najah213.com · نجاح 213

ثانوية محمود بن محمود/ قالمة **السنة الدراسية : 2020/2019**

المادة : رياضيات **المستوى : 3 ع تج – المدة : 2 سا**

اختبـــــار الثلاثـــي الأول

التمرين الأول : (08 نقاط)

عين الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير (أي إجابة دون تبرير لا تؤخذ بعين الاعتبار)

1) العدد : $\frac{1}{2}Ln(125)+2Ln\left(\frac{1}{5}\right)+Ln\sqrt{5}$ هو عدد :

2) عدد حلول المعادلة : $e^{3x}-x-1=0$ هو :

3) عدد حلول المعادلة : $(Lnx)^2=Ln(x^2)$ هو :

4) حلول المتراجحة : $e^{x}-e^{-x}\geq 0$ هي :

معدوم	موجب تماما	سالب تماما
0	1	2
0	1	2
$\mathbb{R}$	$\emptyset$	$[0;+\infty[$

5) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$ هي دالة :

زوجية	فردية	ليست زوجية وليست فردية

6) منحنى الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=3\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$ يقبل نقطة انعطاف فواصلها من الشكل :

$x=\frac{\pi}{2}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}$	$x=\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}$	$x=\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2}/k\in\mathbb{Z}$

7) الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $h(x)=\frac{mx^2}{x^2-1}$ حيث $m\in\mathbb{R}^*$ تقبل قيمة حدية محلية وحيدة من أجل :

$m\in\mathbb{R}_-^*$	$m\in\mathbb{R}^*$	$m\in\mathbb{R}_+^*$

8) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية : $y=y'-1$ الذي يحقق $y(Ln2)=1$ هو :

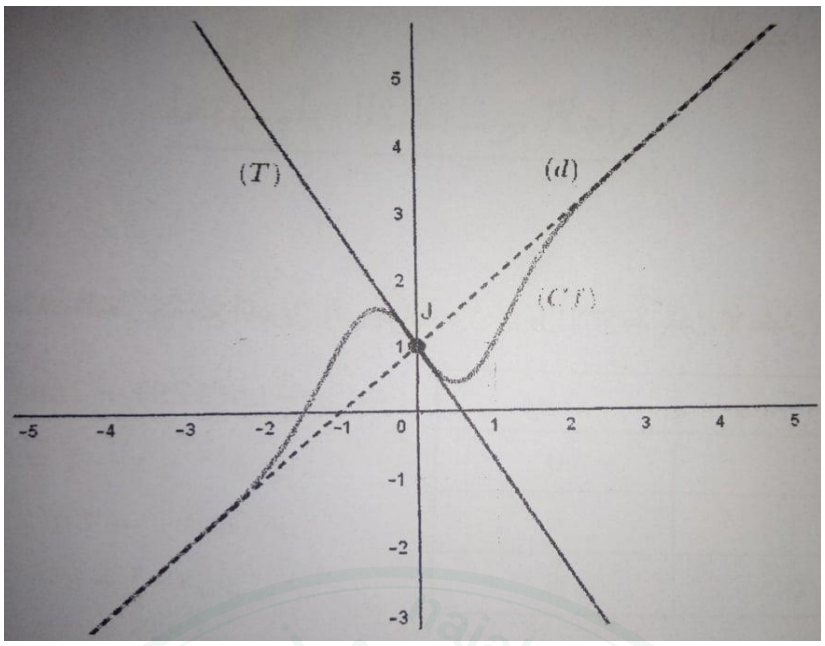
$x\mapsto e^{\frac{1}{2}(x+1)}+1$	$x\mapsto e^{(1-x)}-1$	$x\mapsto e^{x}-1$

التمرين الثاني : (12 نقطة)

I) نعتبر الدالة f المعرفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ،عبارتها هي : $f(x)=mx+p+(ax+b)e^{-x^2}$.
وليكن $(\mathcal{C}_f)$ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس$(o;\vec{i};\vec{j})$. (انظر الشكل) .

- المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا (d) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.
- المستقيم (T) هو المماس للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 والذي معادلته : $(T):y=(1-e)x+1$.
- النقطة $J(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



1) اكتب معادلة المستقيم (d) .

2) علما أن $\lim_{|x|\to+\infty}\left(xe^{-x^2}\right)=0$ ، عين قيمتي كل من m و p .

3) احسب قيمة المجموع : $f(-x)+f(x)$ ، حيث $x\in\mathbb{R}$.

4) باستعمال بعض المعلومات السابقة عين كلا من a و b .

II) بوضع : $a=-e$ ، $b=0$ و $m=p=1$.

1)

أ) بين أن f' مشتقة الدالة f زوجية .

ب) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=1+(2x^2-1)e^{-x^2+1}$.

ج) ادرس تغيرات الدالة f' وشكل جدول تغيراتها .

د) برهن أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $0.51<\alpha<0.52$ ثم استنتج حصرا لـ β .

2) عين معادلتي مماسي $(\mathcal{C}_f)$ ، (T_1) و (T_2) الموازيان لـ (d) .

3)

أ) ارسم (T_1) و (T_2) في المعلم السابق.

ب) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$.

انتهى الموضوع

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

عرض حل لاختبار الثلاثي الأول

التمرين الأول: (08 نقاط)

تعيين الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير:

1- العدد: $\frac{1}{2}\ln(125)+2\ln\left(\frac{1}{5}\right)+\ln\sqrt{5}$ هو عدد ... (0,25)

التبرير: (0,75)

$\frac{1}{2}\ln(125)+2\ln\left(\frac{1}{5}\right)+\ln\sqrt{5}=\frac{1}{2}\ln(5^3)+2\ln(5^{-1})+\ln 5^{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}\ln 5-2\ln 5+\frac{1}{2}\ln 5$

$=2\ln 5-2\ln 5=0$

2- عدد حلول المعادلة: $e^{3x}-x-1=0$ هو ... (0,25)

التبرير: (0,75)

$e^{3x}-x-1=0$

بوضع: $f(x)=e^{3x}-x-1$

$f'(x)=3e^{3x}-1$

من أجل $x\in\mathbb{R}$:

لدينا:

$3e^{3x}-1=0$

$3e^{3x}=1$

$e^{3x}=\frac{1}{3}\rightarrow 3x=\ln\left(\frac{1}{3}\right)\rightarrow x=-\frac{\ln 3}{3}$

x	$-\infty$		$-\frac{\ln 3}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\approx 0,22$	$\nearrow$	$+\infty$

الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-\frac{\ln 3}{3}[$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)\cdot f\left(-\frac{\ln 3}{3}\right)<0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\infty;-\frac{\ln 3}{3}[$

الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]-\frac{\ln 3}{3};+\infty[$ و $f\left(-\frac{\ln 3}{3}\right)\cdot\lim_{x\to+\infty}f(x)<0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β على المجال $]-\frac{\ln 3}{3};+\infty[$

ومنه المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين مختلفين في الإشارة α و β

3- عدد حلول المعادلة: $(\ln x)^2=\ln(x^2)$ هو ... (0,25)

التبرير: (0,75)

$(\ln x)^2=\ln(x)^2$

$(\ln x)^2-\ln(x^2)=0$

$(\ln x)^2-2\ln x=0$

$\ln x(\ln x-2)=0$

$\begin{cases}\ln x=0\\ \ln x-2=0\end{cases}\begin{cases}\ln x=\ln 1\\ \ln x=2\end{cases}\begin{cases}x=1\\ x=e^2\end{cases}$

4- حلول المتراجحة: $e^x-e^{-x}\geq 0$ في $[0;+\infty[$ ... (0,25)

التبرير: (0,75)

$e^x-e^{-x}\geq 0$

$e^x\geq e^{-x}$

$x\geq -x$

$x+x\geq 0\rightarrow 2x\geq 0\rightarrow x\geq 0$

$x\in[0;+\infty[$

5- الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$

دورية الدالة: ... (0,25)

التبرير: (0,75)

$f(x)=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$

$f(-x)=3\sin\left(-2x-\frac{\pi}{2}\right)=3\sin\left[-\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)\right]$

$f(-x)=-3\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=3\sin\left[\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)-\pi\right]$

$f(-x)=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=f(x)$

تذكير: $\sin(\alpha-\pi)=-\sin(\alpha)$

6- منحنى الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=3\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$ يقبل نقطة انعطاف فواصلها من الشكل: $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}/k\in\mathbb{Z}$ ... (0,25)

التبرير: (0,75)

$g(x)=3\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$

$g'(x)=-6\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$

$g''(x)=-12\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow g''(x)=0$

معناه:

$\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=0\rightarrow 2x-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}$

$2x=\frac{2\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\rightarrow 2x=\pi+k\pi/k\in\mathbb{Z}$

$x=\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2}/k\in\mathbb{Z}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

7- الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $h(x)=\frac{mx^2}{x^2-1}$ حيث $m\in\mathbb{R}^*$ تقبل قيمة حدية محلية و وحيدة من أجل: $m\in\mathbb{R}^*$ (0,25)

البرهان: (0,75)

$h(x)=\frac{mx^2}{x^2-1}$

$h'(x)=\frac{2mx(x^2-1)-2x(mx^2)}{(x^2-1)^2}$

$h'(x)=\frac{2mx^3-2mx-2mx^3}{(x^2-1)^2}$

$h'(x)=\frac{-2mx}{(x^2-1)^2}$

$h'(x)=0$ إذا كان $x=0$

$x\mapsto Ce^x-1$: ومنه $y=y'-1$: حل المعادلة التفاضلية (0,25)

$Ce^{\ln 2}-1=1$: أي $y(\ln 2)=1$ الذي يحقق

$2C=2\to C=1$

ومنه: $x\mapsto e^x-1$

التمرين الثاني: (12 نقطة)

I

1- معادلة المستقيم (d):

النقطتان: $A(0;1)$ و $B(-1;0)$ تنتميان إلى المستقيم (d).

$(d): y=ax+b$

$a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-0}{0+1}=\frac{1}{1}=1$ (0,5)

$1=1(0)+b$

$b=1$ (0,5)

ومنه: $(d): y=x+1$ (0,5)

2- تعيين قيمتي m و p:

$f(x)=mx+p+(ax+b)e^{-x^2}$

1- الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $y=y'-1$: هو $y(\ln 2)=1$

$x\mapsto e^x-1$ (0,25)

$y=y'-1$

$y'=y+1$

3- حساب قيمة المجموع: $f(-x)+f(x)$ حيث: $x\in\mathbb{R}$

بالطريقة: (0,25)

(Cf) تقبل مركز تناظر $I(0;1)$ النقطة

$f(2(0)-x)+f(x)=2(1)$ فإن:

$f(-x)+f(x)=2$ (0,25)

تذكير: مركز التناظر: $f(2a-x)+f(a)=2\beta$ (Cf) تقبل مركز تناظر $I(a;\beta)$

4- تعيين a و b:

لدينا: $f(-x)+f(x)=2$

$f(-x)+f(x)=mx+p-ax e^{-x^2}+be^{-x^2}+mx+p+ax e^{-x^2}+be^{-x^2}$

$f(-x)+f(x)=2p+2be^{-x^2}=2+2be^{-x^2}$ $p=1$

$2+2be^{-x^2}=2$

$2be^{-x^2}=0$

$b=0$ (0,25) ومنه: $e^{-x^2}\neq 0$

لدينا: المماس (T) للمنحنى (Cf) في النقطة ذات الفاصلة 0 معادلته:

$(T): y=(1-e)x+1$ أي:

$f'(0)=1-e$

$f'(x)=m+ae^{-x^2}-2xe^{-x^2}(ax+b)$

$f'(x)=m+ae^{-x^2}-2ax^2e^{-x^2}-2bxe^{-x^2}$

$f'(x)=1+ae^{-x^2}-2ax^2e^{-x^2}$

$f'(0)=1+a$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(1+2x^2e^{-x^2+1}-e^{-x^2+1}\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(1+2\frac{x^2}{e^{x^2}}e-\frac{e}{e^{x^2}}\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(1+2\left(\frac{x}{e^x}\right)^2 e-\frac{e}{e^{x^2}}\right) = 1$$ (0,5)

$$f''(x) = 4xe^{-x^2+1} - 2xe^{-x^2+1}(2x^2-1)$$

$$f''(x) = 4xe^{-x^2+1} - 4x^3e^{-x^2+1} - 2xe^{-x^2+1}$$

$$f''(x) = (4x-4x^3-2x)e^{-x^2+1}$$

$$f''(x) = -2x(-2+2x^2-1)e^{-x^2+1}$$

$$f''(x) = -2x(2x^2-3)e^{-x^2+1}$$ (0,5)

e^{-x^2+3} : لماذا؟ $f''(x)$ من إشارة

$f''(x) = 0$ معناه: لماذا؟

$-2x = 0$

$x = 0$

أو $2x^2-3=0$

$2x^2 = 3$

$x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$ أو $x = \sqrt{\frac{3}{2}}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{3}{2}}$		0		$\sqrt{\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$-2x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$2x^2-3$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f'(x)$	1	↗	$1+\frac{2}{\sqrt{e}}$	↘	$1-e$	↗	$1+\frac{2}{\sqrt{e}}$	↘	1

(0,5)

(0,5)

- برهان أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,51 < \alpha < 0,52$ ثم استنتاج حصر لـ f:

الدالة f' مستمرة و رتيبة تماما على $[0,51;0,52]$

و $f'(0,51) \times f'(0,52) < 0$ و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,51 < \alpha < 0,52$ (0,5)

* استنتاج حصر لـ β:

بما أن f' زوجية فإن: $f'(-\alpha)=f(\alpha)=0$ (0,25)

ومنه: $\beta=-\alpha$ أي أن $-0,52 < \beta < -0,51$ (0,25)

$$1+a = 1-e$$

$a = -e$ (0,5)

ومنه:

$$f(x) = x+1-2xe^{-x^2}$$ (II)

1- أ) (1) تبيان أن f' مستقبلة الدالة f زوجية:

طريقة 1: لدينا:

$$f(x)+f(-x) = 2$$

$$f'(x)+(-f'(x)) = 0$$

$$f'(x) = f'(-x)$$

ومنه $f'(x)$ دالة زوجية. (0,5)

طريقة 2: لدينا:

$$f'(x) = 1+ae^{-x^2}-2ax^2e^{-x^2} \quad (a=-e)$$

$$f'(x) = 1-ee^{-x^2}-2ex^2e^{-x^2}$$

$$f'(-x) = 1-ee^{-(-x)^2}-2e(-x)^2e^{-(-x)^2}$$

$$f'(-x) = 1-ee^{x^2}-2ex^2e^{-x^2} = f'(x)$$

ومنه $f'(x)$ دالة زوجية.

ب- تبيان أن f متناقصة تماما على $]-\infty;0]$:

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = 1+(2x^2-1)e^{-x^2+1}$$

لدينا:

$$f'(x) = 1-ee^{-x^2}-2ex^2e^{-x^2}$$

$$f'(x) = 1-e^{-x^2+1}-2ex^2e^{-x^2+1}$$

$$f'(x) = 1-e^{-x^2+1}(1-2x^2)$$

$$f'(x) = 1+(2x^2-1)e^{-x^2+1}$$ (0,5)

2- أ) دراسة تغيرات الدالة f':

$$f'(x) = 1+2x^2e^{-x^2+1}-e^{-x^2+1}$$

حساب النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} f'(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(1+2x^2e^{-x^2+1}-e^{-x^2+1}\right)$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\left(1+2x^2e^{-x^2}\cdot e-e^{-x^2}\cdot e\right)$$

بوضع $X=-x$ ومنه لما $x\to-\infty$ فإن $X\to+\infty$:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{X\to+\infty}\left(1+2X^2e^{-X^2}\cdot e-e^{-X^2}\cdot e\right)$$

$$= \lim_{X\to+\infty}\left(1+2\frac{X^2}{e^{X^2}}e-\frac{1}{e^{X^2}}e\right)$$

$$= \lim_{X\to+\infty} 1+2\left(\frac{X}{e^X}\right)^2 e-\frac{1}{e^{X^2}}e = 1$$ (0,5)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

② - تعيين معادلتي مماسي (C_f) ، (T_1) ، (T_2) الموازيان لـ (d) :

$(d): y = x + 1$

حل المعادلة :

$f'(x) = 1$

$1 + (2x^2 - 1)e^{-x^2+1} = 1$

$(2x^2 - 1)e^{-x^2+1} = 0$

بما أن $e^{-x^2+1} \neq 0$

$2x^2 - 1 = 0$

$x^2 = \frac{1}{2} \rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{2}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$

$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ أو $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$(T_1): y = f'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$f'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1 + \left(2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1\right)e^{-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1}$

$f'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1 + \left(\frac{2\times 2}{4} - 1\right)e^{-\frac{2}{4}+1} = 1$

$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - e\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{2}{4}+1} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{1}{2}}$

$(T_1): y = 1\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{e}$

$(T_1): y = x - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2e}}{2}$

$(T_1): y = x + 1 - \frac{\sqrt{2e}}{2}$ 0,5

$(T_2): y = f'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$f'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1$

$f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + e\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{2}{4}+1} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{1}{2}}$

$(T_2): y = 1\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{e}$

$(T_2): y = x + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2e}}{2}$

$(T_2): y = x + 1 + \frac{\sqrt{2e}}{2}$ 0,5

③ - 1/ - رسم (T_2) ، (T_1) 0,5

ن/ - الحل البياني :

الحل البياني للمعادلة $f(x) = x + m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y_m = x + m$ الموازي لـ (d) ، (T_1) ، (T_2) 0,25×7

- إذا كان $m < 1 - \frac{\sqrt{2e}}{2}$ فإن المعادلة $f(x) = x + m$ لا تقبل حلول.

- إذا كان $m = 1 - \frac{\sqrt{2e}}{2}$ فإن المعادلة تقبل حل مضاعف موجبا تماما.

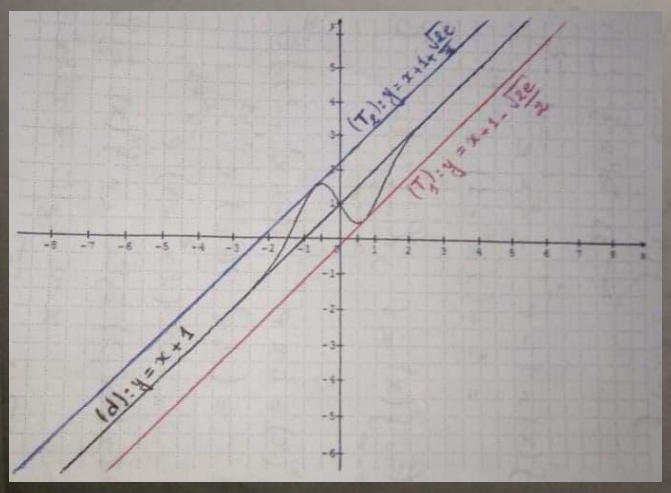
- إذا كان $1 - \frac{\sqrt{2e}}{2} < m < 1$ فإن المعادلة تقبل حلين موجبين تماما.

- إذا كان $m = 1$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد معدوما.

- إذا كان $1 < m < 1 + \frac{\sqrt{2e}}{2}$ فإن المعادلة تقبل حلين سالبين تماما.

- إذا كان $m = 1 + \frac{\sqrt{2e}}{2}$ فإن المعادلة تقبل حل مضاعف سالبا تماما.

- إذا كان $m > 1 + \frac{\sqrt{2e}}{2}$ فإن المعادلة لا تقبل حلول.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com