najah213.com · نجاح 213

**المستوى : 2 علوم تجريبية وتقني رياضي** **المدة : 90 دقيقة**

## فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات -01-

### التمرين الأول :

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث : $P(x)=4x^3-4x^2-15x+18$

1. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $P(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$ حيث $a$ ، $b$ و $c$ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ .
3. عين إشارة $P(x)$ ، ثم استنتج في $\mathbb{R}$ مجموعة حلول المتراجحة $P(x)\leq 0$ .
4. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $4x\sqrt{x}-4x-15\sqrt{x}+18=0$

### التمرين الثاني:

I) لتكن $f_m$ دالة عددية لمتغير حقيقي $x$ معرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f_m(x)=mx^2-2x+1$ حيث $m$ وسيط حقيقي و ليكن $(C_{f_m})$ المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

- عين قيمة $m$ بحيث المنحنى $(C_{f_m})$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين.

II) نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $f(x)=-x^2-2x+1$ و ليكن $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن عبارة الدالة $f$ تكتب على الشكل : $f(x)=-(x+1)^2+2$ .
2. فكك $f$ إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.
3. استنتج أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ .
4. أرسم $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ انطلاقا من التمثيل البياني لدالة مرجعية يطلب تعيينها.
5. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر لـ $(C_f)$.

III) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2-2|x|-1$ و ليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي السابق.

1. بين أن $g$ دالة زوجية .
2. من أجل $x\in]-\infty;0]$ احسب $g(x)+f(x)$ .
3. استنتج كيفية تمثيل $(C_g)$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم مثله.



www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# حل فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات -01-

## التمرين الأول ( 07 نقاط ):

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث : $P(x)=4x^3-4x^2-15x+18$

1. برهان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $P(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$ حيث $a$ ، $b$ و $c$ أعداد حقيقية يطلب تعيينها..... $(1,5)$

بإستعمال خوارزمية هورنر نجد

| | $4$ | $-4$ | $-15$ | $18$ |
|---|---|---|---|---|
| $-2$ | | $-8$ | $24$ | $-18$ |
| | $4$ | $-12$ | $9$ | $0$ |

ومنه $P(x)=(x+2)(4x^2-12x+9)$ إذن $a=4$ ، $b=-12$ و $c=9$.

يمكن استعمال القسمة الإقليدية أو النشر ثم المطابقة.

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

..... $(1,5)$

$P(x)=0$ يكافئ $(x+2)(4x^2-12x+9)=0$ يكافئ $(x+2)=0$ أو $(4x^2-12x+9)=0$

لما $(x+2)=0$ أي $x=-2$ و لما $(4x^2-12x+9)=0$ أي $\Delta=0$ ومنه للمعادلة حل مضاعف في $\mathbb{R}$ $x=\frac{3}{2}$ ومنه $S=\left\{-2;\frac{3}{2}\right\}$

3. عين إشارة $P(x)$ ..... $(1,5)$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(x+2)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(4x^2-12x+9)$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $P(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |

استنتاج في $\mathbb{R}$ مجموعة حلول المتراجحة $P(x)\leq 0$

..... $(1,5)$

ومنه $P(x)\leq 0$ لما $x\in]-\infty;-2]$ أو $x=\frac{3}{2}$ و عليه $S=]-\infty;-2]\cup\left\{\frac{3}{2}\right\}$

4. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة :

$4x\sqrt{x}-4x-15\sqrt{x}+18=0$ ..... $(01)$

المعادلة معرفة لما $D=[0;+\infty[$.

$4x\sqrt{x}-4x-15\sqrt{x}+18=0$ يكافئ $4\left(\sqrt{x}\right)^3-4\left(\sqrt{x}\right)^3-15\sqrt{x}+18=0$ بوضع $t=\sqrt{x}$ مع $t>0$ تصبح

$4t^3-4t^2-15t+18=0$

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ومن السؤال 2. نجد $t=-2$ (مرفوض لأن $t>0$) أو $t=\frac{3}{2}$ وعليه $\sqrt{x}=\frac{3}{2}$ إذن $x=\frac{9}{4}$ وعليه $S=\left\{\frac{9}{4}\right\}$.

## التمرين الثاني ( 13 نقطة ):

I) تعيين قيمة $m$ بحيث المنحنى $\left(C_{f_m}\right)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين.

.....(1,5)

$\left(C_{f_m}\right)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين متمايزتين معناه للمعادلة $f_m(x)=0$ حلان مختلفان في $\mathbb{R}$ أي $mx^2-2x+1=0$ مع $m\neq 0$

أي $\Delta>0$ لدينا $\Delta=4-4m$ ومنه $4-4m>0$ أي $-4m>-4$ ومنه $m<1$ إذن قيم المطلوبة هي $m\in]-\infty;0[\cup]0;1[$.

II) نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $f(x)=-x^2-2x+1$ وليكن $\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. تبيان أن عبارة الدالة $f$ تكتب على الشكل : $f(x)=-(x+1)^2+2$ .

.....(1,5)

$$-(x+1)^2+2=-\left(x^2+2x+1\right)+2=-x^2-2x-1+2=-x^2-2x+1=f(x)$$

2. تفكيك $f$ إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.

.....(1,5)

$$f: x\xrightarrow{u} x+1\xrightarrow{v}-(x+1)^2+2 \quad \text{حيث} \quad \begin{cases} u(x)=x+1 \\ v(x)=-x^2+2 \\ f=v\circ u \end{cases}.$$

3. استنتج أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ .

.....(1,5)

لدينا $f=v\circ u$ و الدالة $u$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ و علما أنه من أجل كل $x\in]-\infty;-1]$ نجد أن $x+1\in]-\infty;0]$

وعليه $u(x)\in]-\infty;0]$ أي الدالة $u$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ ومنه الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ .

4. أرسم $\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة $f$ انطلاقا من التمثيل البياني لدالة مرجعية يطلب تعيينها.

.....(1,5)

لدينا $f(x)=-(x+1)^2+2$ و منه $\left(C_f\right)$ صورة منحنى الدالة $h: x\to -x^2$ بانسحاب شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ ( يمكن كتابة $f$ على الشكل $f(x)=h(x+1)+2$

)

أو يمكن استعمال طريقة أخرى وذلك بكتابة $f$ على الشكل : $f(x)=-\left[(x+1)^2-2\right]$ .

5. تبيين أن المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر لـ $\left(C_f\right)$ .....(1,5)

من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ نجد $-2-x\in\mathbb{R}$

$$f(-2-x)=-(-x-2+1)^2+2=-(-x-1)^2+2=-\left(-(x+1)\right)^2+2=-(x+1)^2+2=f(x)$$

أو يمكن الاستعانة بدساتير تغيير المعلم.

6. نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2-2|x|-1$ وليكن $\left(C_g\right)$ تمثيلها البياني في المستوي السابق.

أ. تبيين أن $g$ دالة زوجية . .....(1,5)



www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ نجد $-x \in \mathbb{R}$ و $g(-x) = (-x)^2 - 2|-x| - 1 = x^2 - 2|x| - 1 = g(x)$ و . هـ . م

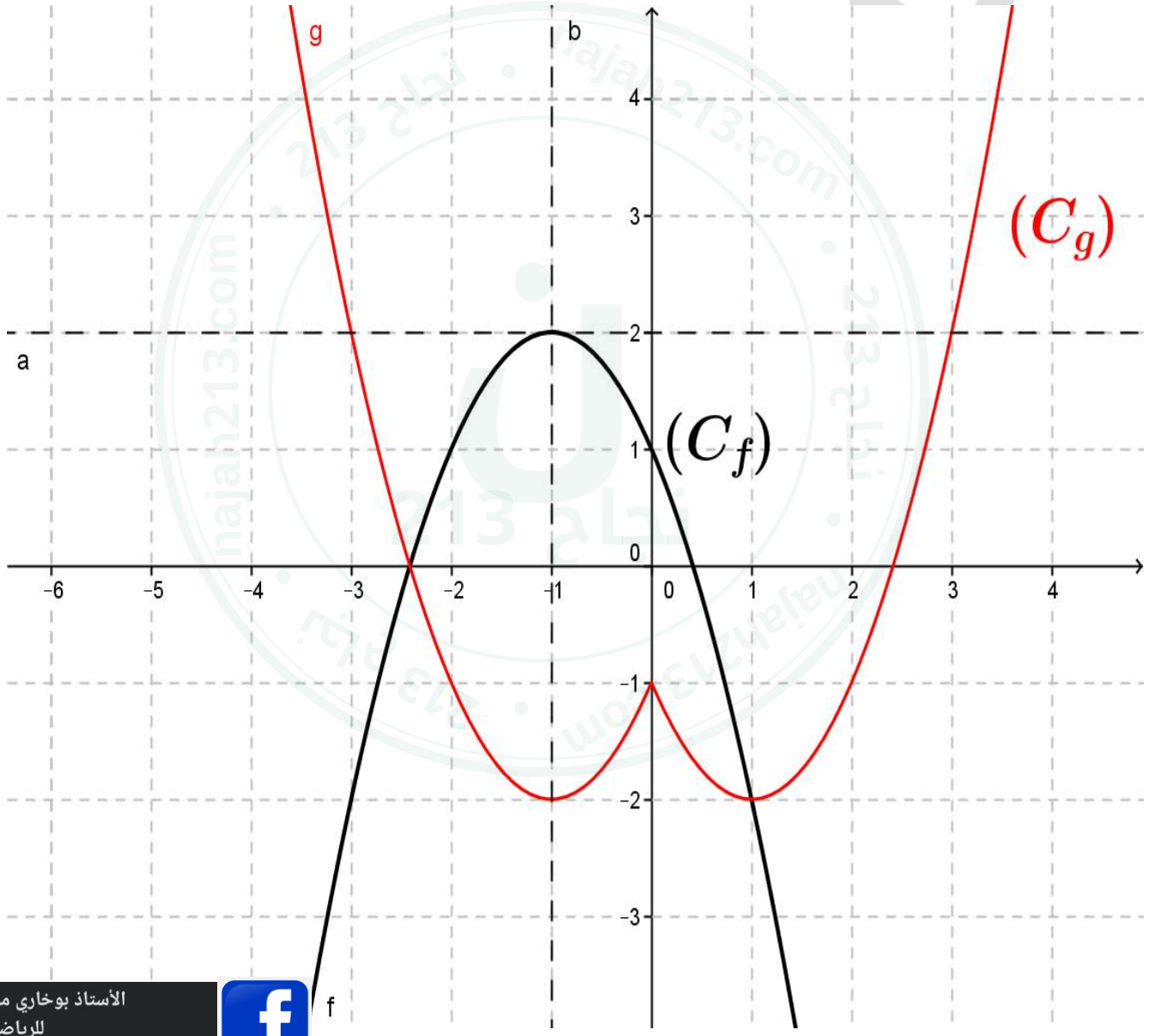
ب. من أجل $x \in ]-\infty;0[$ حساب $g(x) + f(x)$ ..... $(01)$

$g(x) + f(x) = \left(x^2 - 2|x| - 1\right) + \left(-x^2 - 2x + 1\right) = -2|x| - 2x = 2x - 2x = 0$ لأن $|x| = -x$ لما $x \in ]-\infty;0[$

ت. استنتج كيفية تمثيل $(C_g)$ انطلاقا من $(C_f)$ ..... $(01)$

من أجل $x \in ]-\infty;0[$ وجدنا أن $g(x) + f(x) = 0$ أي $g(x) = -f(x)$ و عليه $(C_g)$ نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى حامل محور الفواصل على المجال $]-\infty;0[$ و نكمل التمثيل البياني على المجال $]0;+\infty[$ بالتناظر بالنسبة إلى حامل محور التراتيب لأن الدالة $g$ زوجية .

