najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مؤسسة التربية و التعليم الخاصة
أوبيتيا تر

المستوى: الثالثة علوم تجريبية	أكتوبر 2023
الفرض الأوّل في مادة الرياضيات	المدة : ساعتان

I. نعتبر الدّالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x)=x^3+6x+12$$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بيّـن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيـدا α حيث : $-1,48 \prec \alpha \prec -1,47$

ثـمّ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدّالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ :

$$f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$$

ليكن (C_f) المنحنى الممثّل لها في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيـّن أنّــه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{x\,g(x)}{(x^2+2)^2}$.

ج) ادرس اتّــجاه تغيّـر الدّالة f ثمّ شكّـل جدول تغيّـراتها .

2. أ) بيّـن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند كل من $-\infty$ و $+\infty$

ب) ادرس وضعيّة (C_f) بالنّـسبة إلى (Δ) .

3. بيّـن أنّ : $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4. ارسم كلّا من (Δ) و (C_f)

5. نـاقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

العلامة	الإجابـــــة النّموذجيّـــة
	I. لدينا : $g(x) = x^3 + 6x + 12$ **1)** دراسة اتجاه تغير الدّالة g : الدّالـة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $g'(x) = 3x^2 + 6$. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ $g'(x) > 0$ و منه الدّالـة g متزايدة تـمـامـا على $\mathbb{R}$. **2)** تبييـن أنّ المعادلـة $g(x) = 0$ حلّا وحيـدا α : بما أنّ الدّالـة g مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و منه على [-1,47 ; -1,48] و لدينا : $g(-1,48) = -0,12$ و $g(-1,47) = 0,0035$ و منه $g(-1,48) \times g(-1,47) < 0$ إذن و حسب مبرهنـة القيم المتوسطة ، المعادلـة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α . حيث $-1.48 < \alpha < -1.47$ ➢ استنتاج إشارة $g(x)$: x | $-\infty$ | α | $+\infty$ $g(x)$ | $-$ | 0 | $+$ **II.** لدينا: $f(x) = \frac{x^3-6}{x^2+2}$: **1)** أ- حساب نهايات الدّالـة f عند أطراف مجموعة تعريفها : • $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)] = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[\frac{x^3-6}{x^2+2}\right] = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[\frac{x^3}{x^2}\right] = \lim\limits_{x\to-\infty}[x] = -\infty$ • $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{x^3-6}{x^2+2}\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{x^3}{x^2}\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}[x] = +\infty$ **ب)** حساب $f'(x)$: $f'(x) = \frac{(3x^2)(x^2+2) - (2x)(x^3-6)}{(x^2+2)^2}$ $f'(x) = \frac{3x^4 + 6x^2 - 2x^4 + 12x}{(x^2+2)^2}$ $f'(x) = \frac{x(x^3+6x+12)}{(x^2+2)^2}$ $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$ **ج)** جدول تغيّرات $f(x)$:

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
x	$-$		$-$	0		$+$	
$f(x)$	$-$	0	$+$			$+$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0		$+$	

و منه f متزايدة تماما

على كل من $]-\infty\ ;\ \alpha\ [$ و $]\alpha\ ;\ 0\ ]$ و $]0\ ;\ +\infty[$

و f' متناقصة تماما على $]\alpha\ ;\ 0\ [$

ج) جدول تغيّرات $f(x)$:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	-3	↗	$+\infty$

2) أ . نبيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل :

$$\lim_{|x|\to+\infty}(f(x)-x) = \lim_{|x|\to+\infty}\left(\frac{x^3-6}{x^2+2}-x\right)$$
$$= \lim_{|x|\to+\infty}\left(\frac{x^3-6-x^3-2x}{x^2+2}\right)$$
$$= \lim_{|x|\to+\infty}\left(\frac{-6-2x}{x^2+2}\right)$$
$$= \lim_{|x|\to+\infty}\left(\frac{-2x}{x^2}\right)$$
$$= \lim_{|x|\to+\infty}\left(\frac{-2}{x}\right) = 0$$

و منه المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند كلّ من $-\infty$ و $+\infty$

ب) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنّسبة إلى (Δ) :

ندرس إشارة الفرق : $(f(x)-x)$ على $\mathbb{R}$:

$$f(x)-x = \frac{-2x-6}{x^2+2}$$

لدينا : $(x^2+2) > 0$ و منه الإشارة $f(x)-x$ هي إشارة $-2(x+3)$:

$-2x-6=0$ و منه $-2x=6$ أي $x=-3$ و منه إشارة $(f(x)-y)$:

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$(f(x)-x)$		$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$(f(x)-x)$		$+$		$-$	
الوضعية	$c(f)$ يقع أعلى (Δ)		(Δ) $c(f)$ يقطع في $A(-3\ ,\ -3)$		$c(f)$ يقع تحت (Δ)

