najah213.com · نجاح 213

ثانوية المجاهد الحاج الخير خيري–مقرة — يوم: 2021/11/02

المستوى: 3 تسيير واقتصاد

الفرض الأول في مادة الرياضيات — المدة: 01 سا

التمرين الأول (14 نقاط):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $2u_{n+1} = u_n - 2$

1) أُحسب u_1 ، u_2

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -2$

3) أُدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج؟

4) (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = u_n + 2$

أ) بين أن المتتالية (w_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة الحد العام w_n ثم استنتج أن $u_n = 6 \times (\frac{1}{2})^n - 2$

ت) اثبت أن $w_{n+1} - w_n = -3 \times (\frac{1}{2})^n$ ، استنتج اتجاه تغير المتتالية (w_n)

ث) أُحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

ج) أُحسب بدلالة n المجموع $S_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$ ثم المجموع $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني (06 نقاط):

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 5$ و $u_{n+1} = \frac{a}{5}u_n + \frac{a+4}{5}$ حيث a عدد حقيقي.

1) عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها.

3) عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها.

انتهى الموضوع

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية الفرض 01 — القسم: 3 تبيير وائتمان — الأستاذ: طيبي

الإجابة	العلامة
التمرين (1) :	
1) حساب U_1 ، U_2 :	
$U_1 = \frac{1}{2}U_0 - 1 = 1$	
$U_2 = \frac{1}{2}U_1 - 1 = -\frac{1}{2}$	
ج) البرهان بالتراجع :	
. من اجل $n=0$ لدينا $U_0 = 4 \geq -2$	
. نفرض أن $U_n \geq -2$ من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ ونبرهن أن $U_{n+1} \geq -2$	
لدينا حسب الفرض $U_n \geq -2$	
ومنه : $\frac{1}{2}U_n \geq -\frac{2}{2}$	
أي $\frac{1}{2}U_n \geq -1$	
ومنه $\frac{1}{2}U_n - 1 \geq -2$	
ومنه $U_{n+1} \geq -2$	
اذا استنتجنا ان $U_n \geq -2$ مهما يكن $n \in \mathbb{N}$	
3) اتجاه تغير (U_n) :	
$U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2}U_n - 1 - U_n = -\frac{1}{2}U_n - 1$	
$= \frac{-U_n - 2}{2}$	
لدينا اشارة $U_{n+1} - U_n$ من اشارة $-U_n - 2$	
لدينا : $U_n \geq -2$	
$-U_n \leq 2$	
$-U_n - 2 \leq 0$	
اذن $U_{n+1} - U_n \leq 0$ ومنه (U_n) متناقصة تماما .	
الاستنتاج : (U_n) متناقصة تماما ومحدودة من الاسفل بـ (-2) فهي متقاربة .	

الإجابة	العلامة
4) أ) اثبات ان (W_n) هندسية :	
$W_{n+1} = U_{n+1} + 2$	
$= \frac{1}{2}U_n + 2 - 1$	
$= \frac{1}{2}U_n + 1 = \frac{1}{2}W_n$	
اذن (W_n) هندسية اساسها $\frac{1}{2}$	
حدها الاول $W_0 = U_0 + 2 = 6$	
ب) $W_n = W_0 \times q^n$	
اذا $W_n = 6 \times (\frac{1}{2})^n$	
لدينا $W_n = U_n + 2$ اذا $U_n = W_n - 2$	
ومنه $U_n = 6 \times (\frac{1}{2})^n - 2$	
ت) $W_{n+1} - W_n = 6 \times (\frac{1}{2})^{n+1} - 6 \times (\frac{1}{2})^n$	
$= 6 \times (\frac{1}{2})^n (\frac{1}{2} - 1)$	
$= -3 \times (\frac{1}{2})^n$	
لدينا $(\frac{1}{2})^n \geq 0$ و $-3 < 0$ اذن	
$W_{n+1} - W_n \leq 0$	
نستنتج ان (W_n) متناقصة تماما .	
ث) $\lim U_n = \lim 6 \times (\frac{1}{2})^n - 2$	
$= -2$	
لان $-1 < \frac{1}{2} < 1$ اذا $(\frac{1}{2})^n \to 0$	

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية — القسم: — الأستاذ:

الإجابة	العلامة	الإجابة	العلامة

ج) حساب S_n:

$S_n = w_0 + \dots + w_n$

$= w_0 \times \dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}$

$= 6 \times \dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}}$

$\boxed{S_n = -12\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)}$

حساب S'_n

$S'_n = 0_0 + \dots + U_n$

$= (w_0 - 2) + (w_1 - 2) + \dots + (w_n - 2)$

$= (w_0 + w_1 + \dots + w_n) + (-2 + (-2) - \dots + (-2))$

-2 مرة $n+1$

$\boxed{S'_n = -12\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) - 2(n+1)}$

حل التمرين الثاني:

1) (U_n) ثابتة معناه $U_n = U_{n+1} = U_0 = 5$

$U_0 = \dfrac{a}{5}U_0 + \dfrac{a+4}{5}$

$5 = a + \dfrac{a+4}{5}$

$25 = 5a + a + 4 = 6a + 4$

$25 = 6a + 4$ إذن

$\boxed{a = \frac{21}{6}} \Rightarrow \boxed{a = \frac{7}{2}}$

2) (U_n) حسابية معناه $\frac{a}{5} = 1$

إذن $\boxed{a = 5}$

3) (U_n) هندسية معناه $\frac{a+4}{5} = 0$

أي $\boxed{a = -4}$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com