رسم $(C_g)$ ..... $(0,5)$




الأستاذ بوخاري محمد
للرياضيات
@Bokharimath
f

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**المستوى : 2 علوم تجريبية وتقني رياضي** **المدة : 90 دقيقة**

## فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات-02-

### تمرين:

**I)** $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=x^2+2x+a$ حيث $a$ عدد حقيقي و ليكن $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عين قيمة $a$ علما أن $1$ جذر لكثير الحدود $f(x)$ .
2. نعتبر فيما يأتي أن $a=-3$
   أ. بين أن عبارة الدالة $f$ تكتب على الشكل : $f(x)=(x+1)^2-4$ .
   ب. فكك $f$ إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.
   ت. ادرس إتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-1;+\infty[$ و المجال $]-\infty;-1[$ .
3. أرسم $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ انطلاقا من التمثيل البياني لدالة مرجعية يطلب تعيينها.
4. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر لـ $(C_f)$.

**II)** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2+2|x|-2$ و ليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي السابق.

1. بين أن $g$ دالة زوجية .
2. بين أنه من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ : $g(x)=f(x)+1$ .
3. استنتج كيفية تمثيل $(C_g)$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم مثله في المعلم السابق

**III)** نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=x^3+4x^2+x-6$

1. احسب $h(-2)$ ماذا تستنتج؟
2. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $h(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$ حيث $a$ ، $b$ و $c$ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $h(x)=0$ .
4. عين إشارة $h(x)$ ، ثم استنتج في $\mathbb{R}$ مجموعة حلول المتراجحة $h(x)\le 0$ .
5. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $x^6+4x^4+x^2-6=0$ .



www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# حل فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات-02-

**I)** $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=x^2+2x+a$ حيث $a$ عدد حقيقي و ليكن $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. تعين قيمة $a$ علما أن $1$ جذر لكثير الحدود $f(x)$: ..... $(01)$

$1$ جذر لكثير الحدود $f(x)$ معناه $f(1)=0$ معناه $(1)^2+2(1)+a=0$ معناه $a=-3$

2. نعتبر فيما يأتي أن $a=-3$

أ. تبين أن عبارة الدالة $f$ تكتب على الشكل: $f(x)=(x+1)^2-4$ . ..... $(01)$

$$(x+1)^2-4=x^2+2x+1-4=x^2+2x-3=f(x)$$

ب. تفكيك $f$ إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما. ..... $(1,5)$

لدينا $f(x)=(x+1)^2-4$ ومنه $\begin{cases}u(x)=x+1\\v(x)=x^2-4\\f=v\circ u\end{cases}$

ت. دراسة إتجاه تغير الدالة $f$: ..... $(02)$

- على المجال $]-1;+\infty[$:

لدينا الدالة $u$ متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$

ومن أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ نجد $u(x)\in]0;+\infty[$ ومنه الدالة $v$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

ومنه الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$

- على المجال $]-\infty;-1[$ :

لدينا الدالة $u$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-1[$

ومن أجل كل $x\in]-\infty;-1[$ نجد $u(x)\in]-\infty;0[$ ومنه الدالة $v$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$

ومنه الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$

3. أرسم $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ انطلاقا من التمثيل البياني لدالة مرجعية يطلب تعيينها. ..... $(01)$

لدينا $f(x)=(x+1)^2-4$ ومنه $(C_f)$ صورة منحنى الدالة مربع بإنسحاب شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}$

4. تبين أن المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر لـ $(C_f)$: $2a-x=-2-x$ ..... $(1,5)$

لدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ : $-2-x\in\mathbb{R}$

$$f(2a-x)=f(-2-x)=((-2-x)+1)^2-4=(-1-x)^2-4=(-(1+x))^2-4=(x+1)^2-4=f(x)$$

**II)** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2+2|x|-2$ و ليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي السابق.

1. تبين أن $g$ دالة زوجية . ..... $(01)$

لدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ : $-x\in\mathbb{R}$

$$g(-x)=(-x)^2+2|-x|-2=x^2+2|x|-2=g(x)$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2. تبين أنه من أجل كل $x \in [0;+\infty[$ : $g(x) = f(x) + 1$ ..... (01)

من أجل كل $x \in [0;+\infty[$ : $|x| = x$ ومنه

$$g(x) = x^2 + 2|x| - 2 = x^2 + 2x - 2 = x^2 + 2x - 3 + 1 = f(x) + 1$$

3. استنتج كيفية تمثيل $(C_g)$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم مثله. ..... (02)

لما $x \in [0;+\infty[$ : $(C_g)$ صورة $(C_f)$ بإنسحاب شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ ($\vec{v} = \vec{j}$)

و بما أن $g$ دالة زوجية نكمل التمثيل بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب

III) نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

1. حساب $h(-2)$ : ..... (01)

$$h(-2) = (-2)^3 + 4(-2)^2 + (-2) - 6 = 0$$

- نستنتج أن $-2$ جذر لكثير الحدود $h(x)$ ..... (0,5)

2. برهان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $h(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$ حيث $a$ ، $b$ و $c$ أعداد حقيقية يطلب تعيينها. ... (1,5)

