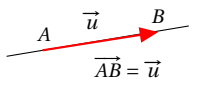
najah213.com · نجاح 213

ملخص الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

تعريف شعاع :

A و B نقطتين من المستوي، الإنسحاب الذي يحول A إلى B يعرف شعاعا $\overrightarrow{AB}$ له ثلاث عناصر أساسية و هي :

✍ المنحى ✍ الطويلة ✍ الإتجاه



◄ إذا كانت A منطبقة على B فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يصبح معدوما و نكتب $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

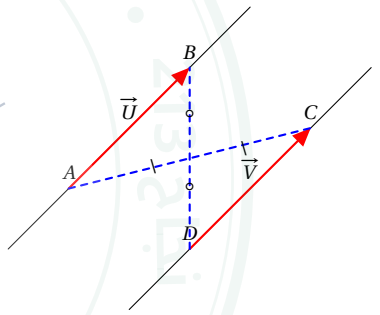
تساوي شعاعين :

$\vec{u} = \vec{v}$ معناه أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس المنحى، نفس الإتجاه و نفس الطول

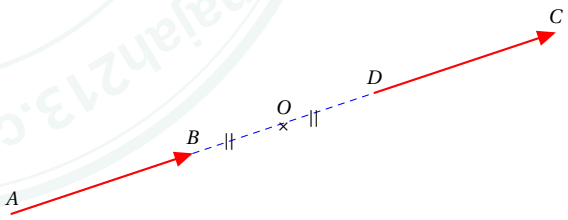
ملاحظة :

A، B، C و D أربع نقط من المستوي إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإن $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان أي $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$ و نميز حالتين :

◄ إذا كانت النقط A، B، C و D ليست في إستقامية فالرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع كما هو موضح في الشكل الموالي.



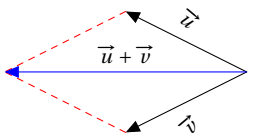
◄ إذا كانت النقط A، B، C و D في إستقامية نحصل على :



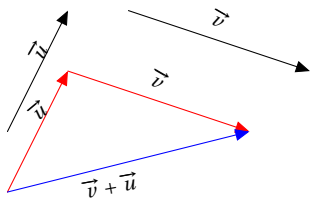
مجموع شعاعين :

مجموع شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشعاع $\vec{u} + \vec{v}$ و المعرف كمايلي :

◄ إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس المبدء فإن :



◄ إذا كانت نهاية $\vec{u}$ بداية $\vec{v}$ فإن :



الشعاعان المتعاكسان :

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعاكسان معناه لهما نفس المنحي و نفس الطويلة لكن متعاكسان في الإتجاه و نكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ حيث : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

جداء شعاع بعدد حقيقي :

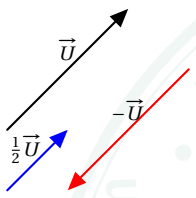
$\vec{u}$ شعاع من المستوي و k عدد حقيقي غير معدوم، جداء الشعاع $\vec{u}$ بعدد حقيقي هو الشعاع $k\vec{u}$ حيث :

- $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس الأتجاه إذا كان $k > 0$
- $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما متعاكسان الأتجاه إذا كان $k < 0$
- $\|k\vec{u}\| = |k|\|\vec{u}\|$

الإرتباط الخطي :

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا معناه $\vec{u} = k\vec{v}$

◄ يكون شعاعان غير معدومان مرتبطان خطيا إذا كان لهما نفس المنحى.



التوازي و الإستقامية :

◄ يكون مستقيمان (AB) و (CD) متوازيان إذا و فقط إذا كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطان خطيا.

تكون النقط A ، B و C على إستقامية إذا و فقط كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ خطيا.

مرجع شعاع :

من أجل كل نقطتين من المستوي $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

نتائج :

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم لمستو $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان حيث : $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متساويان معناه $x = x'$ و $y = y'$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا معناه $xy' - yx' = 0$

المسافة بين نقطتين :

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

إحداثيتي منتصف قطعة :

$M(x; y)$ منتصف القطعة $[AB]$ فإحداثيتي النقطة M هي :

$$M\left(\frac{x_a + x_b}{2}; \frac{y_a + y_b}{2}\right)$$

المستقيم في المستوي :

كل نقطتين متمايزتين من المستوي A و B تعينان مستقيما (AB) حيث من أجل كل نقطة M، الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا.

◄ يسمى كل شعاع له نفس منحى المستقيم (AB) شعاع توجيه المستقيم.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ملخص الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

معادلة مستقيم :

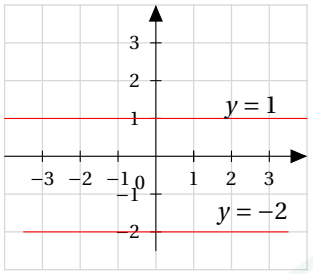
كل مستقيم من المستوي له معادلة من الشكل : $ax+by+c=0$ تسمي المعادلة الديكارتية لمستقيم حيث الشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ هو شعاع توجيهه.

الحالات الممكنة لمعادلة مستقيم :

الحالة الأولى
$a=0$ و $b\neq 0$

المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $by+c=0$ اي $y=\underbrace{-\frac{c}{b}}_{m}$ حيث

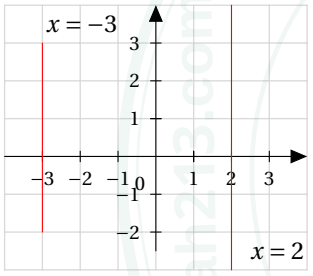
كل معادلة من الشكل $y=m$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور الفواصل شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\0\end{pmatrix}$.



الحالة الثانية
$a\neq 0$ و $b=0$

المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $ax+c=0$ اي $x=\underbrace{-\frac{c}{a}}_{t}$ حيث .

كل معادلة من الشكل $x=t$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور التراتيب شعاع توجيه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\a\end{pmatrix}$.

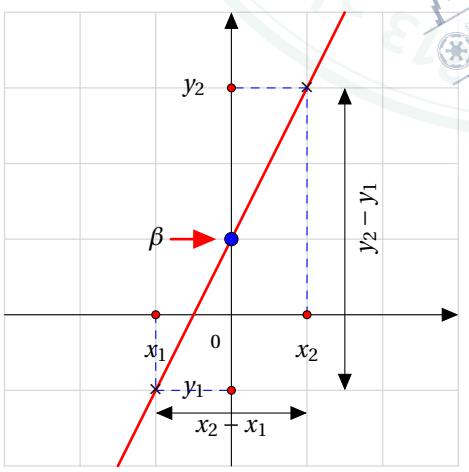


الحالة الثالثة
$a\neq 0$ و $b\neq 0$

المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $y=\underbrace{-\frac{a}{b}}_{\alpha}x-\underbrace{\frac{c}{b}}_{\beta}$ اي $y=\alpha x+\beta y$ حيث كل معادلة من الشكل $y=\alpha x+\beta y$ هي معادلة لمستقيم مائل.

◄ تسمي $y=\alpha x+\beta y$ المعادلة المختصرة للمستقيم حيث α معامل توجيه المستقيم يحسب كالتالي : $\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

◄ β هي ترتيب نقطة تقاطع المستقيم مع حامل محور التراتيب.



نعين معادلة مستقيم من المستوي بإعطاء نقطتين منه أو نقطة و شعاع توجيه

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ملخص الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

شرط توازي مستقيمين :

◄ $(D): ax+by+c=0$ و $(D'): a'x+b'y+c'=0$ ، $(D) \parallel (D')$ إذا و فقط إذا كان $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} -b' \\ a' \end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا.

$$(D) \parallel (D') \text{ معناه } ab'-ba'=0$$

(يكون مستقيمان متوازيان إذا كان شعاعي توجيههما مرتبطان خطيا)

◄ $(D): y=\alpha x+\beta$ و $(D): y=\alpha' x+\beta'$

$$(D) \parallel (D') \text{ معناه } \alpha=\alpha'$$

(يكون مستقيمان متوازيان إذا كان لهما نفس معامل التوجيه)

جملة معادلتين خطيتين :

نسمي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كل جملة من الشكل $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ ◄ حل الجملة معناه إيجاد الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق معادلتي الجملة في آن واحد.

طرق حل جملة معادلتين خطيتين :

◄ طريقتي الجمع أو التعويض

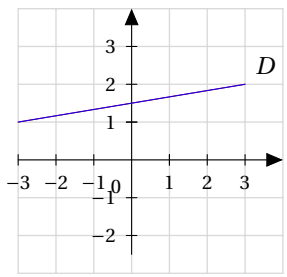
◄ حساب المجدد $ab'-ba'$ حيث نميز حالتين :

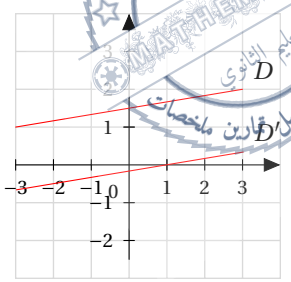
◄ إذا كان $ab'-ba' \neq 0$ فالمعادلة تقبل حل وحيد.

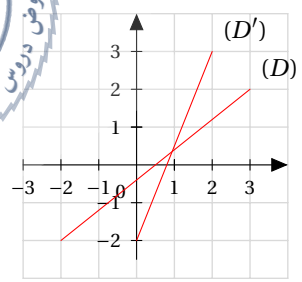
◄ إذا كان $ab'-ba'=0$ فالمعادلة لا تقبل حل أو تقبل مالانهاية من الحلول .

حل جملة معادلتين :

الجملة	$(S): \begin{cases} ax+by=c \cdots (1) \\ a'x+b'y=c' \cdots (2) \end{cases}$	
المحدد	$ab'-ba'$	
الحلول	$ab'-ba'=0$	$ab'-ba' \neq 0$
	(1) و (2) متكافئتان	(1) و (2) غير متكافئتان
	(S) تقبل مالا نهاية من الحلول في $\mathbb{R}^2$	(S) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}^2$
	(S) تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}^2$	
التفسير البياني	المستقيمان (D) و (D') منطبقان	المستقيمان (D) و (D') متوازيان
	المستقيمان (D) و (D') يتقاطعان في نقطة وحيدة	







الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات
merouaninardjiss@gmail.com
profmerouani 0770349020

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com