najah213.com · نجاح 213

التمرين

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع .نعتبر النقطتين I و J حيث I مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ و J مرجح $(A,2)$ و $(D,-3)$

1) بين أن A هي مرجح النقطتين I و B مرفقة بمعاملين يطلب تعيينهما.

2) بين أن النقطة C مرجح الجملة $\{(A;\alpha),(B;\beta),(D;\gamma)\}$ حيث α ، β و γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

3) بين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

4) بين أن النقط C ، I و J في استقامية.

5) لتكن النقطة G_m مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1+m),(B;-8+2m),(D;1-4m)\}$ حيث m عدد حقيقي.

أ- من أجل أي قيم لـ m حتى تكون النقطة G_m موجودة ثم أنشئ النقطة G_1 .

ب- بين أن المستقيمين (JB) و $(I\,D)$ يتقاطعان في النقطة G_1 .

6) M نقطة من المستوي عين مجموعة النقط في كل حالة

أ- $\left\|2\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MD}\right\|=7$

ب- $3\left\|2\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MD}\right\|=7\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\right\|$

جـ- $\left\|2\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

حل تمرين شامل في المرجح:

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع .نعتبر النقطتين I و J حيث I مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ و J مرجح $(A,2)$ و $(D,-3)$

1) تبين أن A هي مرجح النقطتين I و B مرفقة بمعاملين يطلب تعيينهما.

بما أن I مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ فإن I مرجح $(A,-1)$ و $(B,3)$ ومنه $-\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ باستعمال علاقة شال نجد $-\overrightarrow{IA}+3\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0}$ معناه $-\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ معناه $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ معناه $-2\overrightarrow{AI}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ و منه النقطة A مرجح الجملة المثقلة $\{(B;3),(I;-2)\}$.

2) تبين أن النقطة C مرجح الجملة $\{(A;\alpha),(B;\beta),(D;\gamma)\}$

بما أن $ABCD$ فإن $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}$ معناه $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

ومنه النقطة C مرجح الجملة $\{(A;-1),(B;1),(D;1)\}$

3) تبين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

بما أن I مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ فإن I مرجح $(A,-1)$ و $(B,3)$ ومنه $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ باستعمال علاقة شال نجد: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ معناه $\overrightarrow{CI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ باستعمال علاقة شال نجد $\overrightarrow{CI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)$ معناه $\overrightarrow{CI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ معناه $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$

ولدينا J مرجح $(A,2)$ و $(D,-3)$ معناه $\overrightarrow{AJ}=\frac{-3}{-1}\overrightarrow{AD}$ معناه $\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AD}$ باستعمال علاقة شال نجد $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CJ}=3\overrightarrow{AD}$ معناه

$\overrightarrow{CJ}=3\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}$ معناه $\overrightarrow{CJ}=3\overrightarrow{AD}-\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}\right)$ معناه $\overrightarrow{CJ}=3\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$ معناه $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4) بين أن النقط C ، I و J في استقامية.

لدينا $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ وبما أن $ABCD$ فإن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ وعليه $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AD}$ بالضرب في العدد -2 نجد

$-2\overrightarrow{CI}=-\overrightarrow{DC}+2\overrightarrow{AD}$

ولدينا $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$ ومنه $\overrightarrow{CJ}=-2\overrightarrow{CI}$ وعليه الشعاعان $\overrightarrow{CI}$ و $\overrightarrow{CJ}$ مرتبطين خطيا و منه المستقيمان (CJ) و (CI) متوازيان ولهما نقطة مشتركة C ومنه النقط C ، I و J في استقامية.

5) لتكن النقطة G_m مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1+m),(B;-8+2m),(D;1-4m)\}$ حيث m عدد حقيقي.

أ- قيم m حتى تكون النقطة G_m موجودة

G_m موجودة ووحيدة لما $(1+m)+(-8+2m)+(1-4m)\neq 0$

معناه $-6-m\neq 0$ معناه $m\neq -6$ ومنه $m\in IR-\{-6\}$

أنشئ النقطة G_1.

ب- تبين أن المستقيمين (JB) و (ID) يتقاطعان في النقطة G_1.

لدينا G_1 مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-6),(D;-3)\}$

ولدينا I مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ أي I مرجح $(A,2)$ و $(B,-6)$ باستعمال خاصية التجميع نجد أن G_1 مرجح الجملة المثقلة $\{(I;-4),(D;-3)\}$

ومنه النقط G_1، D و I في استقامية و عليه $G_1\in(ID)$

ومن جهة G_1 مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-6),(D;-3)\}$

ولدينا J مرجح $(A,2)$ و $(D,-3)$ باستعمال خاصية التجميع نجد أن G_1 مرجح الجملة المثقلة $\{(J;-1),(B;-6)\}$ ومنه النقط G_1، B و J في استقامية و عليه $G_1\in(JB)$

وعليه نقطة G_1 مشتركة بين المستقيمين (JB) و (ID) ومنه المستقيمين (JB) و (ID) يتقاطعان في النقطة G_1.

6) M نقطة من المستوي تعين مجموعة النقط في كل حالة :

أ- $\left\|2\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MD}\right\|=7$

يكافئ $\left\|-7\overrightarrow{MG_1}\right\|=7$ يكافئ $7MG_1=7$ يكافئ $MG_1=1$ ومنه مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G_1 و طول نصف قطرها $r=1$

ب- $3\left\|2\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MD}\right\|=7\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}\right\|$

يكافئ $3\left\|-7\overrightarrow{MG_1}\right\|=7\left\|3\overrightarrow{MG}\right\|$ معناه $21MG_1=21MG$ معناه $MG_1=MG$ ومنه مجموعة النقط M هي مستقيم محور قطة المستقيم $[G_1G]$ حيث G مركز ثقل المثلث ABD

جـ- $\left\|2\overrightarrow{MA}-6\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

معناه $\left\|-7\overrightarrow{MG_1}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{MB}\right\|$ معناه $\left\|-7\overrightarrow{MG_1}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{MB}\right\|$ معناه

$\left\|-7\overrightarrow{MG_1}\right\|=\left\|\overrightarrow{BA}\right\|$ معناه $7MG_1=BA$ معناه $MG_1=\frac{BA}{7}$ ومنه مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G_1 و طول نصف قطرها $r=\frac{BA}{7}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com