najah213.com · نجاح 213







AISSA ZERROUKI

# سلسلة الاحتمالات والمتتاليات العددية

الشعب:

علوم تجريبية + تقني رياضي + رياضيات



*AISSA ZERROUKI*

*2020 ?019*










فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**التمرين 01 :**

صندوق به 15 كرية 6 سوداء و 5 حمراء و 4 صفراء ، نسحب عشوائيا 3 كريات في ان واحد .

1. ما هو عدد السحبات الممكنة .
2. ما هو احتمال الحصول على كريتين سوداء و كرية صفراء.
3. ماهو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون .
4. ماهو احتمال الحصول على 3 كريات مختلفة اللون .
5. ماهو احتمال الحصول على كرية سوداء واحدة على الأقل .
6. ما هو احتمال الحصول على كريتين صفراء على الأكثر .
7. ما هو احتمال الحصول على 3 كريات حمراء .
8. ماهو احتمال الحصول على 3 كريات منهم واحدة سوداء فقط .

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء

أ) حدد القيم التي يأخذها $X$ .

ب) حدد قانون الاحتمال .

ج) أحسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري .

**التمرين 02 :**

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية متناقصة حدها الأول $u_0$ وأساسها $r$ .

أ) عين $u_2$ و $r$ علما أن : $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ u_1^2\times u_2^2\times u_3^2=210 \end{cases}$

ب) استنتج $u_n$ بدلالة $n$ ثم احسب المجموع : $S_n=u_0+u_1+u_2+.....+u_n$

2. نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $v_n=e^{14-3n}$

أ) بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها .

ب) احسب المجموع : $T_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times.....\times v_n$ .

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$ .

**التمرين 03 :**

كيس به 9 كرات 3 سوداء و 4 حمراء و 2 خضراء ، نسحب من الكيس عشوائيا 3 كرات على التوالي وبدون ارجاع الكرة المسحوبة .

1. ما هو عدد السحبات الممكنة .
2. ما هو احتمال الحصول على 3 كرات حمراء.
3. ماهو احتمال الحصول على كريتين سوداء وكرة خضراء .
4. ماهو احتمال الحصول على 3 كريات مختلفة اللون .
5. ماهو احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل .

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

أ) حدد القيم التي يأخذها $X$ .

ب) حدد قانون الاحتمال .

ج) أحسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري .

**التمرين 04 :**

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_0=5$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+2$

1- أ) أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ والمنحنى $(d)$ الممثل للدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{2}{3}x+2$

ب) باستعمال الرسم السابق مثل على حامل محور الفواصل الحدود : $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ و $u_4$ .

ج) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها .

2- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n\leq 6$

ب) تحقق أن $(u_n)$ متزايدة .

ج) هل $(u_n)$ متقاربة ؟ برر إجابتك .

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=u_n-6$

أ) أثبت أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب عبارة $u_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ .

**التمرين 05 :**

كيس به 8 كريات 2 بيضاء و 3 حمراء و 3 سوداء ، نسحب من الكيس عشوائيا 3 كرات على التوالي و بارجاع الكرة المسحوبة الى الكيس.

1. ما هو عدد السحبات الممكنة .
2. ما هو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون.
3. ماهو احتمال الحصول على كرية بيضاء كريتين سوداء .
4. ماهو احتمال الحصول على كرية سوداء واحدة على الأقل .

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات البيضاء .

أ) حدد القيم التي يأخذها $X$ .

ب) حدد قانون الاحتمال .

ج) أحسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري .

ZERROUKI AISSA

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

**التمرين 06 :**

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة بـ : $u_{n+1}=\dfrac{1}{2-u_n}$ و $u_0=\dfrac{1}{2}$ .

1. أحسب الحدود : $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ وضع تخمينا حول اتجاه التغير للمتتالية $(u_n)$ .
2. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن : $u_n \prec$
3. أدرس إتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ، ثم بين أن $(u_n)$ متقاربة وأحسب نهايتها .
4. نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة بـ : $v_n=\dfrac{1}{1-u_n}$

أ) احسب الحدود : $v_0$ ، $v_1$ ، $v_2$ .

ب)برهن أن المتتالية $(v_n)$ حسابية يطلب تعيين أساسها .

