najah213.com · نجاح 213

ثانوية: المجاهد صديقي نوري بالجلفة	فرض الفصل الأول	الموسـم الدراسي: 2021 / 2022
المستوى: 2 ثانوي - شعبة رياضيات		الأستاذ: قويسم براهيم الخليل
يوم: 02 نوفمبر 2021	تنبيه: يمنع استعمال اللون الأحمر	المـــدة: 1 سا و 10 د

◆ التمرين 01: [06 نقاط]

نعتبر كثيري الحدود P و Q

$$Q(x) = 2x^4 - 2x^2 - 4 \quad ; \quad P(x) = -2\alpha(x^4 - x^2 - 2) + 2x(x^4 - x^2 - 2)$$

حيث α عدد حقيقي

[1 ن] ❶ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x) = 0$

[2 ن] ❷ عيّن درجة كثير الحدود P، ثم بيّن أنّ α جذر لـ $P(x)$

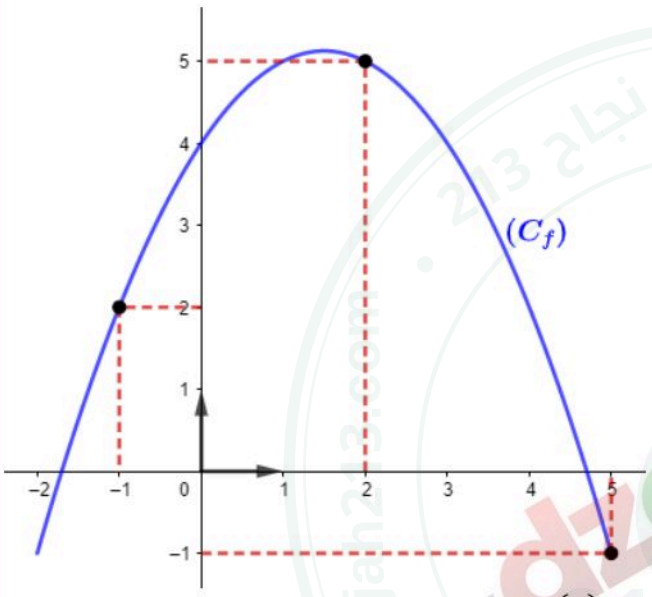
[2 ن] ❸ بيّن أنّ: $P(x) = (x - \alpha)Q(x)$ ، ثم استنتج حلول المعادلة $P(x) = 0$

[1 ن] ❹ استنتج حلول المعادلة $P(|x| + 1) = 0$

◆ التمرين 02: [03 نقاط]

f دالة معرفة على المجال $[-2; 5]$ بتمثيلها البياني (C_f)

(الشكل المقابل)



[1 ن] ❶ احسب $(f \circ f \circ f)(2)$، ثم استنتج $\left(\underbrace{f \circ f \circ \ldots \circ f}_{\text{2021 مرة}}\right)(2)$

[2 ن] ❷ أنشئ (C_g) و (C_h) التمثيل البياني للدالتين g و f ، حيث:

$$g(x) = f(-|-x|)$$
$$h(x) = |-f(-x)|$$

◆ التمرين 03: [11 نقطة]

I) f و g دالتان عدديتان معرفتان كما يلي: $f(x) = \frac{x}{x-1}$ و $g(x) = x$

[1 ن] ❶ عيّن D_f و D_g مجموعة تعريف كل من الدالتين f و g على الترتيب

[2 ن] ❷ تحقق أن $(f \circ f)(x) = g(x)$، ثم استنتج $(f \circ f \circ f)(2)$.

II) (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$:

[2 ن] ❶ من أجل كل $x \neq 1$، عين العددين الحقيقين a و b، بحيث:

$$f(x) = a + \frac{b}{x-1}$$

[2 ن] ❷ فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v بسيطتين، يطلب تعيين عبارتيهما.

[1 ن] ❸ باستعمال اتجاه تغير مركب دالتين، بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}^*$

[1 ن] ❹ من أجل $(2 - x) \in \mathbb{R}^*$، تحقق من أن النقطة $\omega(1; 1)$ مركز تناظر لـ (C_f)

[2 ن] ❺ استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من دالة مرجعية، ثم أنشئه

يقول أحمد شوقي:

وما أخذ العلم بالتمني

ولكن تؤخذ الدنيا غلابا

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ثانوية: المجاهد صديقي نوري | فرض الفصل الأول | الموسم الدراسي: 2021 / 2022

المستوى: 2 ثانوي - شعبة رياضيات | [تصحيح نموذجي مقترح] | الأستاذ: قويسم براهيم الخليل

◆ التمرين 01: [06 نقاط]

❶ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x) = 0$:

لدينا: $2x^4 - 2x^2 - 4 = 0$

نضع: $x^2 = t$ (0.5)

نجد: $2t^2 - 2t - 4 = 0$

باستعمال المميز المختصر لدينا:

$$\Delta = b' - ac = (-1)^2 - (2)(-4) = 9$$

لدينا:

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta}}{a}$$

ومنه:

$$x = \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2} = 2 \quad \text{أو} \quad x = \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2} = -1$$

لدينا: $x^2 = t$

ومنه: $x^2 = -1$ (مرفوض) أو $x^2 = 2$ (مقبول)

ومنه: $x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$

إذن: $s = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$ (0.5)

❷ تعيين درجة كثير الحدود P:

$$P(x) = -2\alpha(x^4 - x^2 - 2) + 2x(x^4 - x^2 - 2)$$
$$= -2\alpha(x^4 - x^2 - 2) + 2x^5 - 2x^3 - 4x$$

إذن درجة $P(x)$ هي 5 (1)

• تبيين أنّ α جذر لـ $P(x)$:

$$P(\alpha) = -2\alpha(\alpha^4 - x^2 - 2) + 2\alpha(\alpha^4 - \alpha^2 - 2)$$
$$= 0$$ (1)

❸ تبيين أنّ: $P(x) = (x - \alpha)Q(x)$:

لدينا: α جذر لـ $P(x)$ و $P(x)$ من الدرجة 5 ومنه:

$$P(x) = (x - \alpha)(ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e)$$

ولدينا:

$$P(x) = -2\alpha(x^4 - x^2 - 2) + 2x(x^4 - x^2 - 2)$$
$$= -2\alpha x^4 + 2\alpha x^2 + 4\alpha + 2x^5 - 2x^3 - 4x$$
$$= 2x^5 - 2\alpha x^4 - 2x^3 + 2\alpha x^2 - 4x + 4\alpha$$ (0.5)

باستعمال التحليل او المطابقة أو القسمة الاقليدية أو جدول هورنر:

لدينا:

	2	-2α	-2	2α	-4	4α
a	0	$2a$	0	-2α	0	-4α
	2	0	-2	0	-4	0

نجد: $P(x) = (x - \alpha)(2x^4 - 2x^2 - 4)$ (0.5)

إذن: $P(x) = (x - \alpha)Q(x)$

• استنتاج حلول المعادلة $P(x) = 0$:

لدينا: $P(x) = 0$

معناه: $(x - \alpha)Q(x) = 0$

ومنه: $x - \alpha = 0$ أو $Q(x) = 0$

إذن: $s = \{\alpha; -\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$ (1)

❹ استنتج حلول المعادلة $P(|x| - 1) = 0$

لدينا: $P(|x| + 1) = 0$

معناه:

$$|x| + 1 = \begin{cases} \alpha \\ -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{cases}$$ (0.5)

ومنه:

$$|x| = \begin{cases} \alpha - 1 \\ -\sqrt{2} - 1 \quad \text{(مرفوض)} \\ \sqrt{2} - 1 \end{cases}$$

ومنه:

$$x = \begin{cases} \alpha - 1 \\ -\alpha + 1 \\ \sqrt{2} - 1 \\ 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

إذن: $s = \{(1 - \sqrt{2}); (\sqrt{2} - 1); (\alpha - 1); (1 - \alpha)\}$ (0.5)

◆ التمرين 02: [03 نقاط]

❶ حساب $(f \circ f \circ f)(2)$:

$$(f \circ f \circ f)(2) = (f \circ f)(f(2))$$
$$= (f \circ f)(5)$$
$$= f(f(5))$$
$$= f(-1)$$ (0.5)
$$= 2$$

• استنتاج $\left(\underbrace{f \circ f \circ \ldots \circ f}_{\text{2021 مرة}}\right)(2)$:

لدينا: $2021 = 2 + \underbrace{673 \times 3}_{2019}$

إذن:

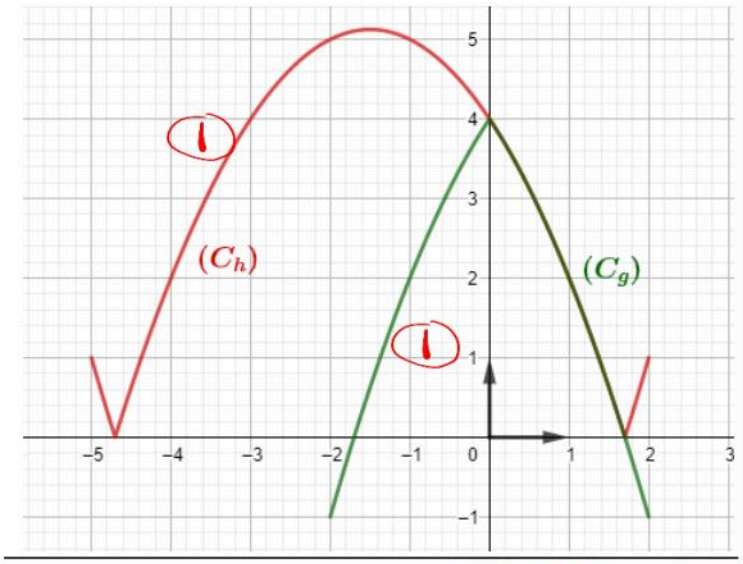
$$\left(\underbrace{f \circ f \circ \ldots \circ f}_{\text{2021 مرة}}\right)(2) = \left(\underbrace{f \circ f}_{\text{2 مرة}} \circ \underbrace{f \circ f \circ \ldots \circ f}_{\text{2019 مرة}}\right)(2)$$
$$= (f \circ f)(2)$$
$$= f(f(2))$$ (0.5)
$$= f(5)$$
$$= -1$$

