najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية جيجل — الموسم الدراسي: 2024م-2025م

ثانوية راشدي محمد -سيدي معروف — المستوى: الثالثة -رياضيات

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات — المدة: ساعة ونصف

نص التمرين:

I/ نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2(1-x)e^{1-x} - 1$.

1/ أُدرس تغيرات الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

2/ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0.6 < \alpha < 0.7$.

3/ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II/ نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x|2e^{1-x} - 1|$ ،
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أُحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2/ ا/ أُدرس إشارة $(2e^{1-x} - 1)$ حسب قيم العدد الحقيقي x ، ثم أُكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب/ بيّن أن الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند $x_0 = 1 + \ln 2$ (يمكنك وضع: $t = x - 1 - \ln 2$) ، مفسّرًا النتائج هندسيا.

3/ ا/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1 + \ln 2\}$ فإن: $f'(x) = \begin{cases} g(x) & ; \text{ لما } x < 1 + \ln 2 \\ -g(x) & ; \text{ لما } x > 1 + \ln 2 \end{cases}$.

ب/ استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج/ عيّن دون حساب $\lim\limits_{h \to 0} \left(\frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h} \right)$ معلّلا إجابتك.

4/ ا/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أُدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) (لاحظ أن: $f(x) - x = x(|2e^{1-x} - 1| - 1)$).

5/ أُكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند مبدأ المعلم.

6/ ا/ بيّن أنّ $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{1-\alpha}$ ، ثم جِد حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب/ أنشئ بدقة (Δ) ، (T) و (C_f). (نأخذ الوحدة على المحورين $2cm$)

ج/ بقراءة بيانية، عيّن قيم العدد الحقيقي m بحيث المعادلة $f(x) = mx$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط في $\mathbb{R}$.

☺☺بالتوفيق للجميع☺☺

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ثانوية راشي محمد — السنة: 3 ر.ت — المستوى: 2024/2025

- تسمية بما معروف.

- إجابة الوضعية الثانية في الفصل الأول -

إجابة التمرين:

(II) $g(x) = e(1-x)e^{1-x} - 1$ / $D_g = \mathbb{R}$

1- دراسة تغيرات الدالة g:

• نهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[e(1-x)e^{1-x} - 1\right] = +\infty$$

($e(1-x)$: $+\infty$، e^{1-x}: $+\infty$)

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty}(1-x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^{1-x} = \lim\limits_{t\to+\infty} e^{t} = +\infty \end{cases}$$ لأن

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[e(1-x)e^{1-x} - 1\right] = -1$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}(1-x)e^{1-x} = \lim\limits_{t\to-\infty} te^{t} = 0 \end{cases}$$ لأن

• اتجاه التغير:

الدالة g تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$، و

$$g'(x) = e\left(-e^{1-x} - e^{1-x}(1-x)\right)$$

$$= e\left(e^{1-x}(-1+1-x)\right) = e(x-e)e^{1-x}$$

بما أن $e^{1-x} > 0$ و $e > 0$ فإن إشارة $g'(x)$ من إشارة $(x-e)$ من نفس الجدول.

x	$-\infty$		e		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty; e]$ ومتزايدة تماما على المجال $[e; +\infty[$.

• جدول التغيرات:

x	$-\infty$		e		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-e^{-1}-1$	↗	-1

$g(e) = e(1-e)e^{1-e} - 1 = -e^{-1} - 1 \simeq -1{,}7$

2- تبيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في كل مجال:

على المجال $[e; +\infty[$: $-1 > g(x) > -e^{-1} - 1$ لا تقبل حلولا لأن $g(x) = 0$

على المجال $]-\infty; e]$: $g(e) = -e^{-1} - 1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$

وبما أن: $0 \in]-e^{-1}-1; +\infty[$

وبما أن الدالة g مستمرة ورتيبة تماما و $g(x) = 0$ لها حلول في المجال $]-\infty; e]$ فإن المعادلة تقبل حلا وحيدا في هذا المجال.

