najah213.com · نجاح 213

التمرين 1:

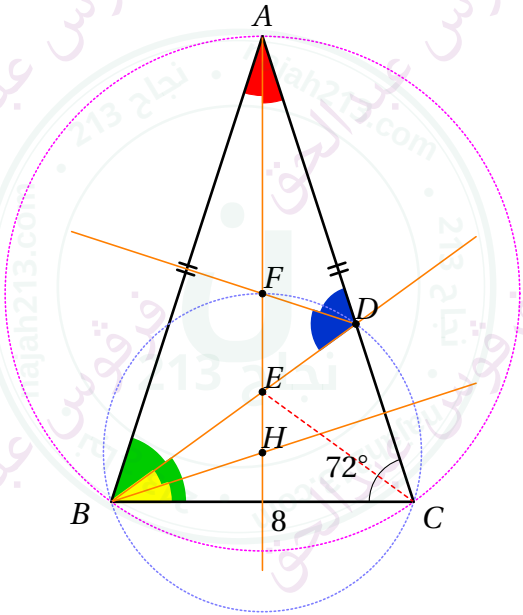
ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC = 8\text{cm}$ و $\widehat{ABC} = 72°$.

1. احسب قيس الزاوية $\widehat{BAC}$.
2. منصف الزاوية $\widehat{ABC}$ يقطع (AC) في D.
   برهن أن المثلثين BDC و ABD متساويا الساقين.
3. منصف الزاوية $\widehat{BAC}$ يقطع (BD) في E.
   ماذا تمثل النقطة E بالنسبة للمثلث ABC ؟
4. منصف الزاوية $\widehat{BDA}$ يقطع (AE) في F.
   ماذا تمثل النقطة F بالنسبة للمثلث ABD ؟
5. منصف الزاوية $\widehat{DBC}$ يقطع (AE) في H.
   ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للمثلث EBC ؟
6. استخرج من الشكل مركزي دائرتين محيطتين بمثلثين.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

حل التمرين 1:

الشكل.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3 متوسط **المستقيمات الخاصة** الأستاذ فرقوس عبدالحق

❶ $\widehat{BAC} = 180° - 2 \times \widehat{ABC} = 180° - 2 \times 72° = 180° - 144° = 36°$.

❷ بما أن $[BD)$ منصف الزاوية $\widehat{ABC}$ فإن

$\widehat{ABD} = \widehat{ABC} \div 2 = 72° \div 2 = 36°$

• $\widehat{ABD} = \widehat{BAD} = 36°$ إذن فالمثلث ABD متساوي الساقين رأسه الأساسي D.

• لدينا : $\widehat{BDC} = 180° - \left(\widehat{BCD} + \widehat{CBD}\right) = 180° - (72° + 36°)$

$= 180° - 108° = 72°$

أي $\widehat{BDC} = \widehat{BCD} = 72°$ إذن فالمثلث BCD متساوي الساقين رأسه الأساسي B.

❸ النقطة E هي نقطة تقاطع المنصفين $[AE)$ و $[BD)$ إذن E هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ABC (نقطة تلاقي منصفات زواياه).

❹ النقطة F هي نقطة تقاطع المنصفين $[AE)$ و $[DF)$ إذن F هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ABD (نقطة تلاقي منصفات زواياه).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

5 • في المثلث المتساوي الساقين، منصف زاوية الرأس الأساسي هو أيضا محور القاعدة، إذن (AE) هو محور $[BC]$.

• E تنتمي إلى محور $[BC]$ إذن $EB = EC$ و المثلث EBC متساوي الساقين رأسه الأساسي E.

• المثلث EBC متساوي الساقين و (EH) محور القاعدة $[BC]$ إذن $[EH]$ هو منصف الزاوية $\widehat{BEC}$.

• المنصفان $[BH]$ و $[EH]$ يتقاطعان في النقطة H إذن H هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث EBC (نقطة تلاقي منصفات زواياه).

6 • في المثلث ABC :

– (AF) هو محور القاعدة $[BC]$.

– (DF) هو محور الضلع $[AB]$ (لأن المثلث ADB متساوي الساقين و $[DF]$ هو منصف زاوية الرأس الأساسي D).

إذن نقطة تقاطعهما F هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

• في المثلث BCD :

– (EH) هو محور الضلع $[BC]$.

– (BH) هو محور الضلع $[CD]$ (لأن المثلث BCD متساوي الساقين و $[BH]$ هو منصف زاوية الرأس الأساسي B).

إذن نقطة تقاطعهما H هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCD.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 2:

أنشئ مثلثا ABC مركز ثقله G حيث $AB = 7\text{cm}$ ؛ $AC = 6\text{cm}$ و $MG = 1,5\text{cm}$ (M منتصف $[AB]$).

التمرين 3:

$ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه O و I منتصف الضلع $[CD]$.

المستقيمان (AI) و (BD) يتقاطعان في G.

☜ برهن أن (CG) يقطع الضلع $[AD]$ في منتصفه.

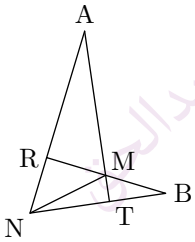
التمرين 4:

RMN و TMN مثلثان قائمان في R و T على الترتيب.

المستقيمان (MT) و (RN) يتقاطعان في A

و المستقيمان (RM) و (NT) يتقاطعان في B.

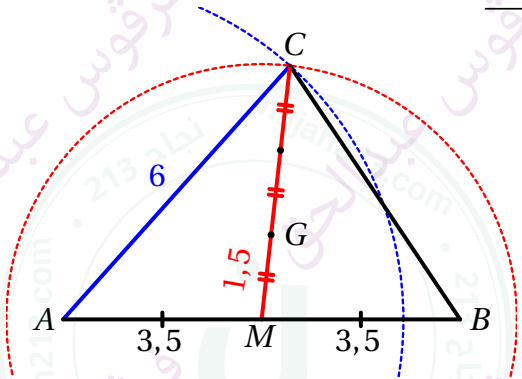
☜ برهن أن $(AB) \perp (MN)$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

حل التمرين 2:

الشكل.



• نرسم الضلع $[AB]$ ثم نعين منتصفه M.

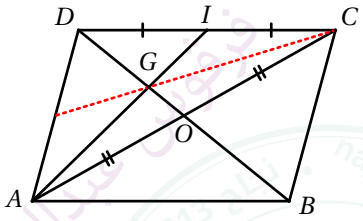
• نعلم أن $AC = 6\text{cm}$ و نحسب : $CM = 3GM = 3 \times 1,5\text{cm} = 4,5\text{cm}$.

• إذن C هي إحدى نقط تقاطع الدائرة التي مركزها M و نصف قطرها $4,5\text{cm}$ (بالأحمر) مع الدائرة التي مركزها A و نصف قطرها 6cm (بالأزرق).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

حل التمرين 3:

الشكل.



• مركز متوازي الأضلاع هو نقطة تقاطع قطريه و قطرا متوازي الأضلاع متناصفان إذن O منتصف $[AC]$.

• $[DO]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ACD.

• $[AI]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[CD]$ في المثلث ACD.

• مركز ثقل المثلث ACD هو نقطة تقاطع المتوسطين $[DO]$ و $[AI]$ أي هو النقطة G.

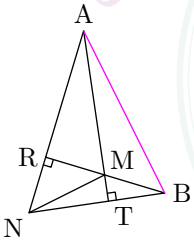
• المتوسط المتعلق بالضلع $[AD]$ يشمل منتصف $[AD]$ و الرأس C كما يمر من مركز الثقل أي النقطة G إذن فهو المستقيم (CG).
و بالتالي فالمستقيم (CG) يقطع الضلع $[AD]$ في منتصفه.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

حل التمرين 4:

في المثلث ABN :

- $(AN) \perp (BR)$ إذن (BR) هو الارتفاع المتعلق بالضلع $[AN]$.
- $(BN) \perp (AT)$ إذن (AT) هو الارتفاع المتعلق بالضلع $[BN]$.
- النقطة M هي نقطة تقاطع الارتفاعين (AT) و (BR) إذن هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABN.
- الارتفاع الثالث يشمل الرأس N و نقطة تلاقي الارتفاعات M و يعامد حامل الضلع $[AB]$ إذن $(MN) \perp (AB)$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

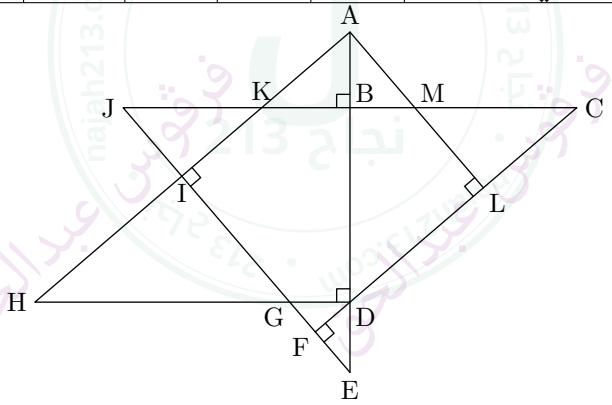
najah213.com · نجاح 213

التمرين 5:

تمعن في الشكل ثم أتمم الجدول.

المثلث	IJK	JCE	KAE	AEJ	DEJ
نقطة تلاقي ارتفاعاته					

المثلث	AHE	GHE	ACD	AMD	AMC
نقطة تلاقي ارتفاعاته					

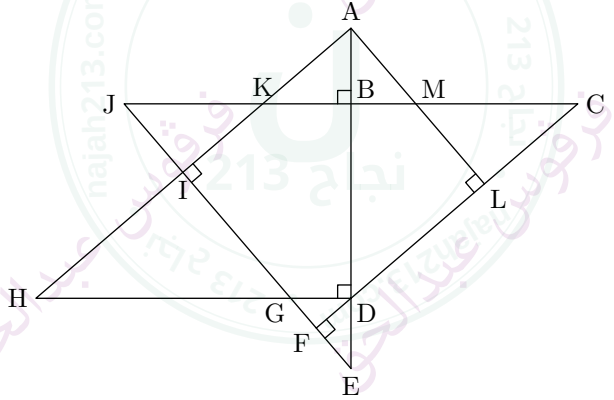


فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

حل التمرين 5:

المثلث	IJK	JCE	KAE	AEJ	DEJ
نقطة تلاقي ارتفاعاته	I	D	J	K	C

المثلث	AHE	GHE	ACD	AMD	AMC
نقطة تلاقي ارتفاعاته	G	A	M	C	D

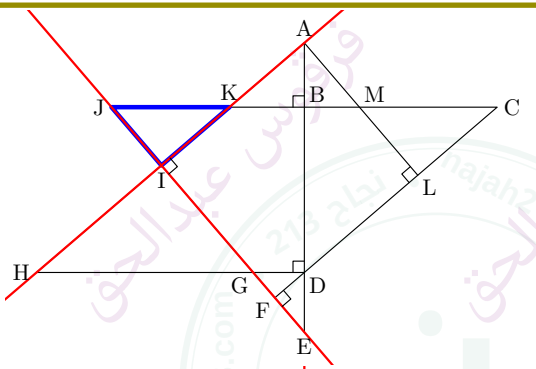


فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

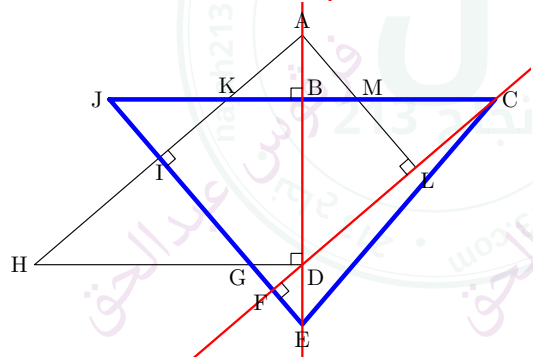
3 متوسط

المستقيمات الخاصة

الأستاذ فروس عبدالحق



IJK مثلث قائم في ***I*** إذن نقطة تلاقي ارتفاعاته هي الرأس القائم ***I***.



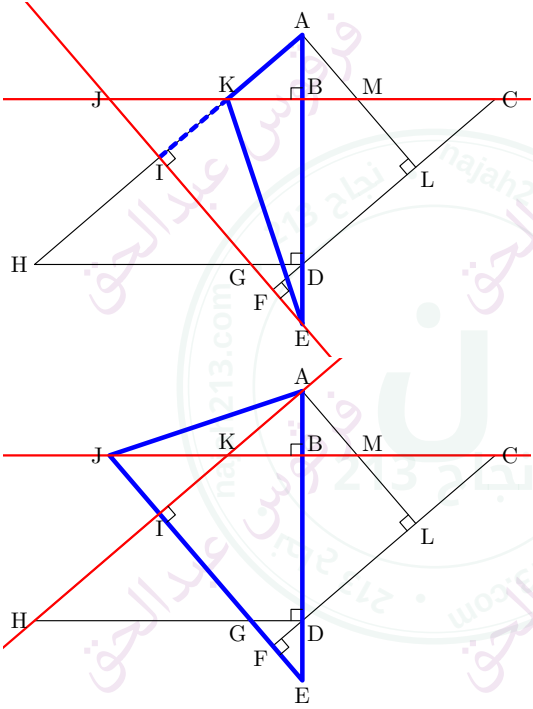
نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ***JCE*** هي النقطة ***D***.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3 متوسط

المستقيمات الخاصة

الأستاذ فرقوس عبدالحق



للمثلث KAE زاوية منفرجة إذن نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارجه و هي النقطة J.

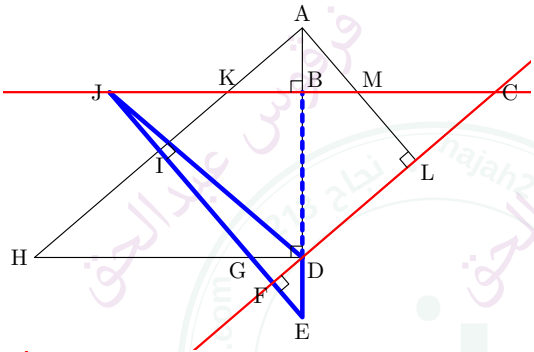
نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث AEJ هي النقطة K.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

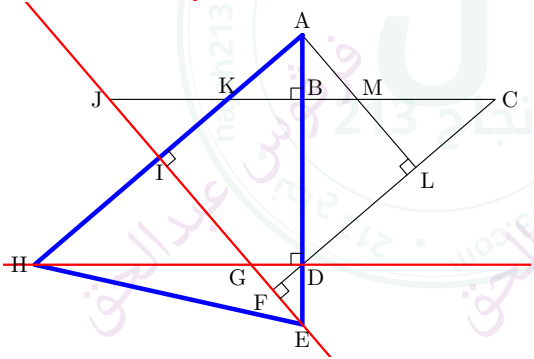
3 متوسط

المستقيمات الخاصة

الأستاذ فرقوس عبدالحق



للمثلث DEJ زاوية منفرجة إذن نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارجه و هي النقطة C.



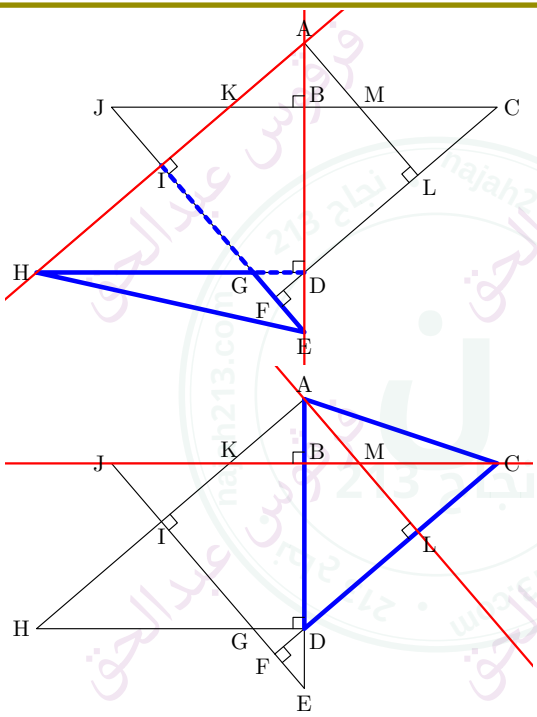
نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث AHE هي النقطة G.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3 متوسط

المستقيمات الخاصة

الأستاذ فرفوس عبدالحق



للمثلث GHE زاوية منفرجة إذن نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارجه و هي النقطة A.

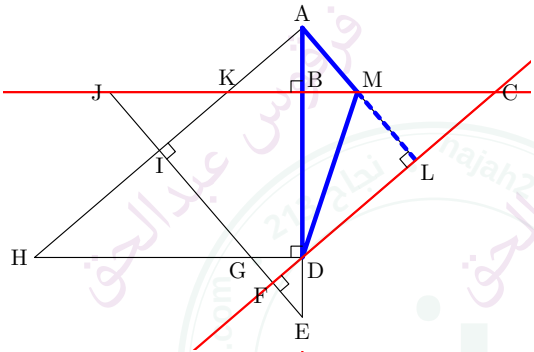
نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ACD هي النقطة M.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

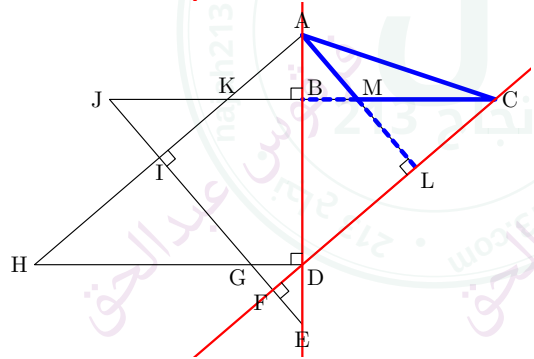
3 متوسط

المستقيمات الخاصة

الأستاذ فرفوس عبدالحق



للمثلث AMD زاوية منفرجة إذن نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارجه و هي النقطة C.



للمثلث AMC زاوية منفرجة إذن نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارجه و هي النقطة D.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com