najah213.com · نجاح 213

كيفية حساب النهايات لدوال كثير حدود أو دالة ناطقة MEBARKI2016

MEBARKI2016

لحساب نهاية دالة معينة **لما x يؤول إلى عدد حقيقي** (وليس إلى ما لا نهاية) دائما نقوم بالتعويض

مثلا : $\lim\limits_{x\to -3}\left(2x^2+\dfrac{4x-3}{x-7}+2x-6\right)=2(2)^2+\dfrac{4(2)-3}{2-7}+2(2)-6=8+\dfrac{5}{-5}+4-6=8-1+4-6=5$

نهاية دالة كثير حدود لما x يؤول إلى ∞ :

نهاية دالة كثير حدود لما x يؤول إلى ∞ هي نهاية الحد الأعلى درجة لما x يؤول إلى ∞ .

مثال : (انتبه : احذف رمز lim عندما تقوم بالتعويض)

1) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-3x^3-4x^2+5x-3\right)=\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-3x^3\right)=+\infty$ (لأن $-3\times\underbrace{(-\infty)\times(-\infty)\times(-\infty)}_{-\infty}=+\infty$)

2) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(-4x^2+5x^2-9x-3\right)=\lim\limits_{x\to +\infty}\left(-4x^2\right)=-\infty$ (لأن $-4\times\underbrace{(+\infty)\times(+\infty)}_{+\infty}=-\infty$)

نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى ∞ :

نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى ∞ هي نهاية الحد الأعلى درجة في البسط على نهاية الحد الاعلى درجة في المقام لما x يؤول إلى ∞ثم **الاختزال** ثم **التعويض** (تذكر : $\dfrac{\text{عدد}}{\infty}=0$ ، $\dfrac{\infty}{\text{عدد}}=\infty$)

أمثلة : (انتبه : احذف رمز lim عندما تقوم بالتعويض)

1) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{4x^3-x^2-3x+1}{10x-7}\right)=\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{4x^3}{10x}\right)=\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{2x^2}{5}\right)=\dfrac{2\times(+\infty)}{5}=\dfrac{+\infty}{5}=+\infty$

2) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{2x^2+5x-3}{-3x^3+8x-5}\right)=\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{2x^2}{-3x^3}\right)=\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{2}{-3x}\right)=\dfrac{2}{+\infty}=0$

3) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{4x^2-2x+7}{-5x^2+9x-5}\right)=\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{4x^2}{-5x^2}\right)=\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{4}{-5}\right)=-\dfrac{4}{5}$



نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي حيث نتيجة النهاية هي $\dfrac{0}{0}$ أو $\dfrac{\text{عدد}}{0}$ (حيث عدد $\neq 0$):

أ) نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي a حيث نتيجة النهاية هي $\dfrac{\text{عدد}}{0}$ (حيث عدد $\neq 0$):

(قبل شرح كيفية حساب هذه النهاية يجب أن تعلم أن $\dfrac{\text{عدد}}{0}=\infty$)

(إشارة ∞ ناتجة من إشارة 0 الموجود في المقام و إشارة العدد الموجود في البسط)

(لذلك ندرس إشارة المقام لمعرفة إشارة 0 الموجود في المقام) ** أعلم انك لم تفهم جيدا **

راقب الأمثلة :

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-4}{4-2x}=\dfrac{3(2)-4}{4-2(2)}=\dfrac{6-4}{4-4}=\dfrac{2}{0}=\infty$ (و لكن ما هي إشارة ∞ ؟ أعلم أن 2 موجب . و 0 ؟)

ندرس إشارة المقام $4-2x$: (إذا نسيت طريقة دراسة الإشارة ابحث في المطبوعات الخاصة بالإشارة)

$4-2x=0$ معناه $x=2$. وعليه :

نلاحظ أن لما $x\prec 2$ الإشارة موجبة أي 0^+

و لما $x\succ 2$ الإشارة سالبة أي 0^-

x	$-\infty$	$\prec$	2	$\succ$	$+\infty$
$4-2x$		$+$	0	$-$	

لذلك : $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec} 2}\dfrac{3x-4}{4-2x}=\dfrac{2}{0^+}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ} 2}\dfrac{3x-4}{4-2x}=\dfrac{2}{0^-}=-\infty$