ومنه المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

• التحقق أن: $0{,}6 < \alpha < 0{,}7$

$g(0{,}6) \simeq 0{,}07 > 0$ و $g(0{,}7) \simeq -0{,}03 < 0$ لأن

إذن $0{,}6 < \alpha < 0{,}7$

(III) $f(x) = x\left|2e^{1-x} - 1\right|$ / $D_f = \mathbb{R}$

1- حساب النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x\left|2e^{1-x} - 1\right| = -\infty$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left|2e^{1-x} - 1\right| = \lim\limits_{t\to+\infty}\left|2e^{t} - 1\right| = +\infty \end{cases}$$ لأن

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left|2e^{1-x} - 1\right| = +\infty$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left|2e^{1-x} - 1\right| = \lim\limits_{t\to-\infty}\left|2e^{t} - 1\right| = |-1| = 1 \end{cases}$$ لأن

2- دراسة إشارة $(2e^{1-x} - 1)$ على $\mathbb{R}$:

$2e^{1-x} - 1 = 0$ معناه $2e^{1-x} = 1$ معناه $e^{1-x} = \frac{1}{2}$ معناه $1-x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ معناه $x = 1 - (-\ln 2)$ معناه $x = 1 + \ln 2$

$2e^{1-x} - 1 > 0$ معناه $2e^{1-x} > \frac{1}{2}$ معناه $1-x > \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ معناه $1 - (-\ln 2) > x$ معناه $x < 1 + \ln 2$

3- إشارة $g(x)$ من جدول التغيرات:

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

- الصفحة 1 من 5 -

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

x	$-\infty$		$1+\ln 2$		$+\infty$
$e^{1-x}-1$		$+$	0	$-$	

- كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

x	$-\infty$		$1+\ln 2$		$+\infty$
$f(x)$	$x(2e^{1-x}-1)$		0		$-x(2e^{1-x}-1)$

ب- دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند $1+\ln 2$:

$$\lim_{x\to 1+\ln 2}\frac{f(x)-f(1+\ln 2)}{x-1-\ln 2}=\lim_{x\to 1+\ln 2}\left(\frac{-x(2e^{1-x}-1)}{x-1-\ln 2}\right)$$

$$=\lim_{x\to 1+\ln 2}\frac{-(x)\cdot(e^{\ln 2+1-x}-1)}{x-1-\ln 2}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{(t+1+\ln 2)(e^{-t}-1)}{-t}=1+\ln 2$$

$(x=t+1+\ln 2)$ ، أي $(t=x-1-\ln 2)$ عندما: $x\to 1+\ln 2$ ، $t\to 0$

$$\lim_{x\to 1+\ln 2}\frac{f(x)-f(1+\ln 2)}{x-1-\ln 2}=\lim_{x\to 1+\ln 2}\frac{x(2e^{1-x}-1)}{x-1-\ln 2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x(e^{\ln 2+1-x}-1)}{x-1-\ln 2}$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{-(t+1+\ln 2)(e^{-t}-1)}{-t}=-(1+\ln 2)$$

$$=-1-\ln 2$$

- الدالة f تقبل الإشتقاق على يمين $1+\ln 2$ وعلى يساره حيث $f'_g(1+\ln 2)=1+\ln 2$

$f'_g(1+\ln 2)=-1-\ln 2$ و

$f'_g(1+\ln 2)\neq f'_d(1+\ln 2)$ وبما أن

فالدالة f لا تقبل الإشتقاق عند $(1+\ln 2)$

- التفسير الهندسي:

(C_f) يقبل نصفي مماسين عند النقطة ذات الفاصلة $(1+\ln 2>0)$ من اليمين معامل توجيهه $(-1-\ln 2)$ ومن اليسار معامل توجيهه $(1+\ln 2)$

3- تعيين الإشتقاق:

x	$-\infty$		$1+\ln 2$		$+\infty$
$f(x)$	$x(2e^{1-x}-1)$		0		$-x(2e^{1-x}-1)$
$f'(x)=$	$1(2e^{1-x}-1)-x2e^{1-x}$ $=2e^{1-x}-1-2xe^{1-x}$ $=2(1-x)e^{1-x}-1$ $=g(x)$				$=(-x(2e^{1-x}-1))'$ $=-(x(2e^{1-x}-1))'$ $=-g(x)$.

ب- إتجاه التغير:

$1+\ln 2\simeq 1{,}7>\alpha$

x	$-\infty$		α		$1+\ln 2$		$+\infty$
$g(x)$	$+$	ϕ	0	$-$	0	$-$	
$-g(x)$	$-$	ϕ	0	$+$	0	$+$	
$f'(x)$	$+$	ϕ	0	$-$	$\|\|$	$+$	

- جدول التغيرات:

x	$-\infty$		α		$1+\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	ϕ	0	$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$$

(C_f) و (Δ) يقبلان مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة α

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to+\infty}(-x(2e^{1-x}-1)-x)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}-x(2e^{1-x}-1+1)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}(-x\cdot 2e\cdot e^{-x})$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left[-2e\left(\frac{x}{e^x}\right)\right]=0$$

($\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$)

- الوضعية:

