najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية جيجل — **الموسم الدراسي: 2024م-2025م**

ثانوية راشدي محمد -سيدي معروف — **المستوى: الثالثة -رياضيات**

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات — **المدة: ساعة ونصف**

نص التمرين:

I/ نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2(1-x)e^{1-x} - 1$.

1/ أُدرس تغيرات الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

2/ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0.6 < \alpha < 0.7$.

3/ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II/ نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x|2e^{1-x} - 1|$ ،
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أُحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2/ ا/ أُدرس إشارة $(2e^{1-x} - 1)$ حسب قيم العدد الحقيقي x ، ثم أُكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب/ بيّن أن الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند $x_0 = 1 + \ln 2$ (يمكنك وضع: $t = x - 1 - \ln 2$) ، مفسّرًا النتائج هندسيا.

3/ ا/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1 + \ln 2\}$ فإن: $f'(x) = \begin{cases} g(x) & ; \text{ لما } x < 1 + \ln 2 \\ -g(x) & ; \text{ لما } x > 1 + \ln 2 \end{cases}$.

ب/ استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج/ عيّن دون حساب $\lim\limits_{h \to 0} \left(\dfrac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h} \right)$ معلّلا إجابتك.

4/ ا/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أُدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) (لاحظ أن: $f(x) - x = x(|2e^{1-x} - 1| - 1)$).

5/ أُكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند مبدأ المعلم.

6/ ا/ بيّن أنّ $f(\alpha) = \dfrac{\alpha^2}{1-\alpha}$ ، ثم جِد حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب/ أنشئ بدقة (Δ) ، (T) و (C_f). (نأخذ الوحدة على المحورين $2cm$)

ج/ بقراءة بيانية، عيّن قيم العدد الحقيقي m بحيث المعادلة $f(x) = mx$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط في $\mathbb{R}$.

☺☺بالتوفيق للجميع☺☺

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ثانوية راشي محمد — السنة: 3 ر.تجريبي — الموسم: 2024/2025

- نسبة إلى معروف. — المستوى: 03 - رياضيات

- إجابة الورقة الثانية للفصل الأول -

إجابة التمرين 1:

(I) $g(x) = e(1-x)e^{1-x} - 1$ / $D_g = \mathbb{R}$

1- دراسة تغيرات الدالة g:

- النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[e(1-x)e^{1-x} - 1\right] = +\infty$$

($(1-x)\to+\infty$, $e^{1-x}\to+\infty$) لأن: $\lim_{x\to-\infty}(1-x) = +\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} e^{1-x} = \lim_{t\to+\infty} e^t = +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[e(1-x)e^{1-x} - 1\right] = -1$$

($(1-x)e^{1-x}\to 0$) لأن: $\lim_{x\to+\infty}(1-x)e^{1-x} = \lim_{t\to-\infty} te^t = 0$

- اتجاه التغير:

الدالة g تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$، و

$$g'(x) = e\left(-e^{1-x} - e^{1-x}(1-x)\right)$$
$$= e\left(e^{1-x}(-1+1-x)\right) = e(x-e)e^{1-x}$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $(x-e)$ لأن $e^{1-x} > 0$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		e		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

خلاصة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty; e]$ ومتزايدة تماما على المجال $[e; +\infty[$.

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$		e		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-e^{-1}-1$	$\nearrow$	-1

$g(2) = e(1-2)e^{1-2} - 1 = -e^{-1} - 1 \simeq -1,7$

2- تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\infty; e]$:

لدينا على المجال $[e; +\infty[$: $-1 > g(x) > -e^{-1}-1$؛ أي المعادلة $g(x)=0$ لا تقبل حلولا على هذا المجال.

ولدينا على المجال $]-\infty; e]$: $g(e) = -e^{-1}-1$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$

وبما أن: $0 \in]-e^{-1}-1; +\infty[$

وبما أن الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على المجال $]-\infty; e]$ فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على هذا المجال.

