنتاج المستقيمات المقاربة العمودية :

المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ م.م عمودي لـ (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $x=1$ م.م عمودي لـ (C_f).

2.أ. التحقق أن : $f'(x)=\dfrac{2xg(x)}{(x^2-1)^2}$

من أجل كل x من $R-\{-1;1\}$ لدينا ،

$$f'(x)=\frac{(6x^2-2x)(x^2-1)-2x\left(2x^3-x^2+4\right)}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{6x^4-6x^2-2x^3+2x-4x^4+2x^3-8x}{\left(x^2-1\right)^2}$$

$$=\frac{2x^4-6x^2-6x}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{2x(x^3-3x-3)}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{2xg(x)}{\left(x^2-1\right)^2}$$

ب. استنتاج اتجاه تغيرات f و تشكيل جدول تغيراتها:

إشارة $f'(x)$ من إشارة $xg(x)$. نلخص إشارة $f'(x)$ في الجدول أدناه :

x	$-\infty$		-1		0		1		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$			
$f'(x)$	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$		

f متزايدة تماما على المجالات $]-\infty;-1[$ و $]-1;0]$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجالين $[0;1[$ و $]1;\alpha]$

جدول تغيراتها:

x	$-\infty$		-1		0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$		
f	$-\infty$	↗	$+\infty$	‖	$-\infty$	↗	-4	↘	$-\infty$	↘	$+\infty$ ↗ $+\infty$
									$f(\alpha)$		

ج. تعيين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$:

$$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)=\frac{2\alpha\times g(\alpha)}{(\alpha^2-1)^2}=0$$

تفسير النتيجة بيانيا منحنى الدالة f يقبل عند النقطة ذات α الفاصلة مماسا أفقيا .

الأستاذ بلجودي حمـــــــو

3. تبيين ان f(a)=3a -1:

. أي نبين أن $f(\alpha)-(3\alpha-1)=0$

$$f(\alpha)-(3\alpha-1)=\frac{2\alpha^3-\alpha^2+4}{\alpha^2-1}-(3\alpha-1)=\frac{-\alpha^3+3\alpha+3}{\alpha^2-1}=-\frac{\alpha^3-3\alpha-3}{\alpha^2-1}=-\frac{g(\alpha)}{\alpha^2-1}=-\frac{0}{\alpha^2-1}=0$$

اذن $f(\alpha)=3\alpha-1$

استنتج حصرا للعدد f(a):

لدينا $2.1\prec\alpha\prec2.11$ ومنه $6.1\prec3\alpha\prec6.11$ ومنه $5.1\prec3\alpha-1\prec5.11$ أي $5.1\prec f(\alpha)\prec5.11$.

4.أ. تحقق من أنه ؛ من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ؛ يكون : $f(x)=2x-1+\frac{2x+3}{x^2-1}$.

$$2x-1+\frac{2x+3}{x^2-1}=\frac{(2x-1)(x^2-1)+2x+3}{x^2-1}=\frac{2x^3-x^2+4}{x^2-1}=f(x)$$

ب. بين أن المستقيم (Δ) الذي $y=2x-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

$$\lim_{|x|\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}2x-1+\frac{2x+3}{x^2-1}-(2x-1)=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{2x+3}{x^2-1}=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{2}{x}=0$$

إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ج.دراسة وضعية المنحنى بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ) :

ندرس إشارة $f(x)-y$ أي إشارة $\frac{2x+3}{x^2-1}$. نلخص إشارة $f(x)-y$ و الوضع النسبي في الجدول أدناه:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		-1		1		$+\infty$
$2x+3$		-	0	+	+		+		
x^2-1		+		+	0	-	0	+	
$f(x)-y$			0	-	+		-		+
الوضع النسبي		(C_f) تحت (Δ)	يقطع (Δ) (C_f) في $A\left(-\frac{3}{2};-3\right)$		(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)		(C_f) فوق (Δ)

5.تبيين أن المعادلة f(x)=0 تقبل حلا وحيدا :

- f مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-1[$ و من ثم على المجال $[-1.2;-1.1]$:

و لدينا : $f(-1.2)=-1.03\prec0$ و $f(-1.1)=1.609\succ0$.

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]-1.2;-1.1[$ حلا وحيدا β .

تفسير النتيجة هندسيا :