MEBARKI2016

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

كيفية حساب النهايات لدوال كثير حدود أو دالة ناطقة MEBARKI2016

2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-7}{x^2-5x+6}=\dfrac{(3)-7}{(3)^2-5(3)+6}=\dfrac{-4}{9-15+6}=\dfrac{-4}{0}=\infty$

ندرس إشارة المقام x^2-5x+6 : حساب Δ : $\Delta=(-5)^2-4(1)(6)=25-24=1\succ 1$

ومنه $x_1=\dfrac{5-\sqrt{1}}{2}=2$ و $x_2=\dfrac{5+\sqrt{1}}{2}=3$ وعليه :

x	$-\infty$		2		$\prec 3\ \succ$		$+\infty$
x^2-5x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	

نلاحظ أن لما $x\prec 3$ الإشارة سالبة أي 0^-

و لما $x\succ 3$ الإشارة موجبة أي 0^+

لذلك : $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}3}\dfrac{x-7}{x^2-5x+6}=\dfrac{-4}{0^-}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}3}\dfrac{x-7}{x^2-5x+6}=\dfrac{-4}{0^+}=-\infty$

MEBARKI ENACER AYAR AYA

3) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-7x+1}{x^2-8x+16}=\dfrac{2(4)^2-7(4)+1}{(4)^2-8(4)+16}=\dfrac{32-28+1}{16-32+16}=\dfrac{5}{0}=\infty$

ندرس إشارة المقام $x^2-8x+16$: حساب Δ : $\Delta=(-8)^2-4(1)(16)=64-64=0$

العبارة تقبل جذرا مضاعفا هو $x=\dfrac{8}{2(1)}=4$ وعليه :

x	$-\infty$		$\prec 4\ \succ$		$+\infty$
$x^2-8x+16$		$+$	0	$+$	

نلاحظ أن لما $x\prec 4$ الإشارة موجبة أي 0^+

و لما $x\succ 4$ الإشارة موجبة أي 0^+

لذلك : $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-7x+1}{x^2-8x+16}=\dfrac{5}{0^+}=+\infty$

ب) نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي a حيث نتيجة النهاية هي $\dfrac{0}{0}$:

في هذه الحالة نقوم بقسمة البسط والمقام للدالة الناطقة على $x-a$ ثم نقوم بعملية الاختزال ثم نحسب النهاية :

مثال : $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5}=\dfrac{(5)^2-7(5)+10}{(5)^2-6(5)+5}=\dfrac{25-35+10}{25-30+5}=\dfrac{0}{0}$ **(تسمى حالة عدم تعيين)**

نقوم بقسمة البسط $x^2-7x+10$ والمقام x^2-6x+5 على $x-5$ ثم نختزل :

$x^2-7x+10$	$x-5$
$-x^2+5x$	$x-2$
$2x+10$	
$-2x-10$	
0	

$x^2-7x+10=(x-5)(x-2)$

x^2-6x+5	$x-5$
$-x^2+5x$	$x-1$
$-x+5$	
$x-5$	
0	

أي : $x^2-6x+5=(x-5)(x-1)$ و

الآن **الاختزال :** $\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5}=\dfrac{(x-5)(x-2)}{(x-5)(x-1)}=\dfrac{x-2}{x-1}$

و أخيرا حساب **النهاية :** $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x-2}{x-1}=\dfrac{(5)-2}{(5)-1}=\dfrac{3}{4}$



انتظروا الجديد ....

يتمنى **الأستاذ مباركي** MEBARKI2016 أنه استطاع إزالة بعض الصعوبات التي كان يصادفها التلميذ حول النهايات و حول بقية المجالات ..... لا تخف سأبقى أحاول إزالة الصعوبات إلى أخر رمق ..... فدائما بحول الله يوجد الجديد .....

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com