ج) أحسب $v_n$ ثم $u_n$ بدلالة $n$ و استنتج من جديد نهاية المتتالية $(u_n)$.

5. أحسب المجموع : $T_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و الجداء : $P_n=u_0\times u_1\times u_2\times.....\times u_n$ .

**التمرين 07 :**

في ثانوية أول نوفمبر بجبل أمساعد 40% من التلاميذ يمارسون رياضة كرة القدم و25% يمارسون السباحة و 15% يمارسون الرياضتين معا ، نختار عشوائيا تلميذا واحدا من هذه الثانوية .

1. ما هو احتمال أن لا يمارس هذا التلميذ رياضة كرة القدم .
2. ما هو احتمال أن يمارس رياضة كرة القدم أو السباحة .
3. ما هو احتمال أن لا يمارس هذا التلميذ أية رياضة .
4. ما هو احتمال أن رياضة كرة القدم ولا يمارس السباحة .
5. إذا اخترنا التلميذ الذي يمارس كرة القدم فما هو احتمال أن يمارس السباحة .

**التمرين 08 :**

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1}=\dfrac{4u_n+1}{u_n+4}$ و $u_0=4$

1- أ) أحسب $u_1$ و $u_2$ .

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن : $u_n \succ$ .

ج) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ثم استنتج أنها متقاربة .

2- ب) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة لكل عدد طبيعي $n$ كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$

أ) برهن أن المتتالية $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) احسب $v_n$ بدلالة $n$ .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

ج) استنتج أن : $u_n = \frac{5^{n+1}+3^{n+1}}{5^{n+1}-3^{n+1}}$ ثم أحسب $\lim u_n$ .

3. أحسب بدلالة $n$ كلا من : $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \ldots\ldots + v_n^2$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \ldots\ldots \times v_n$ .

**التمرين 09 :**

قسم تربوي في ثانوية محمد الشريف بن شبيرة مكون من 40 تلميذا منهم 25 بنتا و 15 ولدا ، نريد تشكيل لجنة مكونة من ثلاث تلاميذ :

1- ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها .

2- إذا كانت اللجنة مكونة من رئيس القسم ونائب الرئيس و النائب العام :

أ) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كان رئيس القسم ولدا والنائب العام بنتا .

ب) ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كان نائب الرئيس بنتا .

**التمرين 10 :**

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\ln u_1 + \ln u_5 = -12$ و $\ln u_2 - \ln u_4 = 4$ .

أ) عين أساس هذه المتتالية الهندسية وحدها $u_0$ .

ب) أحسب $u_n$ بدلالة $n$ .

ج) احسب المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n$ ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ .

2. $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

أ) بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ..

ب) نسمي $T_n$ المجموع : $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots\ldots + v_n$ ، عين العدد الطبيعي $n$ حتى يكون : $T_n^2 = 2^{30}$ .

**التمرين 11 :**

يحتوي صندوق على 10 كريات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 5 بيضاء اللون تحمل الأرقام 3،2،2،3 ، 1 وثلاث حمراء اللون تحمل الأرقام

2 ،2 ،3 وكريتان سوداء تحمل الرقمين 1 ، 1 ، نسحب عشوائيا وفى ان واحد 3 كرات من هذا الصندوق .

1- ما هو عدد السحبات الممكنة .

2- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء فقط .

3- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات تحمل الرقم 2 .

4- ما هو احتمال الحصول على كريتين تحملان الرقم 1 .

5- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات مجموع أرقامها يساوي 7 .

6- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات مجموع أرقامها أكبر تماما من 7 .

7- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات جدائها أقل تماما من 6 .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات التي تحمل الرقم 2 .

1) حدد القيم التي يأخذها $X$ .

2) حدد قانون الاحتمال .

3) أحسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري .

**التمرين 12 :**

I) المتتالية $(v_n)$ معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \dfrac{5^{n+1}}{6^n}$

1. بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول .
2. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ .

II) المتتالية $(u_n)$ المعرفة بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = \sqrt{5u_n + 6}$

1. برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 \le u_n \le 6$
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .
3. برهن من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $6 - u_{n+1} \le \dfrac{5}{6}(6 - u_n)$
4. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0 \le 6 - u_n \le v_n$ و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

**التمرين 13 :**

تحتوي علبة على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1،2،2، 4،6،8 والبقية بيضاء تحمل الأرقام 1،3،5،5 ، نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة بعد الأخرى دون إرجاع

1- شكل شجرة الاحتمالات المناسبة لذلك .

2- ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

3- ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين

4- ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15 .

5- ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات مجموعها يساوى 15 علما أنها من نفس اللون .

**التمرين 14 :**

لتكن المتتالية $(u_n)$ والمتتالية $(v_n)$ المعرفتين كما يلي : $u_0 = 12$ و $v_0 = 1$ من أجل كل عدد طبيعي : $u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3}$ و $v_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4}$ و نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $w_n = u_n - v_n$ و $t_n = 3u_n + 8v_n$ .

1) أثبت أن المتتالية $(w_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2) أحسب $w_n$ بدلالة $n$ ، وما هي نهاية $(w_n)$ ؟

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

3) أثبت أن المتتالية $(t_n)$ متتالية ثابتة ، وما هي نهاية $(t_n)$ ؟

4) أثبت أن المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ متجاورتان .

5) استنتج نهاية $(u_n)$ ونهاية $(v_n)$ .

**التمرين 15 :**

رقمت أوجه نرد مزيف من 1 الى 6 ، عند رمي هذا النرد نفترض أن احتمال ظهور وجه يحمل رقما زوجيا هو3 أضعاف احتمال ظهور وج يحمل رقما فرديا

1- احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما فرديا و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما زوجيا .

2- احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم 4 .

3- احسب احتمال الوجه الذي يحمل رقم 1 .

4- عندما يرمى شخص هذا النرد يربح 20 دينارا إذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 2 ويربح 10 دنانير إذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 5 وأما إذا ظهر وجه

اخر فإنه يخسر 5 دنانير، وليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية عدد النقط المحصل عليها .

أ) ما هي قيم المتغير العشوائي $X$ .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ .

ج) احسب الامل الرياضياتي و التباين و الانحراف المعياري .

**aissa zerrouki**

**التمرين 16 :**

I) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$

1. بين أن $(u_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
2. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، وماذا تستنتج ؟
3. أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n = u_0 + u_1 + .... + u_n$ .

II) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n = \ln(u_n)$

1. عبر عن $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج نوع المتتالية $(v_n)$ .
2. احسب بدلالة $n$ العدد $p_n$ حيث : $p_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times ..... \times u_n)$
3. عين مجموعة قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث : $p_n + 4n \succ$ .

**التمرين 17 :**

يحتوى صندوق على 8 قريصات بيضاء و $n$ قريصة سوداء بحيث $(n \geq 2)$، نفرض أن سحب كرية بيضاء يعطى ربح نقطة وسحب كرية سوداء يفقد نقطتين ، وليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المتحصل عليه

أ) نسحب من هذا الكيس كريتين على التوالي مع إعادة الكرية المسحوبة قبل السحب الثانى .

1. عين قيم المتغير العشوائي $X$ .
2. عرف قانون الاحتمال .
3. أحسب بدلالة $n$ الامل الرياضي $E(x)$ .
4. هل توجد قيمة لـ $n$ حتى يكون $E(x)=0$ ؟

ب) نفرض أن السحب في ان واحد

1- عين قيم المتغير العشوائي $X$ .
2- عرف قانون الاحتمال .
3- احسب بدلالة $n$ الامل الرياضي $E(x)$ .
4- هل توجد قيمة لـ $n$ حتي يكون $E(x)=0$ ؟

**التمرين 18 :**

I) لتكن $(v_n)$ متتالية معرفة كما يلي : $v_0=\alpha$ و $v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n+\frac{9}{4}$ .

– عين قيمة $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ ثابتة .

II) نضع : $\alpha=4$

1. أحسب $v_1$ ، $v_2$ و $v_3$ .
2. نعرف $(u_n)$ كما يلي : $u_n=v_n-3$

أ)أثبت أن $(u_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) اكتب $u_n$ و $v_n$ بدلالة $n$

ج) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n=u_0+u_1+....+u_n$ .

د) احسب بدلالة $n$ المجموع $S'_n$ حيث : $S'_n=v_0+v_1+....+v_n$ .

هـ) احسب بدلالة $n$ المجموع $Q_n$ حيث : $Q_n=u_0+4u_1+4^2u_2+4^3u_3....+4^nu_n$ .