B هي فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

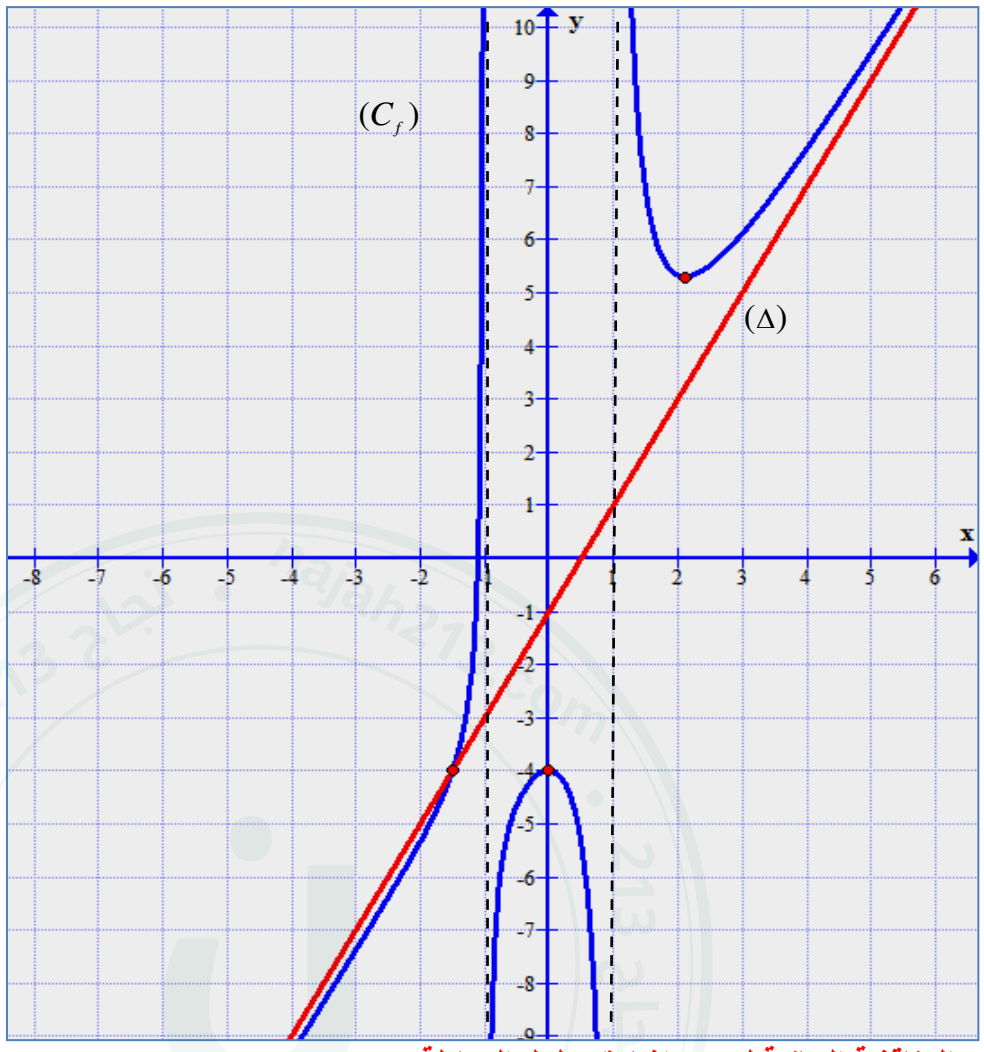
6. بين أن (C_f) يقبل مماسين موازيين لـ (Δ) (لا يطلب تعيين معادلتيهما) .

$f'(x)=2$ معناه $\frac{2x^4-6x^2-6x}{(x^2-1)^2}=2$ ومنه $\frac{x^4-3x^2-3x}{(x^2-1)^2}=1$ ومنه $x^4-3x^2-3x=(x^2-1)^2$ ومنه

$x^2+3x+1=0$ لهذه المعادلة حلان متمايزان ، اذن (C_f) يقبل مماسين موازيين لـ (Δ)

الأستاذ بلجودي حمـــــــو

7. انشاء (Δ) و المنحنى



8. المناقشة البيانية لعدد و إشارة حلول المعادلة f(x)=Im

- إذا كان $|m| \in [0;\ f(\alpha)[$ أي أن $m \in]-f(\alpha);f(\alpha)[$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا سالبا .
- إذا كان $|m| = f(\alpha)$ أي أن $m = f(\alpha)$ أو $m = -f(\alpha)$ فإن المعادلة تقبل حلا مضاعفا موجبا و حلا سالبا.
- إذا كان $|m| \in]f(\alpha);+\infty[$ أي أن $m =]-\infty;-f(\alpha)[\cup]f(\alpha);+\infty[$ المعادلة تقبل حلين موجبين و حلا سالبا .

9. u **الدالة المعرفة على المجال** $R-\{-1;1\}$ **كما يلي :** $u(x)=|f(x)|$ (C_u) **هو التمثيل البياني للدالة** u **.**

⇦ انشاء (C_u) **انطلاقا من** (C_f) **:**

يكون (C_u) منطبقا على (C_f) في المجالات التي يكون فيه (C_f) فوق محور الفواصل .

يكون (C_u) مناظر لـ (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل في المجالات التي يكون فيه (C_f) تحت محور الفواصل .

10. k **الدالة المعرفة على المجال** $R-\{0;2\}$ **كما يلي :** $k(x)=f(x-1)+2$ (C_k) **هو التمثيل البياني للدالة** k **.**

⇦ اشرح كيفية انشاء (C_k) **انطلاقا من** (C_f) **:**

$k(x)=f(x-1)+2$ من الشكل $k(x)=f(x+a)+b$ مع $a=-1$ و $b=2$.

إذن (C_k) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(1;-2)$.

وفقكم الله في بكالوريا 2023

الأستاذ بلجودي حمـــــــو

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً