najah213.com · نجاح 213

ثانوية المجاهد صديقي نوري — الموسم الدراسي: 2021 - 2022

فرض الفصـــــل الثالث
في: مادة الرياضيات

المستوى: ثانية ثانوي - رياضيات — المدة: 1 سا و 15 د — الأستاذ: قويسم ابراهيم الخليل

ملاحظة: يمنع إستعمال اللون الأحمر والأخضر

التمرين الأول [03 نقاط]

❶ حل في المجال $[-\pi; 2\pi[$ المعادلة: $\cos x\left(\sqrt{2}\sin x - 1\right) = 0$

❷ حل في المجال $]0; \pi]$ المتراجحة: $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 1 \leq 0$

التمرين الثاني: [09 نقاط]

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 2}{u_n + 3} \end{cases}$$

و (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$

❶ بين أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0

❷

أ/ اكتب عبارتي v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة (u_n) بدلالة n

ب/ احسب نهاية المتتالية (u_n)

❸

أ/ عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

ب/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n:

$$\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$$

ج/ استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث:

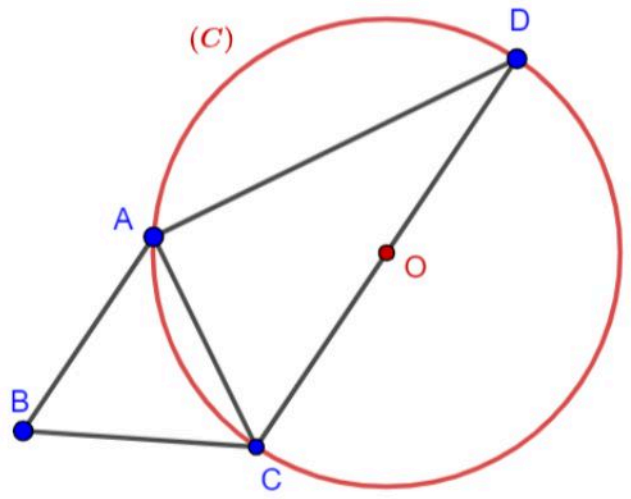
$$S'_n = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + \cdots + \frac{1}{u_n + 2}$$

التمرين الثالث [08 نقاط]

ABC مثلث متقايس الأضلاع، ACD مثلث قائم في A حيث:

$\left(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DA}\right) = -\dfrac{\pi}{6}$ مع $k \in \mathbb{Z}$

E نقطة من الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ADC ذات المركز O



❶ عيّن القيس الرئيسي لكل من الزوايا:
$\left(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}\right)$ و $\left(\overrightarrow{CD}; -2\overrightarrow{CA}\right)$

❷ عيّن قيسا رئيسيا للزاوية $\left(\overrightarrow{EA}; \overrightarrow{EC}\right)$ مستنتجا قيس لـ $\left(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC}\right)$

❸ استنتج نوع المثلث ACO

❹ بيّن أنّ العدد $\dfrac{2018\pi}{6}$ هو قيس لـ $\left(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC}\right)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ثانوية المجاهد صديقي نوري — الموسم الدراسي: 2021 - 2022

تصحيح مقترح
لفرض الفصل الثاني
في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثة ثانوي - علوم تجريبية — الأستاذ: قويسم ابراهيم الخليل

التمرين الأول [03 نقاط]

❶ **حل في المجال** $]-\pi;2\pi[$ **المعادلة:** $\cos x\left(\sqrt{2}\sin x-1\right)=0$:

$$\cos x\left(\sqrt{2}\sin x-1\right)=0 \Longrightarrow \begin{cases}\cos x=0 \\ \text{أو} \\ \sqrt{2}\sin x-1=0\end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{l}\cos x=0 \quad \dots(*) \\ \text{أو} \\ \sin x=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \dots(**)\end{array}$$ [0.5ن]

نحل المعادلة $(*)$:

$$\cos x=0 \Longrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \quad /k\in\mathbb{Z}$$

لدينا: $-\pi\le\dfrac{\pi}{2}+k\pi<2\pi$

ومنه: $-1.5\le k<1.5$

ومنه: $k=\{-1;0;1\}$

نحل المعادلة $(**)$:

$$\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\Longrightarrow \sin x=\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\Longrightarrow \begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+2k\pi \\ \text{أو} \quad /k\in\mathbb{Z} \\ x=\pi-\dfrac{\pi}{4}+2k\pi\end{array}$$

لدينا: $-\pi\le\dfrac{\pi}{4}+2k\pi<2\pi$

ومنه: $-0.625\le k<0.875$

ومنه: $k=0$

ولدينا: $-\pi\le\pi-\dfrac{\pi}{4}+2k\pi<2\pi$

ومنه: $-0.875\le k<0.625$

ومنه: $k=0$

إذن:

$$\boxed{S=\left\{\left(\frac{-\pi}{2}\right);\left(\frac{\pi}{2}\right);\left(\frac{3\pi}{2}\right);\left(\frac{\pi}{4}\right);\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right\}}$$ [01ن]

❷ **حل في المجال** $]0;\pi[$ **المتراجحة:** $2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-1\le 0$

$$2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-1\le 0\Longrightarrow \sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\le\frac{1}{2}$$

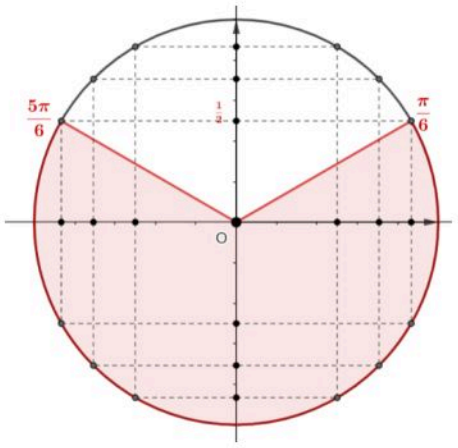
نضع: $y=2x-\dfrac{\pi}{6}$

ومنه:

$$\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\le\frac{1}{2}\Longrightarrow \sin y\le\frac{1}{2}$$ [0.5ن]

لدينا: $x\in\,]0;\pi[$ **ومنه:** $2x\in\,]0;2\pi]$

ومنه: $\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)\in\left]-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{11\pi}{6}\right]$ **ومنه:** $x\in\left]-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{11\pi}{6}\right]$ [0.5ن]



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$S'_{]-\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{6}]} =]-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{6}] \cup [\frac{5\pi}{6};\frac{11\pi}{6}]$$

ومنه:

$$S_{]0;\pi]} = \left]\frac{-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}}{2};\frac{\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}}{2}\right] \cup \left[\frac{\frac{5\pi}{6}+\frac{\pi}{6}}{2};\frac{\frac{11\pi}{6}+\frac{\pi}{6}}{2}\right] = \boxed{]0;\frac{\pi}{6}] \cup [\frac{\pi}{2};\pi]}$$ [0.5ن]

التمرين الثاني: [09 نقاط]

❶ تبيين أن (v_n) متتالية هندسية:

لدينا:

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}+2} = \frac{\left(\frac{2u_n+2}{u_n+3}-1\right)}{\left(\frac{2u_n+2}{u_n+3}+2\right)} = \frac{2u_n+2-u_n-3}{2u_n+2+2u_n+6} = \frac{u_n-1}{4u_n+8} = \frac{1}{4}\left(\frac{u_n-1}{u_n+2}\right) = \frac{1}{4}v_n$$ [01.5ن]

ولدينا:

$$v_0 = \frac{u_0-1}{u_0+2} = \frac{-1}{2}$$ [01ن]

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول $-\frac{1}{2}$

❷

أ/ كتابة عبارة v_n بدلالة n:

$$\boxed{v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n}$$ [01ن]

- كتابة عبارة u_n بدلالة n:

لدينا:

$$v_n = \frac{u_n-1}{u_n+2} \Rightarrow v_n(u_n+2)-(u_n-1)=0 \Rightarrow v_nu_n+2v_n-u_n+1=0$$

$$\Rightarrow u_n(v_n-1) = -(2v_n+1) \Rightarrow u_n = -\frac{2v_n+1}{v_n-1} \Rightarrow u_n = \frac{-\left(\frac{1}{4}\right)^n+1}{1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{-(2^{-2})^n+1}{1+(2^{-1})(2^{-2})^n} \Rightarrow \boxed{u_n = \frac{1-2^{-2n}}{1+2^{-2n-1}}}$$ [01ن]

ب/ حساب نهاية المتتالية (u_n):

$$\lim_{n\to+\infty}[u_n] = \lim_{n\to+\infty}\left[\frac{-\overbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^n}^{0}+1}{1+\frac{1}{2}\underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^n}_{0}}\right] = \frac{1}{1} = \boxed{1}$$ [01ن]

❸

أ/ التعبير بدلالة n عن المجموع S_n:

$$S_n = v_0+v_1+\cdots+v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{4}}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2^2}\right)^{n+1}}{\frac{3}{4}}\right) = -\frac{2}{3}(1-(2^{-2})^{n+1})$$

$$= \boxed{\frac{2}{3}\left(2^{-2(n-1)}-1\right)}$$ [01.5ن]

ب/ التحقق أنه: $\frac{1}{u_n+2} = \frac{1}{3}(1-v_n)$:

لدينا:

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2} \Rightarrow 1 - v_n = 1 - \frac{u_n - 1}{u_n + 2} \Rightarrow 1 - v_n = \frac{u_n + 2 - u_n + 1}{u_n + 2} \Rightarrow 1 - v_n = \frac{3}{u_n + 2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{3}(1 - v_n) = \frac{1}{u_n + 2}}$$ [01ن]

ج/ استنتاج بدلالة n المجموع S'_n

$$S'_n = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + \cdots + \frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_0) + \frac{1}{3}(1 - v_1) + \cdots + \frac{1}{3}(1 - v_n)$$

$$= \frac{1}{3}(1 - v_0 + 1 - v_1 + \cdots + 1 - v_n) = \frac{1}{3}\left[1(n+1) - \underbrace{(v_0 + v_1 + \cdots + v_n)}_{S_n}\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[n + 1 - \frac{2}{3}\left(2^{-2(n-1)} - 1\right)\right] = \frac{1}{3}\left[\frac{3n}{3} + \frac{3}{3} - \frac{2^{-2(n-1)+1}}{3} + \frac{2}{3}\right]$$

$$= \boxed{\frac{1}{9}[3n + 5 - 2^{3-2n}]}$$ [01ن]

التمرين الثالث [08 نقاط]

❶ عيّن القيس الرئيسي لكل من الزوايا $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$ و $(\overrightarrow{CD};-2\overrightarrow{CA})$:

- $\boxed{(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{3}}$ [01.5ن]

لدينا:

$$(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}) = \pi \Rightarrow (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}) + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} = \pi$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{3}$$

ومنه:

- $(\overrightarrow{CD};-2\overrightarrow{CA}) = (\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}) + \pi \Rightarrow (\overrightarrow{CD};-2\overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{3} + \pi \Rightarrow \boxed{(\overrightarrow{CD};-2\overrightarrow{CA}) = \frac{4\pi}{3}}$ [01.5ن]

❷ تعيين قيسا رئيسيا للزاوية $(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC})$ مستنتجا قيس لـ $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC})$:

$$(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}) = (\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC}) \Rightarrow \boxed{(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}) = \frac{\pi}{6}}$$ [01.5ن]

ولدينا: حسب نظرية الزاوة المحيطية:

$$(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}) = 2(\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EC}) \Rightarrow (\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OA}) = 2 \times \frac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}) = \frac{\pi}{3}}$$ [01.5ن]

❸ استنتاج نوع المثلث ACO:

لدينا: $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}) = \frac{\pi}{3}$ و $(\overrightarrow{CO};\overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{3}$ ومنه المثلث ACO متقايس الأضلاع [01ن]

❹ تبيين أنّ العدد $\frac{2018\pi}{6}$ هو قيس لـ $(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OA})$:

$$\frac{2018\pi}{6} = \frac{2016\pi + 2\pi}{6} = \frac{2016\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} = 336\pi + \frac{\pi}{3} = \boxed{\frac{\pi}{3} = (\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OA})}$$ [01ن]

بالتوفيق

الأستاذ: قويسم خليل

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com