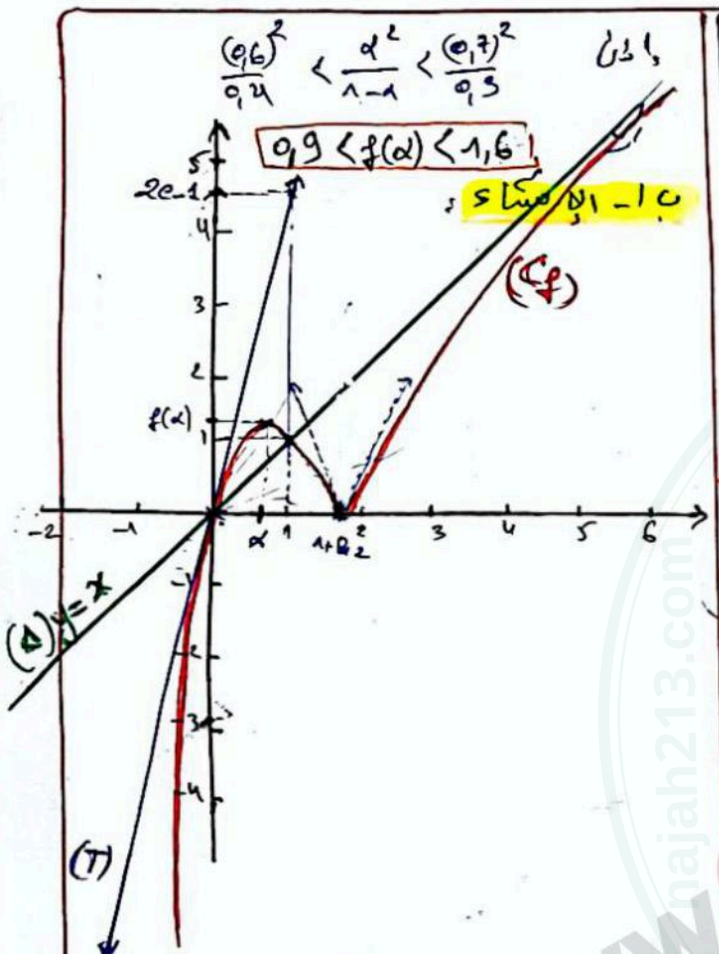
www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213



$\frac{(0,6)^2}{0,4} < \frac{\alpha^2}{1-\alpha} < \frac{(0,7)^2}{0,3}$ إذن

$0,9 < f(\alpha) < 1,6$

ب 1- الإستنتاج :

ب 2- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=mx$ حسب قيم الوسيط الحقيقي m :

$x=0$ حل مضاعف : $f(x)=mx$ المعادلة

المستقيم ذو المعادلة $y=mx$ مماس لـ (C_f) في المبدأ .

وحسب ما سبق المعادلة تقبل حلا ثالثا مختلفا عن 0 إذا كان $0<m<1$

- الصفحة 03 -

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)-x$		$-$	0	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) يقع تحت (Δ)	(C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $(0;0)$	(C_f) يقع فوق (Δ)	(C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطة $(1;1)$	(C_f) يقع تحت (Δ)	

ذو المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

ب 1- دراسة الوضع النسبي :

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$f(x)-x = x\left(|2e^{1-x}-1|-1\right)$

$|2e^{1-x}-1|-1=0$ معناه $|2e^{1-x}-1|=1$ ومنه

$\begin{cases} 2e^{1-x}-1=1 \\ 2e^{1-x}-1=-1 \end{cases}$ أي

$2e^{1-x}=2$ أي $e^{1-x}=1$ ومنه

أو $2e^{1-x}=0$ (مستحيل)

$1-x=0$ أي $x=1$ ومنه

$|2e^{1-x}-1|-1<0$ معناه $|2e^{1-x}-1|<1$ أي

$-1<2e^{1-x}-1<1$ أي

$0<2e^{1-x}<2$ ومنه

$0<e^{1-x}<1$ أي

$1-x<0$ ومنه $1<x$ أي

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$\lvert 2e^{1-x}-1\rvert-1$		$+$		$+$	0	$-$	

ج 1- معادلة المماس (T) :

$(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$ $\begin{cases} f(0)=0 \\ f'(0)=2e-1 \end{cases}$

$(T): y=(2e-1)x$

ج 2- إثبات أن $g(\alpha)=0$: لدينا $g(x)=0$ معناه :

$2(1-\alpha)e^{-\alpha+1}-1=0$

$2e^{-\alpha+1}=\frac{1}{1-\alpha}$ ومنه

$\alpha < 1+R_2$ ثم $f(\alpha)$ ومنه

$f(\alpha)=\alpha(2e^{1-\alpha}-1)$

$=\alpha\left(\frac{1}{1-\alpha}-1\right)=\frac{\alpha(1-(1-\alpha))}{1-\alpha}$

$=\frac{\alpha(1-1+\alpha)}{1-\alpha}=\frac{\alpha^2}{1-\alpha}=f(\alpha)$

حصر $f(\alpha)$: لدينا $0,6<\alpha<0,7$

ومنه $-0,7<-\alpha<-0,6$ ومنه

أي $0,3<1-\alpha<0,4$

$\frac{1}{0,4}<\frac{1}{1-\alpha}<\frac{1}{0,3}$

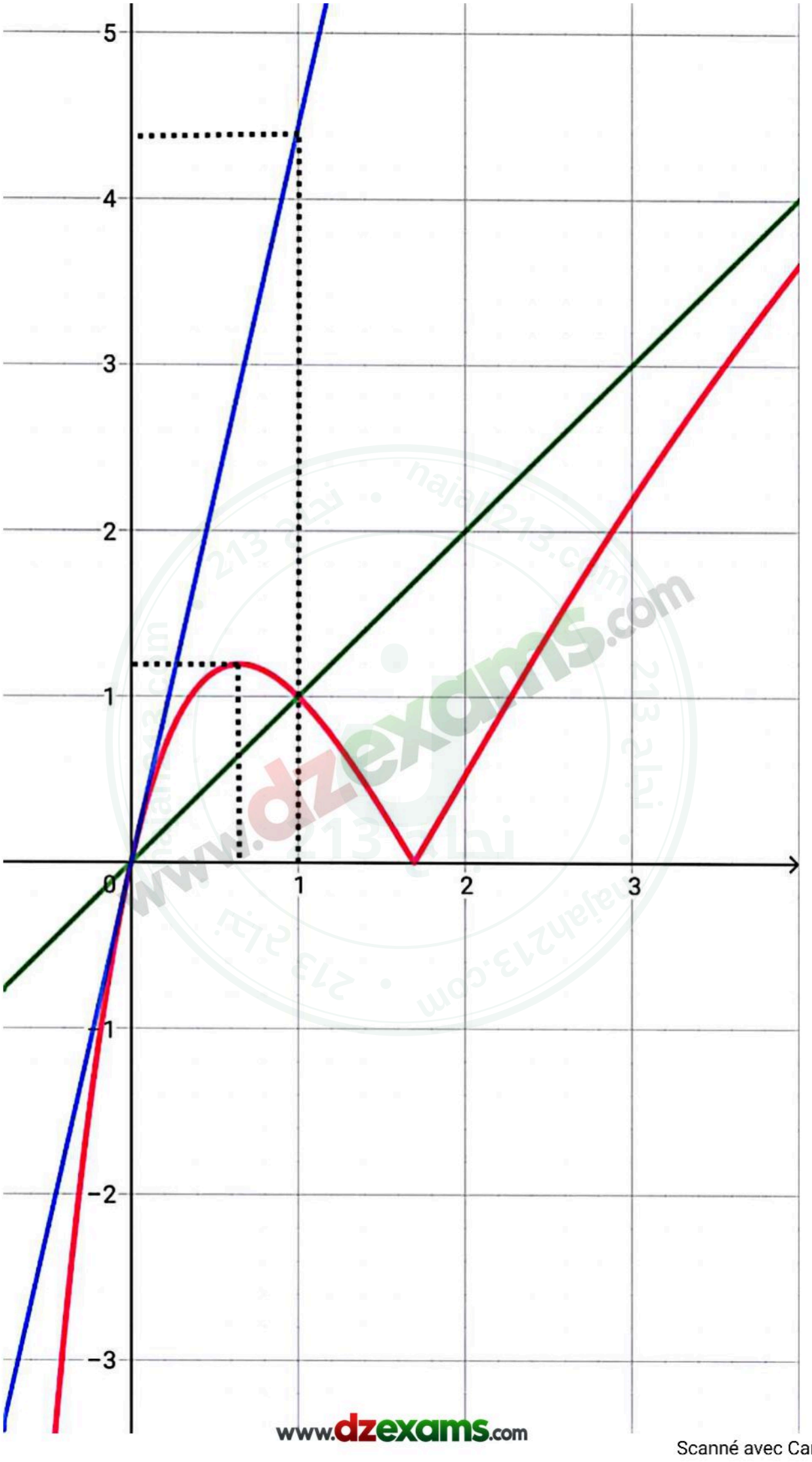
ولدينا $(0,6)^2<\alpha^2<(0,7)^2$ ،

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com



Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً