najah213.com · نجاح 213

مجمّع النّجاح الخاص
المستوى: ثالثة ثانوي
الشعبة: علوم تجريبيّة

الفرض الثاني للثلاثي الأوّل
في مادة الرياضيات

السنة الدراسية: 23-24
الأستاذ لقمان بعون
المدّة : -01- ساعة

التمرين : 20 نقطة

I. جدول التغيّرات المقابل هو للدالّة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x+a)e^{-x} + b$.
حيث a و b عددان حقيقيّان . باستعمال جدول التغيّرات :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$2+e^{-2}$	↘	2

1. استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ثمّ بيّن أنّ : $a=-1$ و $b=2$
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]-\infty;2]$ ثمّ تحقق أنّ : $-0,38 < \alpha < -0,37$.
3. حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x+1-xe^{-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.
2. أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.
   ب) أدرس اتجاه تغيّر الدالّة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
3. بيّن أنّ : $f(\alpha) = 2\alpha + 3 + \dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثمّ أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.
4. أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.
   ب) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) .
5. بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ثمّ أكتب معادلة لـ (T) .
6. أرسم بدقّة (Δ) ، (T) و (C_f) .
7. ناقش بيانيّا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x = (1-m)e^x$.

III. h الدالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = 2x - (x-1)\,e^{-x+1}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1. جد العدد الحقيقي β حتى يكون من أجل كلّ عدد حقيقي x : $h(x) = f(x-1) + \beta$.
2. إشرح كيفيّة إنشاء (C_h) إنطلاقا (C_f) ثمّ أنشئه في المعلم السابق .

إرادة النجاح مهمّة ، لكنّ الأهمّ منها هو التحضير للنّجاح
بالتـــــــوفيق في شهادة البكالوريا 2024

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الفرض الثاني

التمرين :

I. g الدالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x+a)e^{-x}+b$.

حيث a و b عددان حقيقيّان . باستعمال جدول التغيّرات :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=2$ ، و لدينا أيضا $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=b$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$ و منه $b=2$ و من أجل كلّ عدد حقيقي x : $g'(x)=(-x+1-a)e^{-x}$ و لدينا أيضا $g'(2)=0$ بالتعويض نجد $a=-1$.

2) لدينا الدالّة g مستمرّة و متزايدة تماما على المجال $]-\infty;2]$ و $0\in]-\infty;2+e^{-2}]$ و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]-\infty;2]$ حيث $g(\alpha)=0$

لدينا $[-0,38;-0,37]\subset]-\infty;2+e^{-2}]$ أي أنّ الدالّة g مستمرّة و متزايدة تماما على المجال $[-0,38;-0,37]$ و $g(-0,38)<0<g(-0,37)$ و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]-0,38;-0,37[$ حيث $g(\alpha)=0$

3) تحديد إشارة $g(x)$ حسب قيم x

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II. نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2x+1-\frac{x}{e^x}=+\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x(2+\frac{1}{x}-e^{-x})=+\infty$.

2) أ) لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$.

ب) لدينا إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ و منه الدالّة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ و متزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3) لدينا : $f(\alpha)=2\alpha+1-\alpha e^{-\alpha}$ و نعلم مسبقا أنّ $g(\alpha)=0$ أي $e^{-\alpha}=-\frac{2}{\alpha-1}$ بالتعويض في عبارة $f(\alpha)$ نجد $f(\alpha)=2\alpha+1+\frac{2\alpha}{\alpha-1}$ بالتبسيط نجد $f(\alpha)=2\alpha+3+\frac{2}{\alpha-1}$.

نجد : $0,78<f(\alpha)<0,8$.

4) أ) لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(2x+1)]=\lim\limits_{x\to+\infty}-\frac{x}{e^x}=0$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$.

ب) لدراسة الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) ندرس إشارة $f(x)-(2x+1)$ ، لدينا من أجل كلّ عدد حقيقي x : $e^{-x}>0$ و عليه نلخص الوضع النسبي في الجدول الموالي :

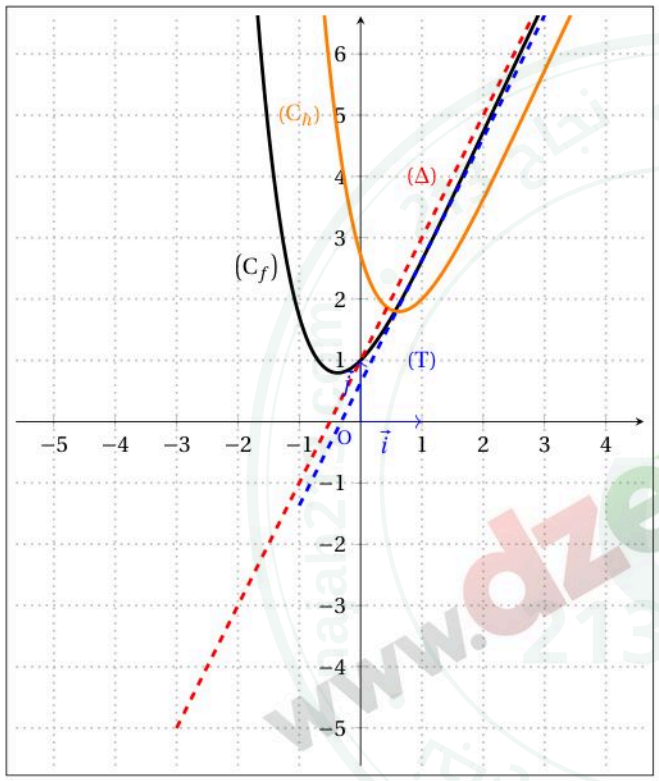
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضعية	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(0;1)$		(C_f) تحت (Δ)

5) إثبات أن (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) لدينا: الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة f' حيث $f'(x)=g(x)$

إذن $f'(x)=2$ تكافئ $(x-1)e^{-x}+2=2$ ومنه $x=1$. أي يوجد مماس موازٍ لـ (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

كتابة معادلة للمماس (T) : $(T): y=2x+1-e^{-1}$.

6) الرسم :



7) مناقشة حلول المعادلة $x=(1-m)e^x$:

بالتبسيط و الحساب نجد $f(x)=2x+m$ ، حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y=2x+m$

- لمّا $m<1-e^{-1}$ لا توجد حلول .
- لمّا $m=1-e^{-1}$ حل موجب تماما .
- لمّا $1-e^{-1}<m<1$ حلّان موجبان تماما .
- لمّا $m=1$ حل معدوم .
- لمّا $m>1$ حل سالب تماما .

III. h الدالّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=2x-(x-1)e^{-x+1}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1) من أجل كلّ عدد حقيقي x : $h(x)=f(x-1)+\beta$ معناه : $\beta=1$

2) (C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}$

الرسم: أنظر الشكل في المعلم السابق .

الأستاذ لقمان بعون

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com