❷ إنشاء (C_g) و (C_h):

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



◆ التمرين 03: [11 نقطة]

I)

❶ تعيين D_f و D_g:

الدالة f معرفة لما $x-1 \neq 0$

ومنه $x \neq 1$

إذن: $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ (0.5)

ولدينا الدالة g دالة تآلفية

إذن: $D_g = \mathbb{R}$ (0.5)

❷ التحقق أن $(f \circ f)(x) = g(x)$:

$$(f \circ f)(x) = \frac{f(x)}{f(x)-1} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x-x+1}{x-1}}$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{1}{x-1}} = \frac{x}{x-1} \times \frac{x-1}{1} = x$$ (1)

• استنتاج $(f \circ f \circ f)(2)$:

$$(f \circ f \circ f)(2) = (f \circ f)\big(f(2)\big)$$
$$= g(2)$$
$$= 2$$ (1)

II)

❶ تعيين العددين الحقيقين a و b:

$$f(x) = a + \frac{b}{x-1}$$
$$= \frac{ax - a + b}{x-1}$$ (1)

بالمطابقة نجد: $\begin{cases} a = 1 \\ -a + b = 0 \end{cases}$ (1)

ومنه: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ (1)

إذن: $f(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$

❷ تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v :

نضع: $f(x) = (u \circ v)(x)$ (1)

حيث: $\begin{cases} u(x) = 1 + \frac{1}{x} \\ v(x) = x - 1 \end{cases}$ (1)

❸ تبيين أن الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}^*$

لدينا:

• الدالة u متناقصة تماما على $\mathbb{R}^*$ لأنها عبارة عن دالة مرجعية (الدالة مقلوب) زائد 1 (1)

• الدالة v متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ لأنها دالة تآلفية معامل توجيهها موجب

بما أن الدالة u و v متعاكستين في اتجاه التغير

فإن الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}^*$.

❹ التحقق من أن النقطة $\omega(1;1)$ مركز تناظر لـ (C_f):

لدينا $(2-x) \in \mathbb{R}^*$

ولدينا:

$$f(2-x) + f(x) = 1 + \frac{1}{2-x-1} + 1 + \frac{1}{x-1}$$
$$= 2 + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x-1}$$
$$= 2 - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1}$$ (1)
$$= 2$$

إذن ω مركز تناظر لـ (C_f).

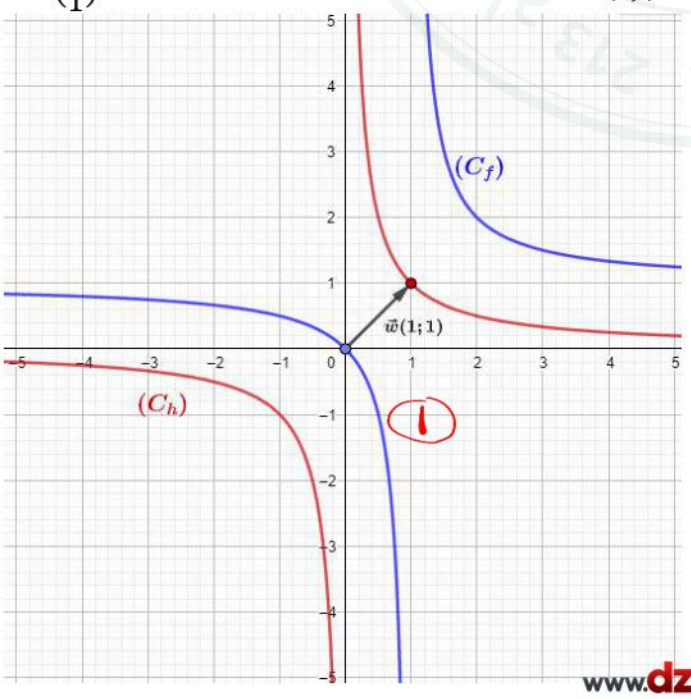
❺ استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من دالة مرجعية:

نضع: $h(x) = \frac{1}{x}$

لدينا:

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x-1} = h(x-1) + 1$$ (1)

إذن (C_f) هو صورة منحنى الدالة جذر بانسحاب شعاعه $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$



(1)

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com