3) تبيـن أنّ : $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$:

يكفي أن نبرهن أنّ : $f(\alpha)-\frac{3}{2}\alpha=0$:

$$f(\alpha)-\frac{3}{2}\alpha=\frac{\alpha^3-6}{\alpha^2+2}-\frac{3}{2}\alpha=\frac{2\alpha^3-12-3\alpha^3-6\alpha}{\alpha^2+2}$$
$$=\frac{-(\alpha^3+6\alpha+12)}{\alpha^2+2}=-\frac{g(\alpha)}{\alpha^2+2}=-\frac{0}{\alpha^2+2}=0$$

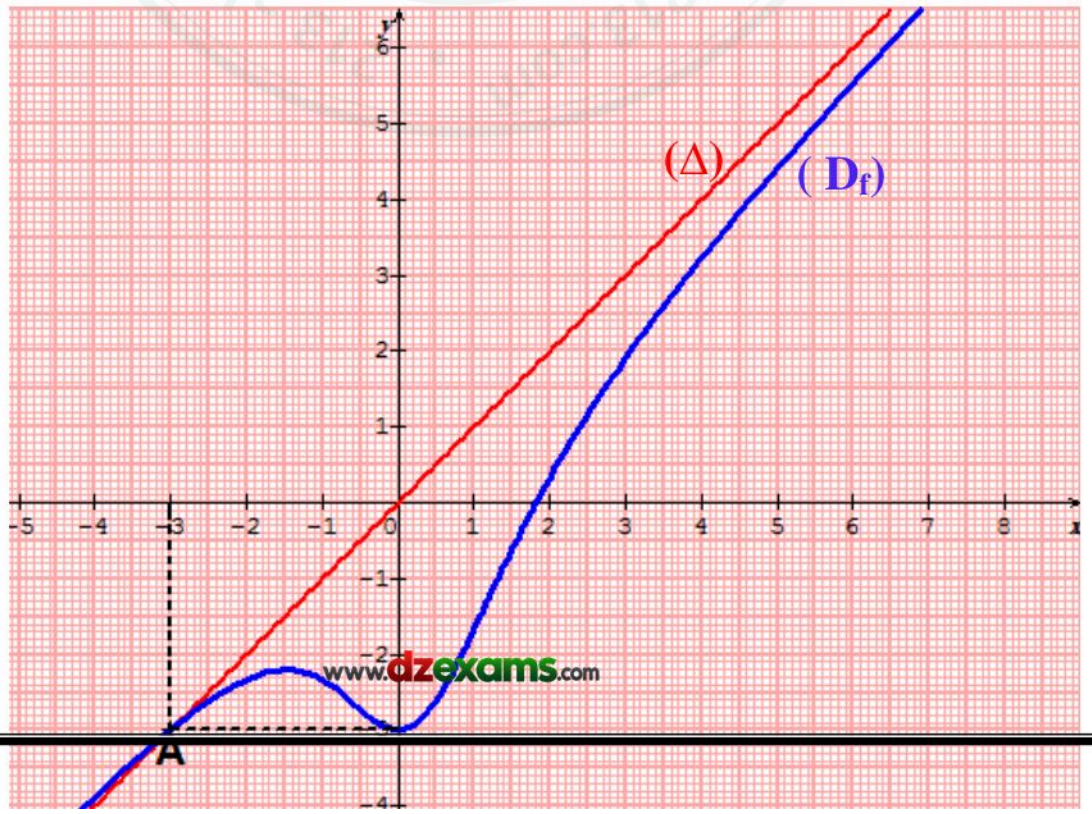
إذن : $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$

➢ استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$:

لدينا : $-1{,}48<\alpha<-1{,}47$ و لدينا $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$

و منه : $\frac{3}{2}(-1{,}48)<\frac{3}{2}\alpha<\frac{3}{2}(-1{,}47)$ أي : $-2{,}22<f(\alpha)<-2{,}21$

4) إنشاء المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) :



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

5) المناقشة البيانية : ➢ لمّا $m \in]-\infty; -3[$ المعادلة لها حل واحد سالب . ➢ لمّا $m = -3$ المعادلة تقبل حلّين أحدهما معدوم و الآخر سالب. ➢ لمّا $m \in]-3; f(\alpha)[$ المعادلة تقبل 3 حلول ، واحد موجب و اثنان سالبان. ➢ لمّا $m = f(\alpha)$ المعادلة تقبل حلّين واحد موجب و الآخر سالب. ➢ لمّا $m \in]f(\alpha); +\infty[$ للمعادلة حل موجب .	

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com