بإستعمال المطابقة أو القسمة الإقليدية أو خوارزمية هورنر نجد $h(x) = (x+2)(x^2 + 2x - 3)$

أي $h(x) = (x+2)f(x)$ ومنه $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}$

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $h(x) = 0$: ..... (1,5)

$h(x) = 0$ يكافئ $(x+2)f(x) = 0$ يكافئ $x + 2 = 0$ أو $f(x) = 0$ يكافئ $x = -2$ أو $x = 1$ أو $x = -3$

ومنه $S = \{-3;-2;1\}$

4. تعين إشارة $h(x)$: ..... (1,5)

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+2$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x^2+2x-3$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

استنتاج في $\mathbb{R}$ مجموعة حلول المتراجحة $h(x) \leq 0$ ..... (01)

لما $h(x) \leq 0$ $x \in ]-\infty;-3] \cup [-2;1]$ و عليه $S = ]-\infty;-3] \cup [-2;1]$

5. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $x^6 + 4x^4 + x^2 - 6 = 0$ . ..... (01)

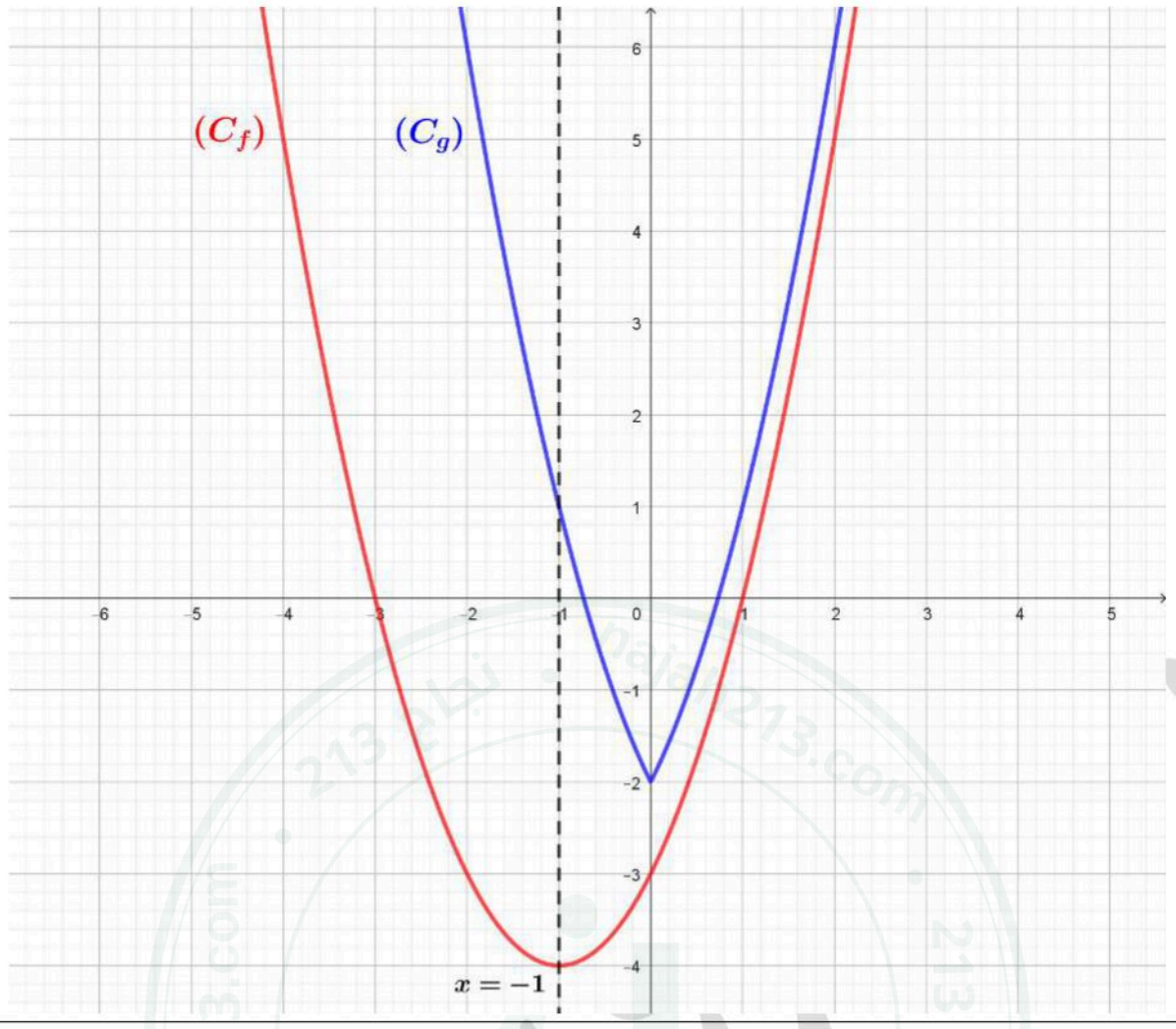
$x^6 + 4x^4 + x^2 - 6 = 0$ يكافئ $(x^2)^3 + 4(x^2)^2 + (x^2) - 6 = 0$ بوضع $t = x^2$ مع $t \geq 0$ تصبح $t^3 + 4t^2 + t - 6 = 0$

ومن السؤال 5، نجد $t = -3$ أو $t = -2$ ( مرفوضين لأن $t \geq 0$ ) أو $t = 1$ وعليه $x^2 = 1$ إذن $x = 1$ أو $x = -1$ وعليه $S = \{-1;1\}$ .

