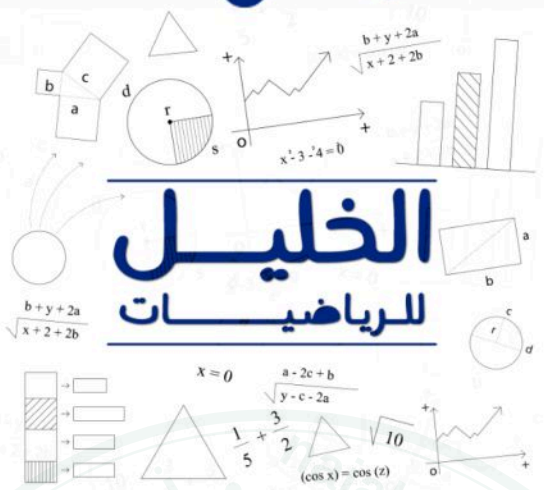
najah213.com · نجاح 213



سنة **ثالثة** ثانوي

الشعب:

علوم تجريبية | تقني رياضي | رياضيات

تقويم تشخيصي

+

[تصحيح نموذجي مقترح]

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

آخر تحديث:

[19 سبتمبر 2021]

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تقويم تشخيصي

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{2x - 2}$$

حيث α و β عددين حقيقين، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

◆ عيّن α و β حيث يقبل (C_f) قيمة حدية عند 0 وَ $f(0) = -1$

II) نضع فيما يلي: $\alpha = -2$ و $\beta = 2$:

❶ احسب: $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجتين هندسيا.

❷ احسب: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

❸

أ/ عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{2x - 2}$$

ب/ استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $\pm\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

ج/ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

❹

أ/ بيّن أنّه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ لدينا:

$$f'(x) = \frac{2x(x-2)}{(2x-2)^2}$$

ب/ ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❺

أ/ عيّن إحداثيات النقطة ω نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستقيم المقارب العمودي ذو المعادلة $x = 1$.

ب/ بيّن أن النقطة ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

ج/ أثبت أنه لا يوجد أي مماس للمنحنى (C_f) يشمل النقطة ω .

❻ ارسم كل من (Δ) و (C_f) .

❼ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة (E) حيث:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + m \dots (E)$$

III) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ:

$$h(x) = f(|x|)$$

❶ ادرس شفعية الدالة h.

❷ وضّح كيف يمكن المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C_f) .

الخليل للرياضيات

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح نموذجي (مقترح)

I) تعيين α و β حتى يقبل (C_f) قيمة حدية عند 0 وَ $f(0) = -1$:

لدينا: $f(0) = -1$ ، ومنه:

$$\frac{(0)^2 + \alpha(0) + \beta}{2(0) - 2} = -1 \Rightarrow \frac{\beta}{-2} = -1$$
$$\Rightarrow \boxed{\beta = 2}$$

ولدينا: $f(0) = -1$ تقبل قيمة حدية لـ f معناه: $f'(0) = 0$

نعيّن أولا $f'(x)$:

$$f'(x) = \frac{(2x + \alpha)(2x - 2) - 2(x^2 + \alpha x + \beta)}{(2x - 2)^2}$$
$$= \frac{4x^2 - 4x + 2\alpha x - 2\alpha - 2x^2 - 2\alpha x - 2\beta}{(2x - 2)^2}$$
$$= \frac{2x^2 - 4x - 2\alpha - 2\beta}{(2x - 2)^2}$$

ولدينا: $f'(0) = 0$ ومنه:

$$\frac{2(0)^2 - 4(0) - 2\alpha - 2\beta}{(2(0) - 2)^2} = 0 \Rightarrow -2\alpha - 2\beta = 0$$
$$\Rightarrow -2\alpha = 2\beta$$
$$\Rightarrow \alpha = -\beta$$
$$\Rightarrow \boxed{\alpha = -2}$$

ومنه: $\boxed{f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}}$

II) نضع فيما يلي: $\alpha = 1$ و $\beta = -2$:

❶ حساب: $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x)$:

- $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}\right)$
$$= \frac{1}{0^+}$$
$$= +\infty$$

التفسير الهندسي: المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي بجوار $+\infty$ معادلته $x = 1$

- $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}\right)$
$$= \frac{1}{0^-}$$
$$= -\infty$$

التفسير الهندسي: المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي بجوار $-\infty$ معادلته $x = 1$

❷ حساب: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$:

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}\right)$

الخليل للرياضيات

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{2x}\right)$$
$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{2}\right)$$
$$= +\infty$$

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x^2-2x+2}{2x-2}\right)$
$$= -\infty$$

3

أ/ تعيين الأعداد الحقيقية a ، b و c :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{2x-2}$$
$$= \frac{(ax+b)(2x-2)+c}{2x-2}$$
$$= \frac{2ax^2-2ax+2bx-2b+c}{2x-2}$$
$$= \frac{2ax^2+(2b-2a)x-2b+c}{2x-2}$$

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} 2a = 1 \\ 2b-2a = -2 \\ -2b+c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 1 \end{cases}$$

إذن: $\boxed{f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x-2}}$

ب/ استنتاج أنّ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $\pm\infty$:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left[f(x) - \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)\right] = \lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x-2} - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right]$$
$$= \lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{1}{2x-2}\right]$$
$$= 0$$

ومنه (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $\pm\infty$ معادلته : $y_{(\Delta)} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

ج/ دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ):

$$f(x) - y_{(\Delta)} = \frac{1}{2x-2}$$

لدينا: $2x-2=0$ معناه: $x=1$ ومنه:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y_{(\Delta)}$	$-$	$+$	

ومنه:

- (C_f) تحت (Δ) لما $x \in]-\infty;1[$.
- (C_f) فوق (Δ) لما $x \in]1;+\infty[$.

4

أ/ تبيين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}-\{1\}$ لدينا: $f'(x) = \frac{2x(x-2)}{(2x-2)^2}$:

الخليل للرياضيات
www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$f'(x) = \frac{(2x-2)(2x-2) - 2(x^2-2x+2)}{(2x-2)^2}$$
$$= \frac{4x^2 - 4x - 4x + 4 - 2x^2 + 4x - 4}{(2x-2)^2}$$
$$= \frac{2x^2 - 4x}{(2x-2)^2}$$
$$= \frac{2x(x-2)}{(2x-2)^2}$$

ب/ دراسة تغيرات الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها:

لدينا: $(2x-2)^2 > 0$ ومنه: إشارة $f'(x)$ من إشارة $2x(x-2)$:

لدينا:

$$2x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ \text{أو} \\ x - 2 = 0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{أو} \\ x = 2 \end{cases}$$

ومنه:

- جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

❺

أ/ ايجاد إحداثيي النقطة ω نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستقيم المقارب العمودي ذو المعادلة $x = 1$:

نعوض $x = 1$ في معادلة المستقيم (Δ):

$$y = \frac{1}{2}(1) - \frac{1}{2} \Rightarrow y = 0$$

ومنه: $\omega(1;0)$

ب/ تبيين أن النقطة ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) :

- لدينا: $x \in D_f$

معناه: $x \in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ معناه: $x < 1$ أو $x > 1$

معناه: $(-x) < -1$ أو $(-x) > -1$ معناه: $(2(1)-x) > 1$ أو $(2(1)-x) < 1$

معناه: $(2(1)-x) \in]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ معناه: $(2(1)-x) \in D_f$

- ولدينا:

$$f(2(1)-x) + f(x) = \frac{(2-x)^2 - 2(2-x) + 2}{2(2-x) - 2} + \frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}$$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مركز التناظر:

نقول أن النقطة $\Omega(\alpha;\beta)$ مركز تناظر (C_f) إذا تحقق ما يلي:

$$\begin{cases} 2\alpha - x \in D_f \\ f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta \end{cases}$$

أو

$$\begin{cases} (\alpha + x) \in D_f \\ (\alpha - x) \in D_f \\ f(\alpha + x) + f(\alpha - x) = 2\beta \end{cases}$$

$$= \frac{4 - 4x + x^2 - 4 + 2x + 2}{4 - 2x - 2} + \frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}$$
$$= 0\frac{x^2 - 2x + 2}{-(2x - 2)} + \frac{x^2 - 2x + 2}{2x - 2}$$
$$= 0$$
$$= 2(0)$$

إذن النقطة ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

ج/ اثبات أنه لا يوجد أي مماس للمنحنى (C_f) يشمل النقطة ω

إذا وُجد مماس لـ (C_f) يشمل $\omega(1;0)$ معناه يوجد $a \in \mathbb{R} - \{1\}$ يحقق:

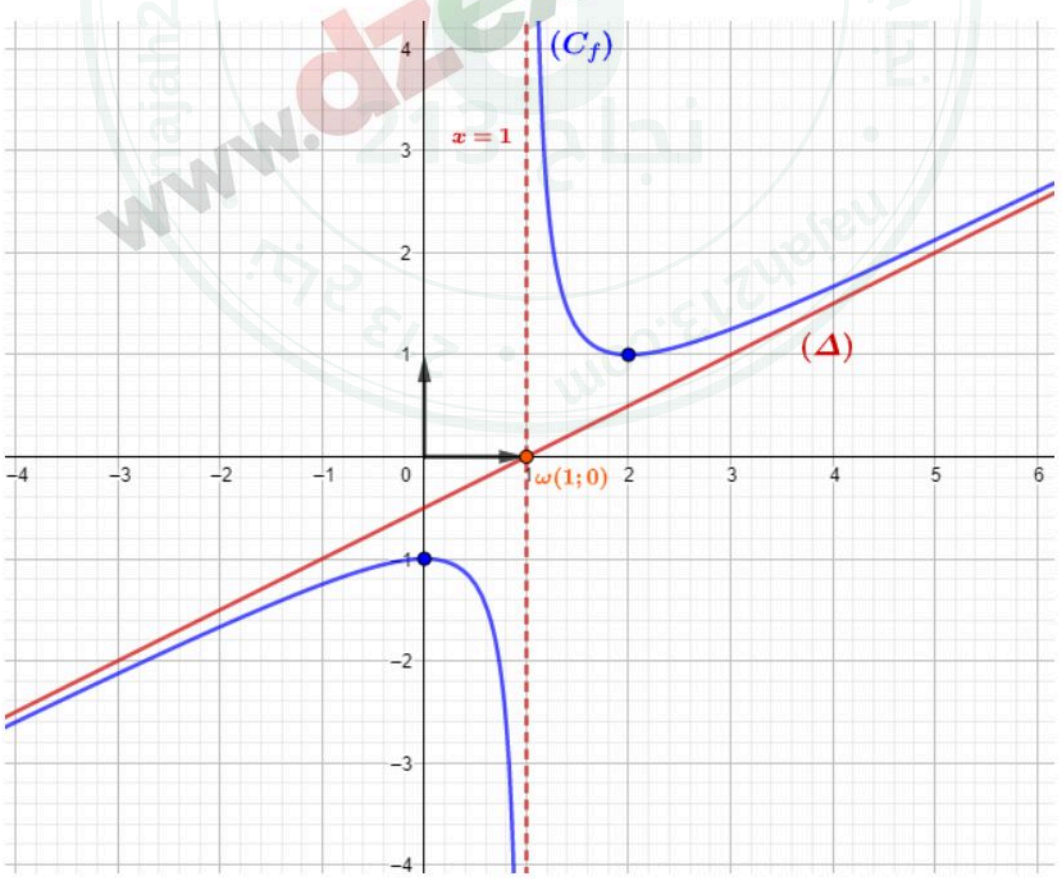
$$f'(a)(x_\omega - a) + f(a) = y_\omega$$

لدينا:

$$f'(a)(x_\omega - a) + f(a) = y_\omega \Rightarrow f'(a)(1 - a) + f(a) = 0$$
$$\Rightarrow \frac{2a(a-2)}{(2a-2)^2} - \frac{2a(a-2)}{(2a-2)^2}a + \frac{a^2 - 2a + 2}{2a - 2} = 0$$
$$\Rightarrow \frac{2a(a-2) - 2a^2(a-2) + (a^2 - 2a + 2)(2a-2)}{(2a-2)^2} = 0$$
$$\Rightarrow 2a^2 - 4a - 2a^3 + 4a^2 + 2a^3 - 2a^2 - 4a^2 + 4a + 4a - 4 = 0$$
$$\Rightarrow 4a - 4 = 0$$
$$\Rightarrow a - 1 = 0$$
$$\Rightarrow a = 1$$

لدينا: $a \notin \mathbb{R} - \{1\}$ إذن: لا يوجد أي مماس للمنحنى (C_f) يشمل النقطة ω

❻ رسم كل من (Δ) و (C_f) :



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❼ المناقشة البيانية:

حلول المعادلة (E) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = \frac{1}{2}x + m$ ، وهي:

لما	$m \in]-\infty;-1[$	للمعادلة حل موجب
لما	$m = -1$	للمعادلة حل معدوم
لما	$m \in \left]-1;-\frac{1}{2}\right[$	للمعادلة حل سالب
لما	$m = -\frac{1}{2}$	المعادلة لا تقبل حلولا
لما	$m \in \left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$	للمعادلة حل موجب

III)

❶ دراسة شفعية الدالة h:

$$\begin{aligned} h(-x) &= f(|-x|) \\ &= f(|x|) \\ &= h(x) \end{aligned}$$

ومنه الدالة h زوجية

❷ توضيح كيف يمكن المنحنى (C_h) :

لدينا:

$$\begin{aligned} h(x) &= f(|x|) \\ &= \begin{cases} f(x) & ; \ x \geq 0 \\ f(-x) & ; \ x \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

ومنه (C_h) ينطبق على (C_f) لما $x \geq 0$

وبما أن الدالة h زوجية فهي متناظرة بالنسبة لمحور التراتيب.

◄ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ►

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com