- وبما أن الدالة g تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$

- التحقق أن: $0,6 < \alpha < 0,7$

$g(0,6) \simeq -0,1 < 0$ و $g(0,7) \simeq 0,2 > 0$ أي $0,6 < \alpha < 0,7$

3- إشارة $g(x)$ من جدول التغيرات:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

(II) $D_f = \mathbb{R}$ / $f(x) = x\left|e^{1-x} - 1\right|$

1- حساب النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x\left|e^{1-x}-1\right| = -\infty$$

لأن: $\lim_{x\to-\infty} x = -\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}\left|e^{1-x}-1\right| = \lim_{t\to+\infty}\left|e^t-1\right| = +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left|e^{1-x}-1\right| = +\infty$$

لأن: $\lim_{x\to+\infty} x = +\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}\left|e^{1-x}-1\right| = \lim_{t\to-\infty}\left|e^t-1\right| = 1$

2- دراسة إشارة $(e^{1-x}-1)$:

$e^{1-x}-1 = 0$ معناه $e^{1-x} = 1$ أي $e^{1-x} = \frac{1}{2}$ أي $1-x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ أي $x = 1-(-\ln 2)$ أي $x = 1+\ln 2$

$e^{1-x}-1 > 0$ معناه $e^{1-x} > \frac{1}{2}$ أي $1-x > \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ أي $1-(-\ln 2) > x$ أي $x < 1+\ln 2$

- الصفحة 1 -

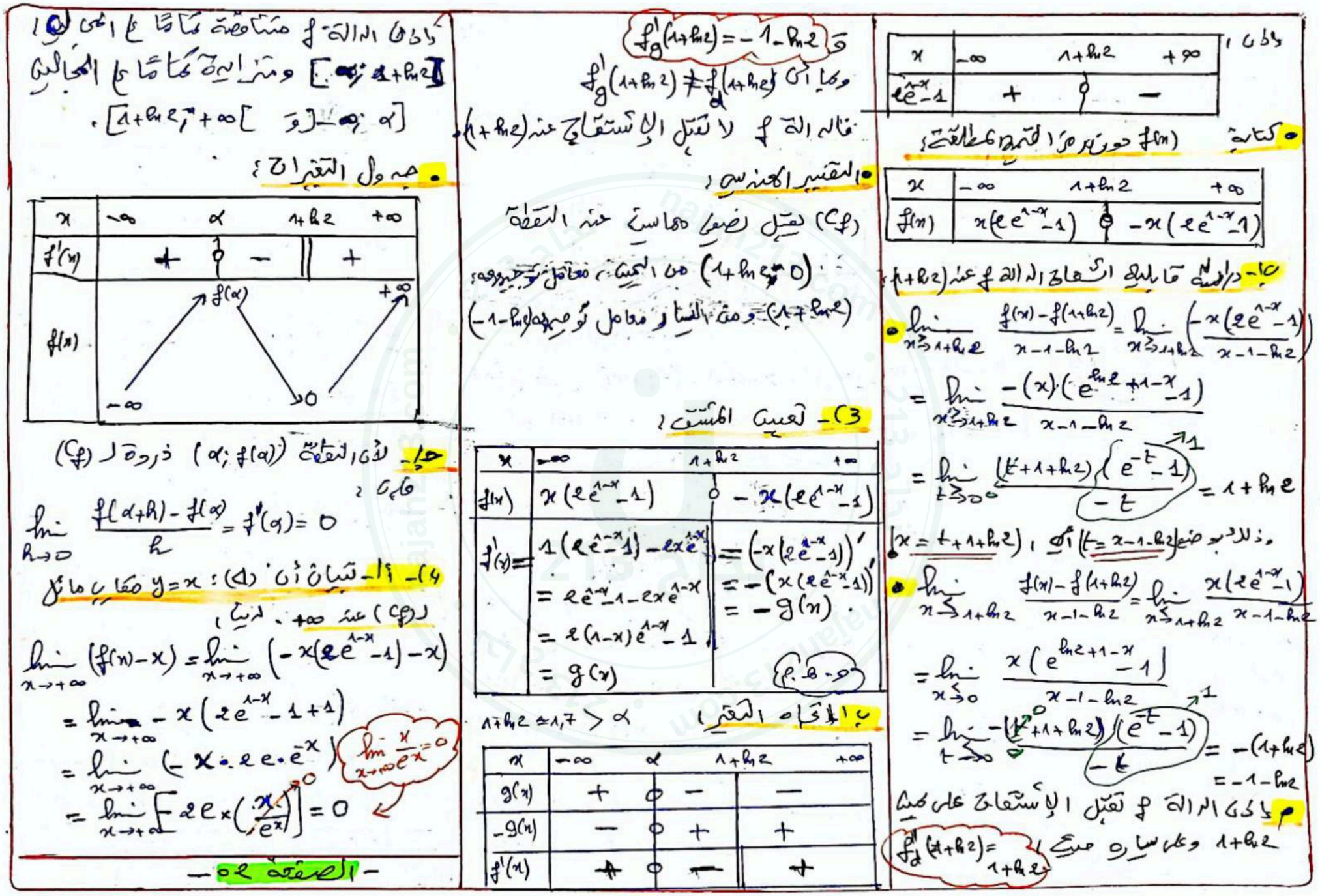
www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213



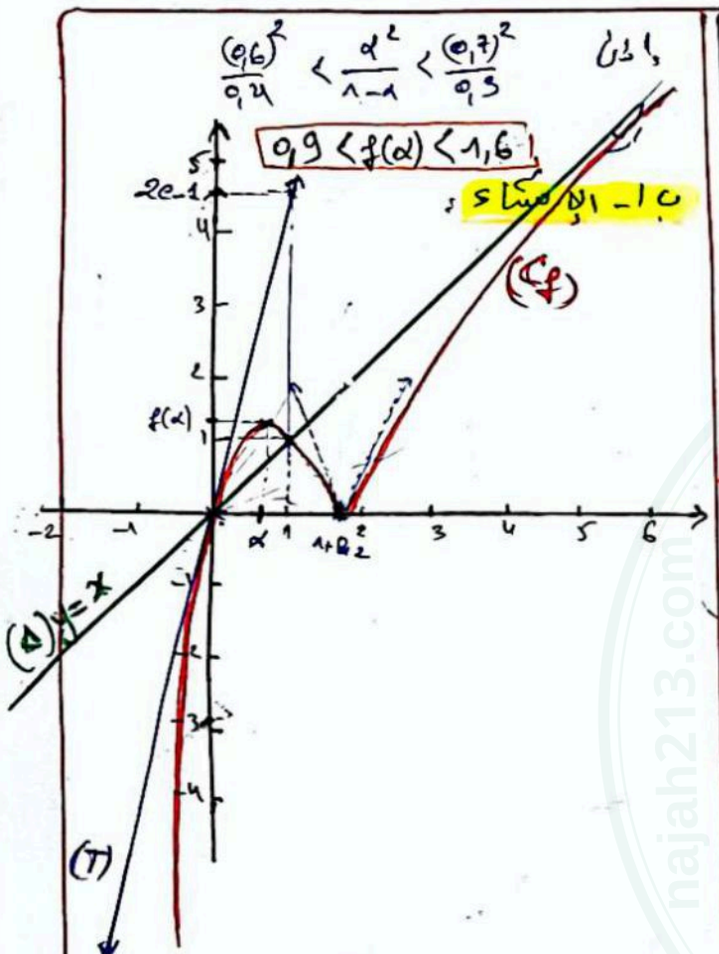
www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213



$\frac{(0,6)^2}{0,4} < \frac{\alpha^2}{1-\alpha} < \frac{(0,7)^2}{0,3}$ إذن

$0,9 < f(\alpha) < 1,6$

ب 1- الإنشاء :

2- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=mx$: $x=0$ حل دائما

المعادلة بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلات $y=mx$.

وعليه $x=0$ حل للمعادلة تقبل حلا آخر إذا وفقط إذا $0<m<1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)-x$		$-$	0	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) يقع تحت (Δ)	(C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $(0;0)$	(C_f) يقع فوق (Δ)	(C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $(1;1)$	(C_f) يقع تحت (Δ)	

ج- معادلة المماس (T) :

$(T): y = f'(0)(x-0) + f(0)$ $\begin{cases} f(0)=0 \\ f'(0)=2e-1 \end{cases}$

$(T): y=(2e-1)x$

د- 1- تبيان أن المعادلة $g(\alpha)=0$ تقبل حلا α في $]0;1[$:

$g(\alpha) = 2(1-\alpha)e^{-\alpha+1} - 1 = 0$

$2e^{-\alpha+1} = \frac{1}{1-\alpha}$ ومنه

$\alpha < 1+Rz$ ومنه $f(\alpha)$ تقبل حصر

$f(\alpha) = \alpha(2e^{1-\alpha}-1)$

$= \alpha\left(\frac{1}{1-\alpha}-1\right) = \frac{\alpha(1-(1-\alpha))}{1-\alpha}$

$= \frac{\alpha(1-1+\alpha)}{1-\alpha} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha} = f(\alpha)$

2- حصر $f(\alpha)$:

لدينا $0,6 < \alpha < 0,7$

ومنه $-0,7 < -\alpha < -0,6$

أي $0,3 < 1-\alpha < 0,4$

أي $\frac{1}{0,4} < \frac{1}{1-\alpha} < \frac{1}{0,3}$

ولدينا $(0,6)^2 < \alpha^2 < (0,7)^2$

ذ) المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

ب 1- دراسة الوضع النسبي :

لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$f(x)-x = x\left(|2e^{1-x}-1|-1\right)$