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com




www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**المستوى : 2 رياضي وتقني رياضي** **المدة : 90 دقيقة**

## فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات-03-

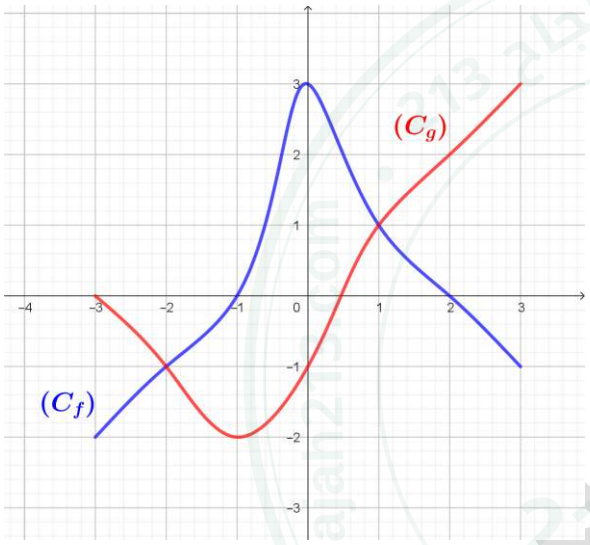
### التمرين الأول :

نعتبر الدالتين $f$ و $g$ المعرفتين على الترتيب بـ: $f(x)=\dfrac{8-3x}{2+\sqrt{3x-4}}$ و $g(x)=2-\sqrt{3x-4}$

- بين أن الدالتين $f$ و $g$ متساويتين.

### التمرين الثاني :

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ليكن $(C_f)$ و $(C_g)$ التمثيلان البيانيان للدالتين $f$ و $g$ كما هو موضح في الشكل المقابل:




1. عين $D_{g\circ f}$
2. عين كل من $(g\circ f)(-1)$، $(g\circ f)(0)$ و $(g\circ f\circ g)(-1)$
3. حل بيانيا المعادلتين : $(g\circ f)(x)=-1$ ، $(f\circ g)(x)=-1$
4. حل بيانيا المتراجحتين: $(g\circ f)(x)>-1$، $(f\circ g)(x)<-1$

### التمرين الثالث :

نعتبر الدالتين $f$ و $g$ المعرفتين على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x)=x+m+1$ و $g(x)=mx+1$

جد قيم العدد الحقيقي $m$ التي تحقق : $(g\circ f)(x)=(f\circ g)(x)$



www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

# حل فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات-03-

## حل التمرين الأول :

نعتبر الدالتين $f$ و $g$ المعرفتين على الترتيب بـ: $f(x)=\dfrac{8-3x}{2+\sqrt{3x-4}}$ و $g(x)=2-\sqrt{3x-4}$

- تبين أن الدالتين $f$ و $g$ متساويتين:

الدلة معرفة $f$ لما $\begin{cases}2+\sqrt{3x-4}\neq 0\\ \text{و}\\ 3x-4\geq 0\end{cases}$ أي $\begin{cases}\sqrt{3x-4}\neq -2 \quad .....(*)\\ \text{و}\\ x\geq\dfrac{4}{3}\end{cases}$ العلاقة $(*)$ محققة مهما كان $x\in\mathbb{R}$ ومنه $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ \text{و}\\ x\in\left[\dfrac{4}{3},+\infty\right[\end{cases}$ ومنه

$D_f=\left[\dfrac{4}{3},+\infty\right[$ أي $x\in\left[\dfrac{4}{3},+\infty\right[$

ومن جهة الدالة معرفة $g$ لما $3x-4\geq 0$ اي من أجل $x\geq\dfrac{4}{3}$ أي $x\in\left[\dfrac{4}{3},+\infty\right[$ ومنه $D_g=\left[\dfrac{4}{3},+\infty\right[$

إذن $D_f=D_g$.....$(1)$

ومن جهة :

$$g(x)=2-\sqrt{3x-4}=\frac{\left(2-\sqrt{3x-4}\right)\left(2+\sqrt{3x-4}\right)}{\left(2+\sqrt{3x-4}\right)}=\frac{(2)^2-\left(\sqrt{3x-4}\right)^2}{2+\sqrt{3x-4}}=\frac{4-(3x-4)}{2+\sqrt{3x-4}}=\frac{8-3x}{2+\sqrt{3x-4}}=f(x)$$

إذن $g(x)=f(x)$.....$(2)$

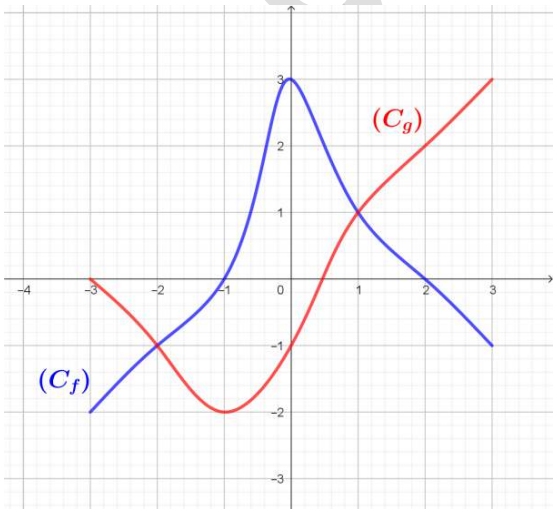
من $(1)$ و $(2)$ نستنتج أن الدالتين $f$ و $g$ متساويتين

## التمرين الثاني :

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ليكن $(C_f)$ و $(C_g)$ التمثيلان البيانيان للدالتين $f$ و $g$ كما هو موضح في الشكل المقابل:

1. تعين $D_{g\circ f}$

$$\begin{aligned}D_{g\circ f}&=\{x/\ x\in D_f\wedge f(x)\in D_g\}\\&=\{x/\ x\in[-3;3]\wedge f(x)\in[-3;3]\}\\&=\{x/\ x\in[-3;3]\wedge -3\leq f(x)\leq 3\}\\&=\{x/\ x\in[-3;3]\wedge x\in[-3;3]\}\\&=\{x/\ x\in[-3;3]\}\end{aligned}$$




2. تعين كل من $(g\circ f)(-1)$، $(g\circ f)(0)$ و $(g\circ f\circ g)(-1)$ :

$$(g\circ f)(-1)=g\left[f(-1)\right]=g(0)=-1$$
$$(g\circ f)(0)=g\left[f(0)\right]=g(3)=3$$
$$(g\circ f\circ g)(-1)=g\left[f\left[g(-1)\right]\right]=g\left[f(-2)\right]=g(-1)=-2$$

3. حل بيانيا المعادلتين : $(g\circ f)(x)=-1$ ، $(f\circ g)(x)=-1$

✓ $(g\circ f)(x)=-1$ يكافئ $g\left[f(x)\right]=-1$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_g)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=-1$

معناه $f(x)=0$ أو $f(x)=-2$

$f(x)=0$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=0$ (محور الفواصل) لما $x=2$ أو $x=-1$

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$f(x)=-2$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=-2$ لما $x=-3$

ومنه حلول المعادلة $(g\circ f)(x)=-1$ هي $S=\{-3;-1;2\}$

✓ $(f\circ g)(x)=-1$ يكافئ $f[g(x)]=-1$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=-1$

معناه $g(x)=3$ أو $g(x)=-2$

$g(x)=3$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_g)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=3$ (محور الفواصل) لما $x=3$

$g(x)=-2$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_g)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=-2$ لما $x=-1$

ومنه حلول المعادلة $(f\circ g)(x)=-1$ هي $S=\{-1;3\}$

4. حل بيانيا المتراجحتين: $(g\circ f)(x)>-1$ ، $(f\circ g)(x)<-1$

✓ $(g\circ f)(x)>-1$ يكافئ $g[f(x)]>-1$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_g)$ الواقعة فوق المستقيم ذو المعادلة $y=-1$

معناه $-2<f(x)\leq -3$ أو $0<f(x)\leq 3$

$-2<f(x)\leq -3$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ الواقعة بين المستقيمين ذو المعادلتين $y=-3$ و $y=-2$ أي $S=\varnothing$

$0<f(x)\leq 3$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ الواقعة بين المستقيمين ذو المعادلتين $y=0$ و $y=3$ أي $x\in ]-1;2[$

ومنه حلول المتراجحة $(g\circ f)(x)>-1$ هي $S=]-1;2[$

✓ $(f\circ g)(x)<-1$ يكافئ $f[g(x)]>-1$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ الواقعة فوق المستقيم ذو المعادلة $y=-1$

معناه $-2<g(x)<3$

$-2<g(x)<3$ معناه تعيين فواصل نقط تقاطع $(C_g)$ الواقعة بين المستقيمين ذو المعادلتين $y=-2$ و $y=3$ أي

$x\in[-3;-1[\cup]-1;3[$

ومنه حلول المتراجحة $(f\circ g)(x)<-1$ هي $S=[-3;-1[\cup]-1;3[$

## حل التمرين الثالث :

نعتبر الدالتين $f$ و $g$ المعرفتين على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x)=x+m+1$ و $g(x)=mx+1$

✓ إيجاد قيم العدد الحقيقي $m$ التي تحقق : $(g\circ f)(x)=(f\circ g)(x)$ :

$(g\circ f)(x)=(f\circ g)(x)$ يكافئ $g[f(x)]=f[g(x)]$ يكافئ $mf(x)+1=g(x)+m+1$ يكافئ

$m(x+m+1)+1=mx+1+m+1$ يكافئ $mx+m^2+m+1=mx+m+2$ يكافئ $m^2+1=2$ يكافئ $m^2=1$ ومنه $m=1$ أو

$m=-1$

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

**المستوى : 2 رياضي وتقني رياضي** **المدة : 90 دقيقة**

## فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات-04-

**التمرين الأول :**

لتكن $f$ الدالة المعرّفة على $D=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ جزء من $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{2x-1}$

1. تحقق أنّ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D$ لدينا : $f(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\frac{1}{2}}{2x-1}$
2. من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D$ نضع : $h(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ .

- بين أنّ : $h=g\circ k$ حيث $g$ هي الدالة " مقلوب" ( $x\mapsto\frac{1}{x}$ ) ، و $k$ دالة يطلب تعيينها
- عين اتجاه تغير الدالة $h$ على كل من المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ ، $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ ثم استنتج عندئذ اتجاه تغير الدالة $f$ على المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ ، $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ .

4. بين أنّ النقطة $\Omega\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ في معلم $(O,I;J)$.
5. حدّد طريقة لرسم $(C_f)$ انطلاقا من المنحني البياني للدالة $\left(v:x\mapsto\frac{1}{4x}\right)$ ،ثم أرسم $(C_f)$ في معلم $(O,I;J)$ .

( إرشاد : يمكن كتابة الدالة $f$ على الشكل: $\left(\quad\right)$ ).

6. بين أن الدالة $p$ المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right\}$ بـ : $p(x)=f(|x|)$ زوجية ، وأن من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$ و $x\neq\frac{1}{2}$ لدينا : $p(x)=f(x)$ ثم اشرح كيف يمكن رسم منحنى الدالة $p$ ثم ارسمه .

**التمرين الثاني :**

ليكن $P_m(x)$ كثير حدود لمتغير حقيقي $x$ و $m$ وسيط حقيقي $p_m(x)=(2m-1)x^3+(5m-5)x^2+(4m-8)x+m-4$

1. بين أن $-1$ جذرا لـ $P_m(x)$ من أجل كل $m$ من $\mathbb{R}$
2. عين $Q_m(x)$ بحيث من أجل كل $x$ حقيقي فان : $P_m(x)=(x+1)\times Q_m(x)$
3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $\frac{P_4(x)}{P_1(x)}\geq 0$
4. عين قيم $m$ في كل حالة من الحالات التالية:

- للمعادلة $P_m(x)=0$ تقبل ثلاث حلول متميزة في $\mathbb{R}$ .
- للمعادلة $P_m(x)=0$ حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ .
- للمعادلة $P_m(x)=0$ ثلاث حلول في $\mathbb{R}$ . من نفس الإشارة.
- للمعادلة $P_m(x)=0$ ثلاث حلول في $\mathbb{R}$ . ، حلان منهما متعاكسان في الإشارة.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

## حل فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات-04-

**التمرين الأول :** لتكن $f$ الدالة المعرّفة على $D=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ جزء من $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{2x-1}$

1. تحقق أنّ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D$ لدينا : $f(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\frac{1}{2}}{2x-1}$

$$\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}}{2x-1}=\frac{\frac{1}{2}(2x-1)+\frac{1}{2}}{2x-1}=\frac{x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{2x-1}=\frac{x}{2x-1}=f(x)$$

2. من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D$ نضع : $h(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ .

- تبيين أنّ : $h=g\circ k$ حيث $g$ هي الدالة " مقلوب" ( $x\longmapsto\frac{1}{x}$ )، و $k$ دالة يطلب تعيينها

$h:x\xrightarrow{k}2x-1\xrightarrow{g}\dfrac{1}{2x-1}$ وعليه $k(x)=2x-1$ و $g(x)=\dfrac{1}{x}$ و $h=g\circ k$

- تعيين اتجاه تغير الدالة $h$ على كل من المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ ، $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

أ- على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ : الدالة $k:x\to 2x-1$ متزايدة تماما على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ لأن $a=2>0$

ولدينا من أجل كل $x\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ نجد $2x-1\in]-\infty;0[$ وعليه الدالة $g:x\to\dfrac{1}{x}$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$

وعليه الدالة $h=g\circ k$ متناقصة تماما على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$

ب- على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ : الدالة $k:x\to 2x-1$ متزايدة تماما على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ لأن $a=2>0$

ولدينا من أجل كل $x\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ نجد $2x-1\in]0;+\infty[$ وعليه الدالة $g:x\to\dfrac{1}{x}$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$

وعليه الدالة $h=g\circ k$ متناقصة تماما على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

✓ استنتج عندئذ اتجاه تغير الدالة $f$ على المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ ، $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ : لدينا $f(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\frac{1}{2}}{2x-1}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2x-1}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}h(x)$

بما أن الدالة $h$ متناقصة على المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ ، $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ فإن الدالة $\frac{1}{2}h$ $(\frac{1}{2}>0)$ تبقى متناقصة على المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ و $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

عليه فالدالة $f=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}h$ متناقصة تماما على المجالين $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ ، $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

4. بين أنّ النقطة $\Omega\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ في معلم $(O,I;J)$ .

من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ أي $-x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{-1}{2}\right\}$ يكافئ $1-x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ وعليه $2a-x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$f(2a-x)+f(x)=f(1-x)+f(x)=\left(\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}}{2(1-x)-1}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}}{2x-1}\right)=\left(\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}}{1-2x}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}}{2x-1}\right)$$

$$=1+\frac{\frac{1}{2}}{1-2x}+\frac{\frac{1}{2}}{2x-1}=2+\frac{\frac{1}{2}}{-(2x-1)}+\frac{\frac{1}{2}}{2x-1}=1=2\left(\frac{1}{2}\right)=2b$$

3. تحديّد طريقة لتمثيل $(C_f)$ ، ثم تمثيل $(C_f)$ في معلم $(O,I;J)$ .

لدينا $f(x)=\frac{1}{2}+l\left(x-\frac{1}{2}\right)$ حيث $l(x)=\frac{1}{4x}$ و عليه $(C_f)$ صورة منحنى الدالة $x\to\frac{1}{4x}$ بإنسحاب شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

5. تبين أن الدالة $p$ المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right\}$ بـ: $p(x)=f(|x|)$ زوجية : لدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right\}$ نجد $-x\in\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right\}$

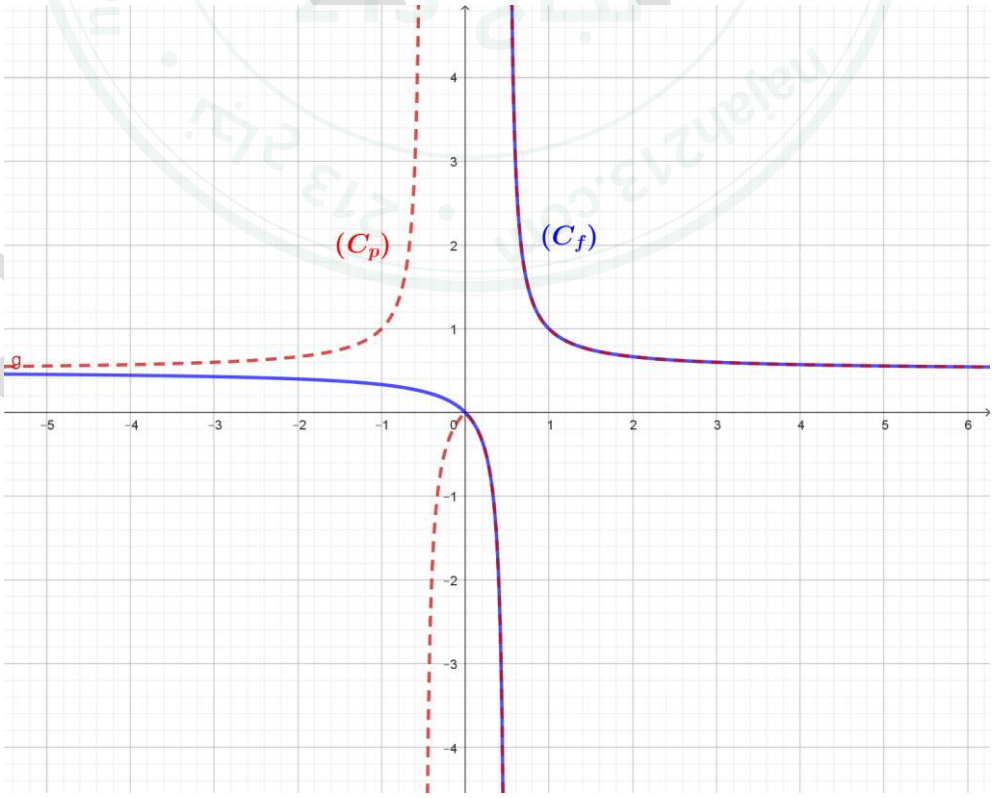
$$p(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=p(x)$$

ومنه الدالة $p$ المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right\}$ بـ: $p(x)=f(|x|)$ زوجية

- تبيين أن من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$ و $x\neq\frac{1}{2}$ لدينا : $p(x)=f(x)$ ثم اشرح كيف يمكن رسم منحنى الدالة $p$ ثم ارسمه .

لدينا من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 0$ و $x\neq\frac{1}{2}$ : $x=|x|$ ومنه يكون لدينا : $p(x)=f(|x|)=f(x)$

ومنه $(C_P)$ منحنى الدالة ينطبق على $(C_f)$ من أجل $x\geq 0$ و $x\neq\frac{1}{2}$ و بما أن الدالة $p$ زوجية نكمل التمثيل بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب






فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

**التمرين الثاني:** ليكن $P_m(x)$ كثير حدود لمتغير حقيقي $x$ و $m$ وسيط حقيقي $p_m(x)=(2m-1)x^3+(5m-5)x^2+(4m-8)x+m-4$

1. عين $Q_m(x)$ بحيث من أجل كل $x$ حقيقي فان: $P_m(x)=(x+1)\times Q_m(x)$ باستعمال القسمة الاقليدية أو خوارزمية هورنر نجد :

$P_m(x)=(x+1)\left[(2m-1)x^2+(3m-4)x+m-4\right]$ إذن $Q_m(x)=(2m-1)x^2+(3m-4)x+m-4$.

2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $\frac{P_4(x)}{P_1(x)}\geq 0$

$\frac{P_4(x)}{P_1(x)}\geq 0$ المتراجحة معرفة لما $P_1(x)\neq 0$ أي $P_1(x)=(x+1)\left[x^2-x-3\right]\neq 0$ وعليه $D=\mathbb{R}-\left\{\frac{1-\sqrt{13}}{2};-1;\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right\}$

$$\frac{P_4(x)}{P_1(x)}=\frac{(x+1)\left[7x^2+8x\right]}{(x+1)\left[x^2-x-3\right]}=\frac{7x^2+8x}{x^2-x-3}$$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$ | | $-\frac{8}{7}$ | | $-1$ | | $0$ | | $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $7x^2+8x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x^2-x+-3$ | | $+$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $+$ | |
| $\frac{P_4(x)}{P_1(x)}$ | | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $+$ | |

$x\in\left]-\infty;\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right[\cup\left[\frac{-7}{8};-1\right[\cup\left]\frac{1-\sqrt{13}}{2};+\infty\right[$ لما $\frac{P_4(x)}{P_1(x)}\geq 0$

5. تعيين قيم $m$ في كل حالة من الحالات التالية: أ) للمعادلة $P_m(x)=0$ تقبل ثلاث حلول متمايزة في $\mathbb{R}$.

$P_m(x)=0$ تقبل ثلاث حلول متمايزة في $\mathbb{R}$ أي للمعادلة $Q_m(x)=0$ حلان مختلفان في $\mathbb{R}$ مع $2m-1\neq 0$ أي من أجل $m\neq\frac{1}{2}$ أي $\Delta>0$:

$\Delta=(3m-4)^2-4(2m-1)(m-4)=m^2+12m$ لما $\Delta>0$ أي $m\in\left]-\infty;-12\right[\cup\left]0;\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

| $m$ | $-\infty$ | | $-12$ | | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |

ب) للمعادلة $P_m(x)=0$ حلا وحيدا في $\mathbb{R}$.

أي المعادلة $Q_m(x)=0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ وعليه $\Delta<0$ ومنه $m\in\left]-12;0\right[$

- للمعادلة $P_m(x)=0$ ثلاث حلول في $\mathbb{R}$. ، حلان منهما متعاكسان في الإشارة.

أي $\Delta>0$ و $P=\frac{c}{a}=\frac{m-4}{2m-1}>0$ و $S=\frac{-b}{a}=\frac{-(3m-4)}{2m-1}>0$ (حلان موجبان و حل سالب هو $-1$)

أو $\Delta>0$ و $P=\frac{c}{a}=\frac{m-4}{2m-1}<0$ ( حلان مختلفان في الإشارة و حل سالب هو $-1$)

| $m$ | $-\infty$ | | $-12$ | | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $\frac{4}{3}$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-b=-3m+4$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $c=m-4$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $a=2m-1$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $P$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $S$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $\Delta$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | |

وعليه $m\in\left]\frac{1}{2};4\right[$

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com