و) احسب بدلالة $n$ المجموع $p_n$ حيث : $p_n=u_0\times u_1\times u_2\times.....\times u_n$



**التمرين 19 :**

الجدول التالى يعطى توزيع 500 تلميذ في ثانوية زيري بن مناد

| التلميذ | ذكر | أنثى |
|---|---|---|
| يملك هاتف نقال | 60 | 240 |
| لا يملك هاتف نقال | 120 | 80 |

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي الحوادث :

$H$ الحادثة : التلميذ المختار ذكر . $F$ الحادثة : التلميذ المختار أنثي . $S$ الحادثة : التلميذ يملك هاتفا نقالا .

1. شكل شجرة الاحتمالات .
2. احسب احتمال الحوادث التالية : أ) التلميذ المختار انثى ويملك هاتفا نقالا ب) التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا .
3. نفرض أن التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا فما هو احتمال أن يكون هذا التلميذ ذكرا ؟

**التمرين 20 :**

لتكن $(u_n)$ متتالية معرفة كما يلي : $u_0=1$ و $u_1=2$ و $u_{n+2}=\frac{3}{2}u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n$

1- لتكن $(v_n)$ المتتالية المعرفة كما يلي : $v_n=u_{n+1}-u_n$ ، برهن أن متتالية هندسية عين أساسها وحدها الأول .

2- استنتج $v_n$ بدلالة $n$ .

3- برهن أنه من أجل كل : $u_n=u_0+(v_0+v_1+.....+v_{n-1})$ .

4- استنتج $u_n$ بدلالة $n$ .

**التمرين 21 :**

يحتوي صندوق على 9 كريات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، ومن بينها أربعة حمراء اللون تحمل الأرقام 1،2،2،3 وثلاثة سوداء تحمل الأرقام 2،2،3 وكريتان خضراء تحمل الرقمين 2،3

**I نسحب كريتين عشوائيا وفى ان واحد**

1- ما هو احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون .

2- ما هو احتمال الحصول على كريتين من نفس الرقم .

3- ما هو احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل .

4- ما هو احتمال الحصول على كريتين مجموع ارقامهما يساوي 5 .

**II نفس الأسئلة السابقة ولكن السحب يكون على التوالي وبدون ارجاع.**

**III نفس الأسئلة السابقة ولكن السحب يكون على التوالي وبارجاع الكرية المسحوبة.**

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

**التمرين 22 :**

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\frac{13}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=3+\sqrt{u_n-3}$

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $3 \prec \prec$ .

2- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2+7u_n-12}{\sqrt{u_n-3}+u_n-3}$ ، ثم استنتج أن $(u_n)$ متزايدة تماما .

3- برر لماذا $(u_n)$ متقاربة

4- $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\ln(u_n-3)$ .

أ) برهن أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم أحسب حدها الأول .

ب) أكتب كلا من $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $P_n=(u_0-3)\times(u_1-3)\times.....\times(u_n-3)$ ، أكتب $P_n$ بدلالة $n$ ثم بين أن :

$$\lim_{n\to+\infty} P_n=\frac{1}{16}$$

**التمرين 23 :** يحتوي كيس على 20 قريصة مرقمة من 1 الى 20 نسحب من الكيس قريصتين في ان واحد

1) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما يساوي 10 .

2) احسب احتمال سحب قريصتين الفرق بين رقميهما يساوي 4 .

3) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما 10 علما ان الفرق بينهما يساوى 4 .

**التمرين 24 :**

I) نعتبر من أجل كل عدد طبيعى غير معدوم $n$ المتتالية $(u_n)$ حيث : $u_1=e^2$ و $u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$

1) أحسب $u_2$ و $u_3$ .

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ فإن : $u_n \succ$

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعى غير معدوم $n$ فإن : $\frac{u_{n+1}}{u_n} \prec$ ، ثم استنتج تقارب المتتالية $(u_n)$ .

II) نضع من أجل كل عدد طبيعى غير معدوم $n$ فإن : $v_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln u_n$

1- أثبت أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ وحدها الأول $v_1$ .

2- عبر عن $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج أن : $u_n=e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}$ .

3- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

4- أحسب الجداء : $P_n=u_1\times u_2\times.....\times u_n$ .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

**التمرين 25 :**

يحتوى صندوق $U_1$ على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وكرتين حمراوين ، نسحب عشوائيا وفى ان واحد ثلاث كرات من الصندوق $U_1$( علما أن الكرات لا نفرق بينها باللمس )

1-احسب احتمالات الاحداث: $A$ : سحب كرتين سوداوين وكرة حمراء $B$ : سحب ثلاث كرات من نفس اللون

$C$: سحب كرة بيضاء واحدة على الأقل .

2-ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الألوان المحصل عليها .

أ) عين قيم المتغير العشوائي $X$ .

ب)بين أن $P(X=3)=\frac{24}{84}$ ثم استنتج $P(X=2)$ .

ج) عين قانون احتمال $X$ .

3-يدفع اللاعب $50DA$ قبل إجراء السحب ، ويكسب $25DA$ لكل لون من الألوان المحصل عليها

- هل اللعبة مربحة ؟

4-نعتبر صندوقا اخر $U_2$ يحتوي على كرتين بيضاويين وكرة سوداء ، نضع الكرات الثلاث المسحوبة من الصندوق $U_1$ في الصندوق $U_2$ ثم نسحب عشوائيا وفى ان واحد كرتين من $U_2$ .

- احسب احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من $U_2$ بيضاويان علما ان الكرات المسحوبة من $U_1$ لهما نفس اللون .

**التمرين 26 :**

لتكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ كما يلى: $f(x)=\frac{x+4}{x+1}$ ونعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1- عين قيمة $\alpha$ بحيث تكون المتتالية $(u_n)$ ثابتة .

2- نضع $\alpha=1$ ، الشكل الموالى يمثل المنحنى $(C)$ للدالة $f$ على المجال $]-\infty;0]$ والمستقيم $(D)$ الذي معادلته $y=x$ .

أ) أنقل الشكل على ورقة الإجابة ومثل عى محور الفواصل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ مبرزا خطوط الرسم دون حسابها .

ب) ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها ؟

ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $-1 \prec u_n \prec -2$

د) أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج أنها متقاربة .

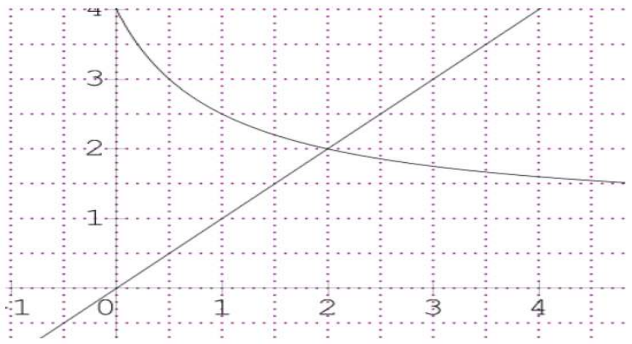
3- نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\frac{2-u_n}{u_n+2}$

أ) أحسب $2-u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ، ثم بين أن المتتالية $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ .

ب) أكتب $v_n$ بدلالة $n$ .

ج) عبر عن $u_n$ بدلالة $v_n$ ثم أكتب $u_n$ بدلالة $n$ ، واستنتج نهاية المتتالية $(u_n)$ .

د) أحسب : $S_n = \frac{4}{u_0+2} + \frac{4}{u_1+2} + \ldots\ldots + \frac{4}{u_n+2}$



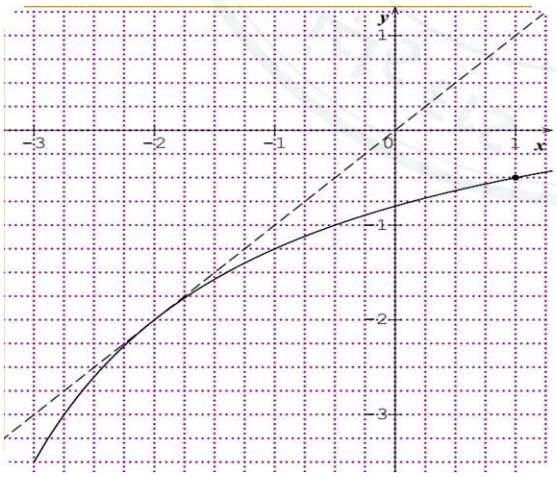

**التمرين 27 :**

لدينا ثلاثة صناديق : $U_1$ ، $U_2$ ، $U_3$ وكل صندوق يحوى 6 كرات من اللونين : أبيض( $B$ ) و أحمر( $R$ ) ،الصندوق $U_1$ فيه كرتين بيضاوين و 4 كرات حمراء، و الصندوق $U_2$ فيه 3 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء، و الصندوق $U_3$ فيه 5 كرات بيضاء و 1 كرة حمراء .

1) مثل هذه التجربة بشجرة الاحتمالات .
2) احسب احتمال سحب كرة بيضاء من الصندوق $U_3$ .
3) احسب احتمال سحب كرة بيضاء .
4) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ، ما هو احتمال أن تكون من الصندوق $U_3$ .

**التمرين 28 :**

$f$ معرفة على $[0;4[$ كما يلي : $f(x) = \frac{4x-1}{x+2}$ و $(C)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس ، أنظر الشكل .




1) أستنتج إتجاه تغير $f$ ، وتحقق أن المنصف الأول يمس المنحنى $(C)$ في النقطة ذات الفاصلة 1 .
2) نعرف المتتالية $(u_n)$ كما يلي : $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = f(u_n)$
أ) أنقل الشكل ومثل على محور الفواصل الحدود : $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ للمتتالية $(u_n)$ دون حسابها وموضحا خطوط الانشاء
ب) أعط تخمينا فيما يخص اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ، وتخمينا حول تقاربها .
ج) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \prec 1$
د) أثبت أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة ، واستنتج أنها متقاربة .
3) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$
أ) أثبت أن المتتالية $(v_n)$ حسابية يطلب تعيين أساسها $r$ ، و أحسب حدها الأول $v_0$ .
ب) أكتب بدلالة $n$ عبارة $v_n$ ، واستنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

د) أثبت أن من أجل $n \in \mathbb{N}$ : $u_0v_0 + u_1v_1 + \ldots\ldots + u_nv_n = \frac{n+1}{6}(8+n)$

**التمرين 29 :**

I) صندوقين متماثلين $U_1$ و $U_2$ ، يحتوي الصندوق $U_1$ على ثلاث كريات حمراء مرقمة بالأرقام 0 ، 1 ، 1 وكرتين خضراوين مرقمتان بالرقمين 1 ، 2 ويحتوي الصندوق $U_2$ على كريتين حمراوين مرقمتان بالرقمين2 ، 2 وثلاث كريات خضراء ومرقمة بالأرقام 0 ، 0، 1 ، وكل الكرات متماثلة لا يمكن التميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق $U_1$ ثم نسحب عشوائيا وفى ان واحد كريتين من الصندوق $U_2$ .

نعتبر الاحداث التالية : $A$ : الحصول على نفس اللون $B$ : الحصول على اللونين $C$ : الحصول على كريتين حمراوين على الأكثر $D$ : مجموع أرقام الكريات المسحوبة يساوى 3

1- أحسب : $p(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$ ، $P(D)$ .

II) نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق مجموع الأرقام المحصل عليها بعد كل سحب .

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ ثم احسب أمله الرياضى $E(X)$ .

ب) أحسب التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي $X$ .

III) نعتبر صندوق ثالث $U_3$ يحتوى على كرية واحدة حمراء تحمل الرقم 2 و أربع كريات خضراء تحمل الأرقام 1، 0،0، 1 ، نختار عشوائيا صندوق ونسحب منه كرية واحدة .

1- ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 .

2- ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 من الصندوق $U_2$ .

3- علما أن الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 فما احتمال أن تكون من الصندوق $U_2$ ؟

IV) يرمي لاعب حجر نرد غير مزيف ويسحب عشوائيا كرية واحدة من أحد الصناديق الثلاث بالطرق التالية : إذا كان الرقم الظاهر 1 أو 2 يسحب من الصندوق $U_1$ ، إذا كان الرقم الظاهر 3 أو 4 أو 5 يسحب من الصندوق $U_2$ ، و إذا كان الرقم الظاهر هو 6 يسحب من الصندوق $U_3$ .

أ) ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء ؟

ب) ما احتمال أن تحمل الكرية المسحوبة الرقم 2 ؟

**التمرين 30 :**

I) نعتبر الدالة $f$ دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلى : $f(x) = \frac{7x}{2x+1}$ وليكن $(C_f)$ منحناها البيانى في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس ( الشكل المرافق )

1- أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $[0;+\infty[$ .

2- بين أنه إذا كان $x \in [0;3]$ فإن $f(x) \in [0;3]$ .

II) نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=f(u_n)$ .

1- باستعمال المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ والمستقيم $(\Delta)$ : $y=x$ مثل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية $(u_n)$ .

2- ما هو تخمينك لإتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها .

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0\le u_n\le 3$ .

4- أدرس اتجاه المتتالية $(u_n)$ .

5- استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

III) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=\dfrac{u_n}{3-u_n}$

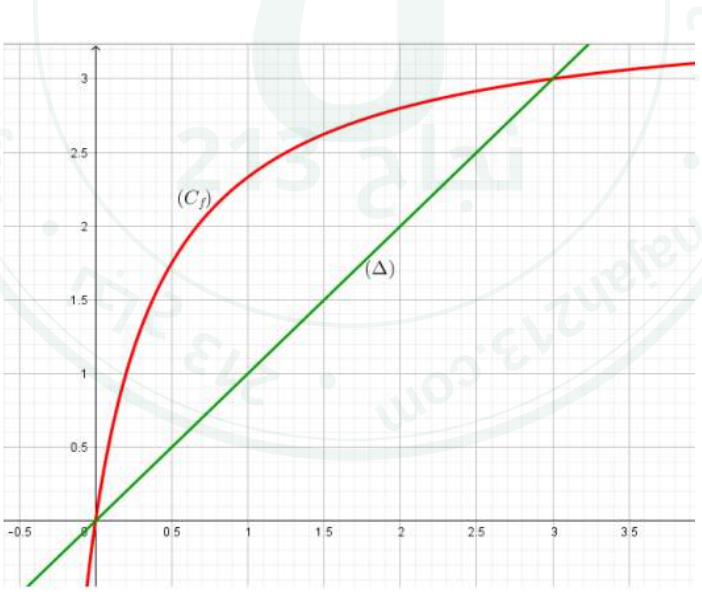
1- برهن أن المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2- أكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$ واستنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

3- أحسب بدلالة $n$ المجاميع $S_n$ ، $S'_n$ ، $S''_n$ حيث : $S_n=\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{1}{v_1}+.....+\dfrac{1}{v_n}$ و $S'_n=v_0^2+v_1^2+.....+v_n^2$

$$S''_n=\frac{1}{v_0^2}+\frac{1}{v_1^2}+.....+\frac{1}{v_n^2}$$

4- احسب بدلالة $n$ الجداء حيث : $\Pi_n=v_0\times v_1\times.....\times v_n$




إذا أردت أن تنجح بحق، ستجد طريقا ما، وإذا كنت لا تريد فستجد عذرا.

najah213.com · نجاح 213

## قال عمر بن الوردي

كن عالما في الناسِ أو متعلما * أو سامعاً فالعلمُ ثوبُ فخارِ

من كلِّ فنٍ خذ ولا تجهلْ به * فالحُرُّ مطلعٌ على الأسرارِ

وإذا فهمتَ الفقهَ عشتَ مصدرا * في العالمينَ معظمَ المقدارِ

وعليكَ بالإعرابِ فافهمْ سِرَّهُ * فالسرُّ في التقديرِ والإضمارِ

قيمُ الورى ما يحسنون وزينهمْ * ملحُ الفنونِ ورقةُ الأشعارِ

فاعملْ بما علّمتَ فالعلماءُ إن * لم يعلموا شجرٌ بلا أثمارِ

والعلمُ مهما صادفَ التقوى يكنْ * كالريحِ إذا مرّتْ على الأزهارِ

يا قارئَ القرآنِ إن لم تتبعْ * ما جاءَ فيه فأين فضلُ القاري؟

وسبيلُ من لم يعلموا أن يُحْسِنوا * ظناً بأهلِ العلمِ دونَ نفارِ

قد يشفعُ العلمُ الشريفُ لأهلِه * ويُحِلُّ مبغضَهُمْ بدارِ بوارِ

هل يستوي العلماءُ والجهالُ في * فضلٍ أم الظلماءُ كالأنوارِ؟

aissa zerrouki

2019/2020

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com