$|2e^{1-x}-1|=1$ معناه $|2e^{1-x}-1|-1=0$ ومنه

$\begin{cases} 2e^{1-x}-1=1 \\ 2e^{1-x}-1=-1 \end{cases}$ أي

$e^{1-x}=1$ أي $2e^{1-x}=2$ ومنه

أو $2e^{1-x}=0$ (مستحيل)

$x=1$ أي $1-x=0$ ومنه

$|2e^{1-x}-1|<1$ معناه $|2e^{1-x}-1|-1<0$ أي

$-1 < 2e^{1-x}-1 < 1$ أي

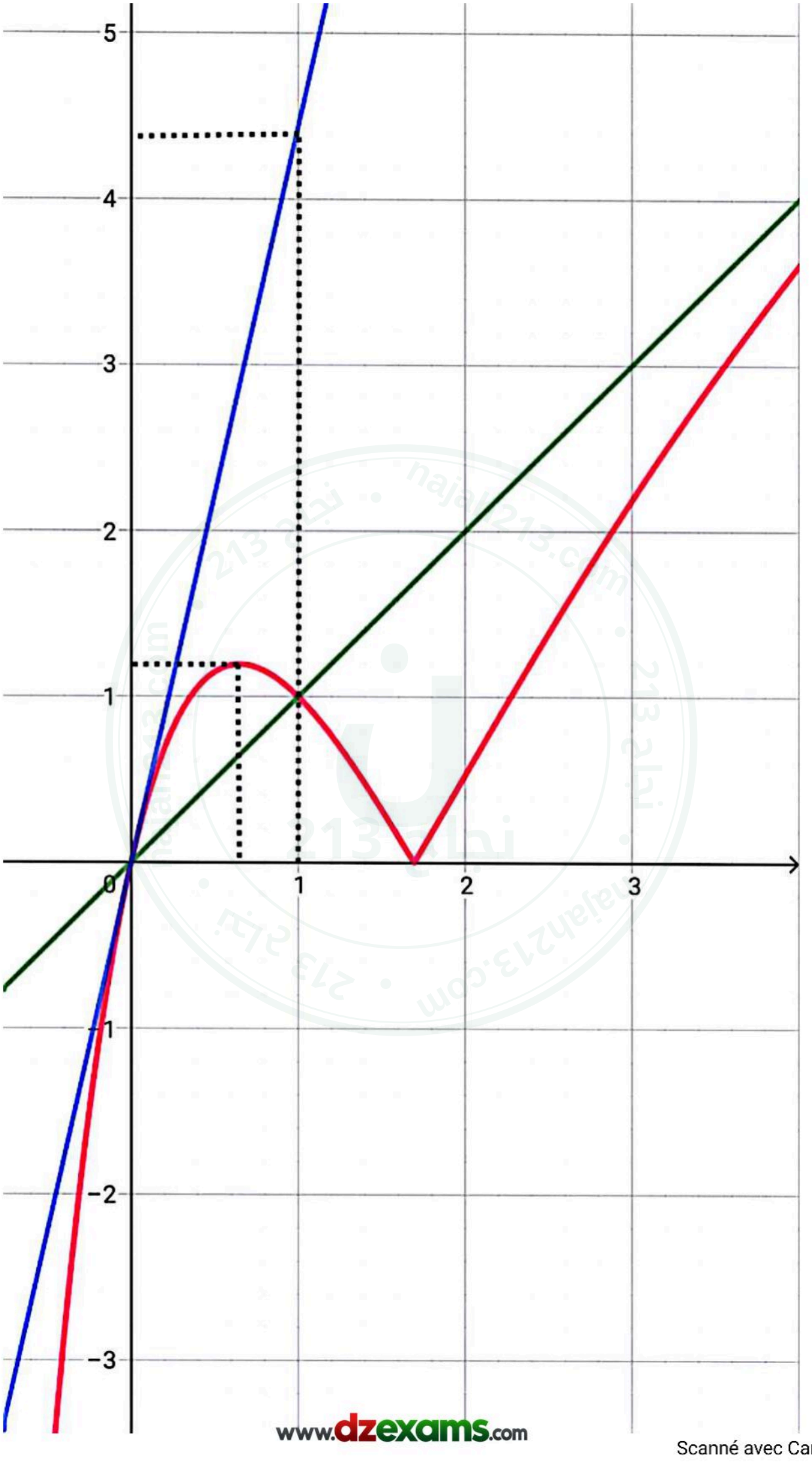
$0 < 2e^{1-x} < 2$ ومنه

$0 < e^{1-x} < 1$ أي

$1-x<0$ ومنه $1<x$ أي

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$\lvert 2e^{1-x}-1\rvert-1$	$+$		$+$	0	$-$		

www.dzexams.com
Scanné avec CamScanner
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً